

## HACIA UNA PROPUESTA QUE FAVOREZCA LA APROPIACIÓN DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



Crisólogo Dolores Flores, Miguel Angel Cervantes Osorio  
 cdolores2@gmail.com, miguel.cervantes.osorio@gmail.com  
 Universidad Autónoma de Guerrero  
 Avance de investigación  
 Resolución de problemas  
 Medio Superior

### Resumen

La investigación de la que da cuenta este artículo ha tomado a las estrategias de solución de problemas como su objeto de estudio. Partimos del reconocimiento de que parte importante de las deficiencias de los estudiantes en la resolución de problemas radica justamente en que no se han apropiado de las estrategias fundamentales de resolución. De ahí que pretendemos dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo propiciar que los estudiantes se apropien de las estrategias para la resolución de problemas? Por lo que pretendemos generar una propuesta que posibilite tal apropiación mediante el método de investigación-acción. Asumimos como estrategias al patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de información que sirve para lograr ciertos objetivos, es decir, para asegurarse que se den ciertos resultados y no se produzcan otros.

**Palabras clave:** *Resolución, problemas, estrategias, apropiación, heurísticas.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales objetivos de la Matemática Educativa es que los alumnos sean “competentes” en la resolución de problemas. Carrillo (1998) destaca la utilidad de la resolución de problemas para la vida cotidiana de los alumnos en tareas que involucren a las matemáticas, y el incremento en la significatividad del aprendizaje de contenidos matemáticos; sin embargo, lograr la resolución de problemas es un proceso complejo y difícil en el cual intervienen un gran número de variables.

Un tema fundamental, que la mayoría de los países asocian con la resolución de problemas, es el que se relaciona con las evaluaciones internacionales como PISA y TIMSS (Trigo, 2008); de hecho, en algunos países los resultados de éstas evaluaciones internacionales han sido utilizados para cuestionar el sistema educativo en general y buscar caminos de reforma.

Se han diseñado un gran número de propuestas para la enseñanza de estrategias o heurísticas para la resolución de problemas, una de las más trascendentes es la de Pólya y, posteriormente y siguiendo este modelo, la de Schoenfeld, que incorpora la enseñanza-aprendizaje de estrategias metacognitivas de planificación, de regulación y de control del proceso de resolución. Pero hay autores que afirman que todavía no se ha desarrollado una sólida teoría en torno a cómo desarrollar habilidades para resolver problemas (Gonzalez, 1998).

Un gran número de estudios han mostrado que los alumnos que son “buenos” para resolver problemas se caracterizan por disponer un conjunto de estrategias generales o heurísticas que guían su acción y que les ayudan a superar las dificultades que van encontrando durante el

proceso de resolución. Estas estrategias son más o menos regulares y pudiendo ser identificadas y caracterizadas (Pólya, 1965; Schoenfeld, 1985; Puig, 1996).

En México, el modelo educativo por competencias adoptado por la Reforma Integral de la Educación Media Superior, RIEMS, propuesta por la SEP en el Acuerdo No.444 (SEP, 2009), menciona como **competencia genérica**: “*Piensa crítica y reflexivamente - Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos*”; además propone como **competencia disciplinar básica** en matemáticas: “*Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos*”. Sin embargo, es una realidad que en el sistema escolar actual sobre el tema de resolución de problemas (matemáticos y de otras disciplinas) no siempre se enseñan estrategias de manera racional o no se hace de la manera intencional y adecuada.

Ante esto surge la necesidad de centrar la atención en las estrategias de resolución de problemas. Pero con el propósito de que los estudiantes se “apropien” de ellas y generen un “repertorio” que le permitan resolver una diversidad de problemas matemáticos, cumpliendo así uno de las aspiraciones de la Matemática Educativa.

Por todo lo anterior el problema de investigación que ha adoptado este trabajo radica en que los estudiantes tienen deficiencias al resolver problemas porque no se han “apropiado” de las estrategias necesarias para resolverlos. De aquí que el objetivo de este trabajo será posibilitar que los estudiantes se “apropien” de las estrategias para la resolución de problemas.

## 2. ELEMENTOS CONCEPTUALES

Los elementos conceptuales básicos en los que se fundamente este trabajo son: los **problemas**, la **resolución de problemas** y las **estrategias de resolución de problemas**.

