

# PROPUESTA DIDÁCTICA EN PATRONES: VISIÓN DESDE LAS COMPETENCIAS EN MODELACIÓN MATEMÁTICAS

Huincahue, J.<sup>a</sup> y Guerra-Silva, G.<sup>b</sup>

Universidad de Playa Ancha – Campus San Felipe  
jaime.huincahue@upla.cl<sup>a</sup>, gregorio.guerra@alumnos.upla.cl<sup>b</sup>

## Resumen

*La necesaria inclusión de la Modelación Matemática en las aulas chilenas, requiere de esfuerzos de toda la comunidad educacional para instaurarla en las prácticas docentes. En este trabajo, se crea una tarea de modelación matemática para abordar el concepto de patrones y fomentar las competencias de modelación; además, es construido un instrumento para evaluar tales competencias. A partir de la experiencia, se observó la autonomía de los estudiantes en la resolución de la tarea en ambientes conductistas y fuertes aspectos motivacionales generados.*

**Palabras clave:** *modelación matemática, competencias, situaciones didácticas, constructivismo.*

## ANTECEDENTES DESDE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

La creación de modelos matemáticos para el aprendizaje de las Matemáticas es un tema complejo en todo nivel escolar y profesional, suficiente como para que se haya desarrollado como campo disciplinar, con resultados que evidencien elementos sustanciales en tareas de modelación matemática y la emergencia de constructos teóricos, que hoy conducen investigaciones en todo el mundo (Kaiser, Blum, Borromeo-Ferri y Stillman, 2011; Stillman, Kaiser, Blum y Brown, 2013).

En los últimos 30 años, la Modelación Matemática ha adquirido un rol cada vez más protagónico en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, el desarrollo del conocimiento educacional e investigativo. El progreso teórico ha llevado a enriquecer las metodologías de enseñanza, líneas de investigación y desarrollo de múltiples programas de estudio en todos los niveles educacionales. En 1979, Henry Pollak (Borromeo-Ferri, 2006) fue pionero en dar una concepción sobre Modelación Matemática, caracterizándola como una manera de enlazar a la Matemática con “el resto del mundo”, luego, las progresivas investigaciones enriquecerán la discusión, y parcelarán entendimientos diferenciados dependientes del uso y contexto disciplinar que se le pueda asignar a una tarea de modelación (Barbosa, 2003); a partir de esto es que investigadores en el área han definido distintos ciclos de modelación que describen los procesos de modelación. En el trabajo de Borromeo-Ferri (2006) se reportan algunos ciclos, destacando sus diferencias y similitudes epistemológicas.

En Chile, los Objetivos de Aprendizaje desde el año 2012 consideran transversalmente cuatro habilidades para Matemáticas: modelar, representar, resolver problemas y argumentar y comunicar; quedando como un constante desafío su inclusión en las prácticas docentes de las instituciones escolares del país y que conjuntamente se integren con los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios (MINEDUC, 2012).

Actualmente, los resultados OECD (2014) de Chile reflejan que es necesario fomentar e incluir de una manera más generalizada la Modelación Matemática en las aulas chilenas, para ser utilizada como herramienta generadora de competencias y habilidades “blandas”. Actividades mecanicistas

priman en el proceso de aprendizaje, descontextualizando la matemática, sin establecer una relación directa entre el mundo matemático y el mundo real. Visto de esta manera, ciclos de modelación como el de Blum-Borromeo (2006) permiten estructurar actividades que fomenten el desarrollo de las competencias solicitadas tanto por el currículum nacional como por pruebas internacionales.

## **PROBLEMATIZACIÓN**

Cuando se practican tareas de modelación matemática en el aula, una opción es enmarcarla desde la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007), pudiendo esclarecer dificultades y obstáculos que los estudiantes afrontan al modelar. ¿Cómo fomentar la capacidad de hacer inferencias, experimentar, crear hipótesis, debatir, compartir ideas, trabajar colaborativamente, y además permitir la conducción del aprendizaje de los contenidos requeridos?

El trabajo se sustenta en el supuesto del dominio de al menos los dos primeros niveles de las habilidades de pensamiento de la taxonomía de Bloom, para una apropiada realización de la actividad (Bloom, 1986) ¿cuáles son esos dos primeros niveles?. Además, se evaluarán las competencias de modelación (en el sentido de Blum y Kaiser, 1997, citado en Maaß, 2006) evidenciadas por los estudiantes de octavo año básico de un colegio determinado; en el desarrollo de una actividad de modelamiento matemático, será necesario establecer algunos parámetros que nos permitan comprender el desarrollo de este para generar una rúbrica de evaluación, una clara innovación en el estudio de la Modelación Matemática.

Considerando los antecedentes mencionados, nos enfocamos en el siguiente objetivo: evaluar las competencias y subcompetencias de Modelación Matemáticas de Blum y Kaiser (1997) desde la creación de una tarea de modelación y el instrumento de evaluación.