Los antecedentes de este trabajo constituyen un amplio rango de teorías y propuestas sobre la **resolución de problemas (problema-solving)**. Ese tema ha sido abordado por multitud de investigadores de diversas áreas, por ejemplo, la filosofía, la psicología, la matemática, las ciencias de la educación e incluso por la informática y la cibernética en el campo de la inteligencia artificial. Empero, el foco de atención serán las estrategias de resolución de problemas matemáticos

**Problema.** Un **problema** es toda situación en la que un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla, añadiendo como condición que la vía de solución tiene que ser desconocida y que la persona quiere realmente realizar la transformación (Rizo y Campistrous, 1999).

**Resolución de problemas.** Pólya (1965) establece que “*se entenderá que resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado que no es conseguible de forma inmediata utilizando los medios adecuados*”.

La mayoría de los autores coinciden que un problema tiene rasgos fundamentales:

- Tienen una situación inicial y una situación final, por lo que puede ser visto como un proceso, en donde la transformación es una “caja negra” donde intervienen multitud de

- variables, unas de forma activa, otras de forma pasiva e incluso algunas de manera latente.
- La manera de pasar de una situación a otra debe ser desconocida o que no se puede acceder a ella de forma inmediata.
  - El estudiante debe desear o tener la actitud para resolverlo.
  - El estudiante debe de disponer de los elementos necesarios (recursos) para emprender caminos que le permitan realizar la transformación. Dentro de estos recursos se enmarcan las estrategias de resolución del problema.

Charles y Lester (1982, p. 58) plantean que “**resolver un problema es el proceso de coordinación de la experiencia previa, conocimientos e intuición, y un intento de determinar un método para resolver una situación cuyo resultado nos es desconocido**”. Por otro lado Labarrere (1988, p. 86) afirma que “*la solución de un problema no debe verse como un momento final, sino como todo un complejo proceso de búsqueda, encuentros, avances y retrocesos en el trabajo mental. Este complejo proceso de trabajo mental se materializa en el análisis de la situación ante la cual uno se halla: en la elaboración de hipótesis y la formulación de conjeturas; en el descubrimiento y selección de posibilidades; en la previsión y puesta en práctica de procedimientos de solución*”.

Diversas son las variables que intervienen para conseguir que los alumnos aprendan a resolver problemas, algunas de ellas se encuentran en la dimensión del aprendizaje y otras en la dimensión de la enseñanza. Así pues Pifarré y Sanuy (2001) indican que en la dimensión de aprendizaje destacan:

- La importancia del conocimiento declarativo sobre el contenido específico del problema
- El repertorio de **estrategias** generales y específicas que es capaz de poner en marcha al alumno para resolver un problema específico.
- El papel de las estrategias metacognitivas.
- La influencia de los componentes individuales y afectivos de la persona que resuelve el problema.

Puig (1996) señala que en la dimensión de la enseñanza destacan las variables:

- El tipo y las características de los problemas
- Los métodos de enseñanza usados por el profesor
- Los conocimientos, las creencias y las actitudes del profesor sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje.

El trabajo de Pólya es una síntesis de ideas que tuvo, pensamientos que sistematizó pero no realizó investigación de campo con estudiantes propiamente. La trascendencia del trabajo de Pólya radica en hacer evidente la importancia de resolver problemas como medio de crear conocimiento en matemáticas y sus posibilidades en el aprendizaje de esta disciplina (Barrantes, 2006).

Schoenfeld, a diferencia de Pólya, realizó trabajo de campo con estudiantes y profesores en las que les proponía problemas a resolver lo suficientemente difíciles y siguiendo las ideas de Pólya. Schoenfeld observaba, grababa, filmaba y hacía anotaciones de cómo actuaban los estudiantes durante la resolución de problemas. Y así llegó a la conclusión de que cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas, como una estrategia didáctica, hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas, de lo contrario no funciona, no tanto porque las

heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores colaterales. Así, muestra cuatro dimensiones como elementos necesarios para la resolución de problemas:

- Recursos
- Heurísticas (que podemos vincularlas conceptualmente a las estrategias)
- Control
- Creencias

Este trabajo de investigación seguirá en términos generales la propuesta de Schoenfeld pero no considerará los componentes individuales y afectivos del sujeto que resuelve el problema ya que como afirma Carrillo (1998) *“el proceso de enseñanza dirigido a mejorar las estrategias de resolución de problemas, al incrementar el rendimiento del sujeto, puede modificar su sistema de creencias, actitudes y emociones en relación con el área de las matemáticas”*.