## **EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS**

La actividad fue realizada en un colegio Municipal de la ciudad de San Felipe en alumnos de 8° año de Enseñanza Básica. El día de la actividad asistieron 17 alumnos, quienes formaron grupos de trabajos; 3 grupos de 4 y 1 grupo de 5 integrantes. Ellos contaron con aproximadamente 1 hora para realizar la tarea de modelación. En la sala había dos evaluadores que les entregaron material didáctico, ver figura 1.

La profesora que comúnmente hace clases en el curso, tiene prohibición de trabajar grupalmente, aludiendo a que es perjudicial por el desorden que se genera. Generalmente trabaja enfocada en la ejercitación sistemática y repetitiva, dicta y enumera los pasos para resolver los ejercicios desde un paradigma conductista. Por lo tanto, los estudiantes no habían tenido experiencias de modelación en la clase.

La actividad propuesta es la siguiente: “Una constructora tiene un diseño para un tipo de edificio, en el cual cada piso, al mirarlo desde arriba, tiene forma cuadrada y en cada pared hay un gran ventanal, con tal de que los trabajadores cuenten con la iluminación natural apropiada. Además, en el diseño se incluye que en el último piso, al mismo tiempo de los cuatro ventanales, se coloque un tragaluz, con tal de dar una sensación de amplitud a quienes allí trabajen. Dado que la constructora tiene diferentes demandas, debe tener una forma rápida de calcular cuántos ventanales debe mandar a fabricar según la cantidad de pisos que sus clientes le exijan. Responde a las siguientes preguntas: 1) ¿Qué estrategia podría usar la empresa para determinar la cantidad de ventanales a utilizar en diferentes casos (un piso, dos pisos, tres pisos,...)? 2) ¿Puedes proponer una forma general de calcular una cantidad cualquiera de ventanas, dado los pisos que un cliente requiera? 3) Si se dispone de una cierta cantidad de ventanas en stock ¿se puede anticipar para cuántos pisos alcanzará? 4) ¿Qué pasará si quiero hacer un edificio de 1000 pisos? (analizar en un contexto real). 5) ¿Cuáles son las variables que intervienen en la expresión que modela la situación? 6) ¿Cuál será la variable dependiente y la variable independiente en la situación de los edificios y ventanas?



Figura 1. Material didáctico implementado. A cada grupo de trabajo se le entregaron 7 cubos iguales de madera, de 1 pulgada de arista aproximadamente como material didáctico.

El instrumento de evaluación de la tarea de modelación es una escala de estimación creada a partir de las Competencias de la Modelación Matemática de Blum & Kaiser (1997).

Tabla 1. Instrumento de evaluación por competencias de modelación.

Subcompetencias	Muy baja	Baja	Medio	Alta	Muy alta
1. Matematizar cantidades relevantes y sus relaciones	No matematiza cantidades ni sus relaciones	Escasamente logra matematizar cantidades o lo hace inadecuadamente	Es capaz de matematizar cantidades, sin distinguir las relevantes de las irrelevantes	Es capaz de matematizar cantidades relevantes o bien sus relaciones	Es capaz de matematizar cantidades relevantes y sus relaciones
2. Simplificar cantidades relevantes y sus relaciones si es necesario reducir su número y complejidad	No simplifica cantidades relevantes ni sus relaciones. Tampoco reduce su número y complejidad	Escasamente logra simplificar cantidades relevantes o sus relaciones, o lo hace inadecuadamente	Es capaz de simplificar cantidades relevantes o sus relaciones si es necesario sin reducir la complejidad	Es capaz de simplificar cantidades relevantes o sus relaciones o bien Reducir su número	Es capaz de Simplificar cantidades relevantes y sus relaciones si es necesario Reducir su número y complejidad
3. Escoger apropiadamente notaciones matemáticas y representar situaciones gráficamente	La competencia en cuestión no se encuentra evidenciada	Escasamente logra escoger apropiadamente notaciones matemáticas o representar situaciones gráficamente o lo hace inadecuadamente	Es capaz de escoger notaciones matemáticas	Escoger apropiadamente notaciones matemáticas o bien representar situaciones gráficamente	Es capaz de escoger apropiadamente notaciones matemáticas y representar situaciones gráficamente
4. Uso de estrategias heurísticas	La competencia en cuestión no	logra usar estrategias heurísticas pero lo hace	Escasamente logra usar estrategias heurísticas	Es capaz de hacer uso de estrategias heurísticas	Es capaz de hacer uso de estrategias heurísticas y

	se encuentra evidenciada	inadecuadamente			realizar la conexión al trabajo matemático realizado
5. Uso del conocimiento matemático para resolver el problema	La competencia en cuestión no se encuentra evidenciada	hace uso del conocimiento matemático para resolver el problema pero lo hace inadecuadamente	Escasamente Hace uso del conocimiento matemático para resolver el problema	Con dificultad Hace uso del conocimiento matemático para resolver el problema	Es capaz de hacer uso del conocimiento matemático para resolver el problema.