A través de una revisión reciente sobre términos educativos podemos advertir la *“confusión terminológica, que supone, en determinadas ocasiones, la utilización de términos distintos en calidad de sinónimos, o bien la atribución de diferentes significados a un mismo término según los autores o la perspectiva teórica adoptada; las nociones de técnica, procedimiento, método, estrategia o habilidad son usadas de forma confusa o, en el mejor de los casos, indiferenciada”* (Monereo, Castelló, Clariana, Palma, y Pérez, 2007)

**Estrategias de resolución de problemas.** Rizo y Campistrous (1999), adoptan el concepto de Bruner, en el que una **estrategia** hace referencia a un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de información que sirve para lograr ciertos objetivos, es decir, para asegurarse que se den ciertos resultados y no se produzcan otros. Una estrategia es irreflexiva cuando responde a un proceder prácticamente automatizado, sin que pase por un análisis racional, por el contrario, una estrategia reflexiva permite asociar la vía de soluciones a factores estructurales y no a factores puramente externos.

Monereo, Castelló, Clariana, Palma y Pérez (2007) conciben a las estrategias como procedimientos. Identifican como **procedimiento** a cualquier acción que se emprende en una actividad tendiente a un objetivo, dicho procedimiento puede ser algorítmico o heurístico, dependiendo de la seguridad sobre el resultado obtenido y la visión que se tiene sobre la solución, así un **procedimiento algorítmico** asegura que si se ejecuta de manera correcta la obtención de una solución está asegurada pues la solución es de alguna manera visible para quien intenta resolverlo. Los **procedimientos heurísticos**, por otro lado, no garantizan la obtención de un resultado aceptable y esto se debe a que constituyen un abanico de vías de solución (racionalmente posibles); quien intenta resolver el problema deberá elegir un camino y ejecutar acciones de control para saber si efectivamente esta vía lo llevará a una resultado aceptable o por el contrario deberá abandonarlo e intentar con otra alternativa.

El término procedimiento heurístico está asociado íntimamente al término **estrategia** y en este trabajo los consideraremos equivalentes. Podemos notar claramente en la obra de Pólya, Schoenfeld, entre otros, que no utilizan el término estrategia sino heurística, y así la resolución de problemas está íntimamente ligada a la **heurística** (Sigarreta y Laborde, 2005).

En este trabajo consideramos que el rasgo esencial de las estrategias es la participación de la **conciencia** o pensamiento reflexivo racional; esta participación de la conciencia posibilita la

exteriorización (verbal, gráfica) de una justificación sobre la toma de decisión de una heurística en particular ante la resolución de un problema. De esta manera existe la posibilidad de poder “observar” alguna evidencia e identificar el uso de una estrategia en la resolución de problemas.

**Tipos de estrategias para la resolución de problemas.** Las estrategias de resolución de problemas las podemos caracterizar según el origen o fuente de donde el alumno las adquirió o se “apropió” de ellas:

- Estrategias apropiadas de forma espontánea (Rizo y Campistrous, 1999): su origen es indeterminado y no hubo intencionalidad ni en su enseñanza, ni en su aprendizaje; considerando como espontáneo elementos interiores del alumno, donde interviene su creatividad, sus creencias y una parte de racionalidad. Una buena parte de estas estrategias son generalizaciones y analogías pero sin un adecuado control o base racional.
- Estrategias apropiadas dentro del sistema escolar pero no en el área de matemáticas.
- Estrategias apropiadas específicamente como parte del programa curricular del área de matemáticas, pudiendo distinguir:
  - Las enseñadas intencionalmente por el profesor o por algún medio didáctico.
  - Las enseñadas de manera no intencional por parte del profesor y que surgen a través de su práctica docente.
  - Las adquiridas como resultado del trabajo colaborativo (guiado o no guiado) y cuya fuente son otros alumnos.