Luego de analizar los datos de la aplicación del instrumento de evaluación, solo 1 grupo consiguió desarrollar la subcompetencia 1 en un nivel muy alto según la tabla 1.

Todos los grupos lograron construir el objeto matemático necesario para resolver la tarea. Algunos grupos respondieron desde su heurística a la pregunta 3, pero un grupo logró determinar una expresión que determina el número de pisos, dando muestras de un incipiente uso de la función inversa asociada a la respuesta esperada, como lo evidencia la figura 2a.

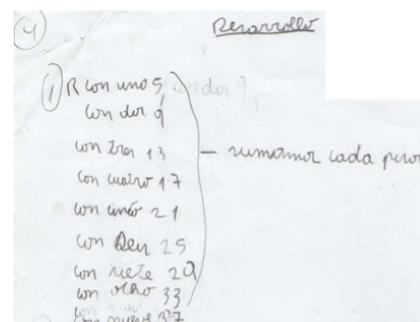
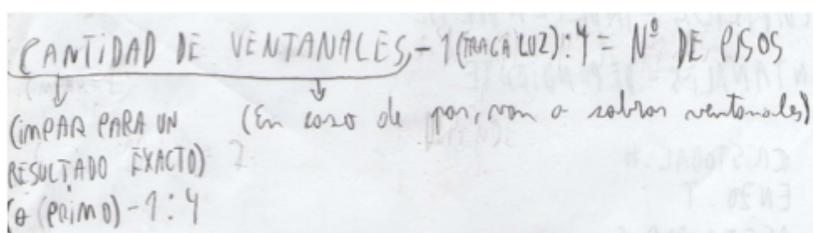


Figura 2a. Tipo de respuesta, desde la función inversa de la esperada.

Figura 2b. Tipo de respuesta según lo esperado.

En la Figura 2b se muestra el proceso usual por el que el resto de grupos determinaron la cantidad de ventanales de acuerdo al número de pisos. Esta tabulación de datos permitió dar respuesta a la misma pregunta que respondieron en la figura 2a (pregunta 3 de la actividad). Solo un grupo creó un segundo objeto matemático para dar respuesta a esta pregunta.

## CONCLUSIONES

Todos los grupos fueron capaces de crear el objeto matemático en base a la experimentación con material concreto, formulación de hipótesis y validación de las mismas, evidenciando las fases de la Actividad Adidáctica, pudiéndose generar enriquecedores debates entre los alumnos, quienes defendían sus creaciones apelando a recursos matemáticos y a la manipulación de los recursos concretos.

Las competencias de modelación de Blum y Kaiser (1997) que los alumnos evidencian en los resultados, no tienen una relación directa con su desempeño habitual en la asignatura bajo la metodología conductista utilizada por el profesor. Sin embargo, la positiva respuesta de los estudiantes, muestra que la creación de tareas adecuadas a las capacidades y a la realidad de los alumnos, puede fomentar la obtención de resultados mas cercanos a lo requerido actualmente por el

currículo nacional, independiente de los prejuicios que la comunidad educativa muchas veces impone. Los resultados son bajos en cuanto a los niveles de logro. Sin embargo, la propuesta de la tarea y el instrumento de evaluación son lo suficientemente interesante como para incluirlo en prácticas docentes.

La innovación desde paradigmas constructivistas impacta en los estudiantes, permitiendo observar otros usos de la Matemática en el aula y fomentando el hacer, actuar y razonar de manera autónoma, siendo capaces de construir conocimiento matemático como ellos lo perciban.

## Referencias

- Barbosa, J. C. (2003). *What is mathematical modelling?* In S. J. Lamon, W. A. Parder & K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: a way of life*. 227-234. Chichester: Ellis Horwood.
- Blum, W., & Kaiser, G. (1997). *Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden*. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.
- Borromeo Ferri, R. (2006). *Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Bloom, B. S. (1986). *Taxonomía de los objetivos de la educación: la clasificación de las metas educacionales, manuales 1 y 2*. México: El Ateneo.
- MINEDUC. (2012). *Curriculum en línea*. Recuperado el 5 de mayo de 2015, de <http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-propertyvalue-49395.html>
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo-Ferri, R. Y Stillman, G. (2011). *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling ICTMA 14*. New York: Springer Verlag.
- Maaß K. (2006). *What are modelling competences?*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik Vol.38 (2)* 113-142.
- OECD (2014), *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I, Revised edition, February 2014)*, PISA. OECD Publishing. Doi: 10.1787/9789264201118-en
- Stillman, G, Kaiser, G., Blum, W. y Brown, J. (2013). *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice*. New York: Springer