Algunas de las estrategias de resolución de problemas identificadas son:

- Pifarré y Sanuy (2001): modelado, autointerrogación y análisis y discusión del proceso de resolución.
- Rizo y Campistrous (1999): procedimiento rutinario asociado a un indicador textual; tanteo, operar con los números dado en el texto (tendencia ejecutora) y usar números cómodos (razonables)

En términos generales y procedentes de la obra de Pólya, Schoenfeld y otros autores tenemos algunos **tipos de estrategias de resolución de problemas** (Cruz, 2006):

- **El uso de la analogía**, que consiste en la búsqueda de semejanzas con casos, problemas, juegos etc. que ya se hayan resuelto
- **Simplificación del problema o particularización**, que consiste en pasar de la consideración de un conjunto de objetos dado a considerar un conjunto más pequeño (o incluso un solo objeto) contenido en el conjunto dado.
- **Organización**, codificación, la organización consiste en adoptar un enfoque sistemático del problema que suele ser de gran ayuda enfocar el problema en términos de tres componentes fundamentales: antecedentes, el objetivo y las operaciones que pueden realizarse en el ámbito del problema. Las técnicas asociadas a la organización, pasan por realizar: símbolos apropiados, croquis, gráficos, figuras, diagramas y esquemas.
- **Codificación**, una buena organización suele ir asociada con la elección de una notación o código que organice la búsqueda de posibles caminos hacia la solución. Los lenguajes que resultan útiles en la resolución de problemas son:

- El lenguaje de la lógica,
  - El de las Matemáticas (geométrico, algebraico, analítico, probabilístico etc.),
  - El analógico (modelos, manipulaciones etc. ) y
  - El imaginativo o pictórico (figuras, esquemas, diagramas etc.).
- **Ensayo y error**, consiste en realizar los siguientes pasos:
    - Elegir un valor (resultado, operación o propiedad) posible.
    - Llevar a cabo con este valor las condiciones indicadas por el problema.
    - Probar si hemos alcanzado el objetivo buscado.
  - **Trabajar marcha atrás o considerar el problema resuelto.**
  - **Experimentación**, consiste en considerar el problema como si fuera parte de un experimento en ciencias y ajustar el procedimiento según se vayan evaluando los resultados obtenidos. El objetivo es obtener pautas, regularidades o leyes.
  - **Modificar el problema**, consiste en cambiar alguno de los elementos del problema con la finalidad de simplificar el problema o de hacerlo más comprensible.
  - **Conjeturar**, consiste en iniciar con problemas similares sencillos, teniendo como base una suposición (la conjetura) y a partir de esto avanzar en el problema intentando llevar adelante a la conjetura.
  - **Exploración**, consiste en utilizar la simetría y analizar los casos límite.

Hemos hallado investigaciones similares a la presente aplicadas a estudiantes de nivel básico, por ejemplo “*Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños*” (Aguilar y Navarro, 2000), “*Matemáticas, Resolución de Problemas*” (Echenique, 2006) y “*Estrategias de Resolución de Problemas en la Escuela*” (Rizo y Campistrous, 1999); en educación secundaria, por ejemplo “*La resolución de problemas en la enseñanza secundaria*” (Carrillo, 1998) y “*La Enseñanza de Estrategias de Resolución de Problemas Matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto*” (Pifarré y Sanuy, 2001); y en el NMS, por ejemplo “*La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas*” (Sepúlveda, Medina, y Sepúlveda, 2009) y “*Propuesta Didáctica: La enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas*” (Morales, 2001).

### 3. MÉTODO

Este trabajo tiene la intención de intervenir en el proceso docente a fin de favorecer la apropiación de estrategias de resolución de problemas. En este sentido utiliza el método de investigación-acción originalmente ideado por Kurt Lewin. Sobre las orientaciones que se desprenden de este método sugeridas en Bisquerra (2009) y Elliot (2000) se pueden plantear cinco fases: problematización, diagnóstico, diseño de una propuesta, aplicación de la propuesta y evaluación.

**1. Problematización.** Se trata hacer evidente las incoherencias o inconsistencias entre lo que se persigue y los que en la realidad ocurre.

**2. Diagnóstico.** Consiste en recoger diversas evidencias que nos permitan una reflexión acerca del estado en que se encuentran los participantes en relación con la habilidad de resolución de problemas y la utilización de estrategias.

**3. Diseño de una propuesta de cambio:** Se concreta en una prospectiva, que permite diseñar una propuesta de cambio y mejoramiento, acordada como la mejor. Esta se centra en una

sistematización de problemas para su resolución clasificados en función de las estrategias que implican su resolución. Del mismo modo, se definirá un diseño de evaluación de la misma que permita definir los indicadores y metas que darán cuenta del logro de la propuesta.

**4. Aplicación de la propuesta:** una vez diseñada la propuesta de acción, esta es llevada a cabo por las personas interesadas. Esta propuesta es entendida en un sentido hipotético, es decir, se emprende una nueva forma de actuar, un esfuerzo de innovación y mejoramiento de nuestra práctica que debe ser sometida permanentemente a condiciones de análisis, evaluación y reflexión.

**5.- Evaluación:** todo este proceso, que comenzaría otro ciclo en la espiral de la investigación – acción, va proporcionando evidencias del alcance y las consecuencias de las acciones emprendidas, y de su valor como mejora de la práctica.

#### 4. REFLEXIONES

El primer acercamiento a las estrategias de resolución de problemas matemáticos fue de manera empírica e informal, recogidas de nuestra práctica docente y observaciones indirectas realizadas por otros trabajos de investigación.

El primer reto al tratar de formalizar esta investigación es que si bien existe una gran abundancia de literatura especializada que aborda el tema de manera directa o indirecta, no hay un consenso o estandarización en el uso de los términos. La primera aproximación bibliográfica se centró en publicaciones en español sobre las palabras claves *estrategia*, *resolución de problemas*, *estrategias de resolución de problemas* y *heurística*. Seguido por una segunda aproximación a publicaciones en lengua inglesa sobre las palabras clave *heuristics* y *problema-solving*, la palabra *strategy* ha dado escasos resultados.

#### 5. REFERENCIAS

- Aguilar, M., y Navarro, J. (2000). Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 53 (1), 63-83.
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas, el trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1 (1), 1-9.
- Bisquerra, R. (2009). *Metodología de la investigación educativa*. Editorial Muralla S. A. Madrid. España.
- Carrillo, J. (1998). La resolución de problemas en la enseñanza secundaria. Ejemplificaciones del para qué. *Épsilon*, 40, 15-16.
- Charles, R. y Lester, F. (1982). *Teaching problem solving. What, why, how*. Palo Alto: Dale Seymour Publications.
- Cruz, M. (2006). *La enseñanza de la Matemática a través de la Resolución de Problemas. Tomo I*. La Habana: Educación Cubana.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas, Resolución de Problemas*. España: Gobierno de Navarra, Departamento de Educación.
- Elliot, J. (2000). *La investigación-acción en educación*. Ediciones Morata S. L. Madrid. España.
- Gonzalez, E. (1998). Metacognición y tareas intelectualmente exigentes. *Zetetiké*, 6 (9), 73-87.
- Labarrere, A. (1988). *Vigotski y la educación*. Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M., y Pérez, M. (2007). *Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje, Formación del Profesorado y Aplicación en la Escuela*. Barcelona, España: Colofon.

- Morales, M. (2001). *Propuesta didáctica: La enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, Universidad Autónoma de Nuevo León. Tesis de Maestría no publicada.
- Pifarré, M., y Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las Ciencias* , 19 (2), 297-308.
- Pólya, G. (1965). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. México: Trillas.
- Puig, L. (1996). Un curso de heurística matemática para la formación del profesorado. *UNO* , 8, 83-90.
- Rizo, C. y Campistrous, L. (1999). Estrategias de Resolución de Problemas en la Escuela. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* , 2 (2-3), 31-45.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Nueva York: Academic Press.
- SEP. (2009). *Acuerdo No. 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional del Bachillerato*. Diario Oficial de la Federación, publicado el 16 de octubre de 2008.
- Sepúlveda, A., Medina, C., y Sepúlveda, D. I. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática* , 21 (2).
- Trigo, M. (2008). *La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica*. México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN.