

## LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES LINEALES DE LA FORMA $Y= MX + B$ A TRAVÉS DE SUS DISTINTOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN



Eddie Aram Esparza de la Torre, Carolina Carrillo García  
 arameddie@hotmail.com, cgcarolin@hotmail.com  
 Universidad Autónoma de Zacatecas  
 Avance de investigación  
 Básico

### Resumen

En la práctica docente, nos damos cuenta de que frecuentemente al abordar un tema parece que los estudiantes no han visto nada antecedente a éste y aunque puede haber buenos resultados en el momento mismo de presentar el tema, éstos se esfuman al paso de los días. Con el objetivo de alcanzar un conocimiento significativo en el tema particular de ecuaciones lineales de la forma  $y = mx + b$  realizaremos una secuencia de actividades por medio de la cual se favorezca este tipo de aprendizaje mediante el uso de diversos registros de representación.

**Palabras clave:** *Conocimiento frágil, representaciones semióticas, aprendizaje.*

### 1. INTRODUCCIÓN

La preocupación por mejorar la educación secundaria ha sido una constante en los distintos sistemas educativos del mundo. Debido a ello y a los cambios epistemológicos en torno al concepto de la educación, aunado también a los avances tecnológicos, la creación de nuevas reformas es ineludible. En México, la reforma 2011 en educación secundaria tiene como meta desarrollar estudiantes autónomos y el enfoque está puesto en formar alumnos para la aplicación del conocimiento y en nutrir el trabajo en grupo en vez de la individualidad. Sin embargo, para que una reforma funcione los objetivos planteados deben reflejarse en el aula y el logro de dichos objetivos, depende en gran medida de la posibilidad que tengan los docentes de renovar su práctica de tal manera que los procesos de enseñanza y de aprendizaje resulten relevantes y pertinentes para sus alumnos. (SEP, 2011).

En los propósitos marcados en el Plan de Estudios 2011 se puede leer:

...el conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar para solucionar problemas y reconstruir en caso de olvido; de ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, tanto en relación con el lenguaje como con las representaciones y procedimientos. La actividad intelectual fundamental en estos procesos de estudio se apoya más en el razonamiento que en la memorización (...). Para resolver la situación, el alumno debe usar sus conocimientos previos, mismos que le permiten entrar en la situación, pero el desafío consiste en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación. (SEP, 2011).

Se observa que la tarea fundamental que se busca en los alumnos es el de perseguir el razonamiento del estudiante más que la propia memorización, con la finalidad de llegar a una mejor comprensión del objeto. No obstante, en la práctica docente, nos damos cuenta de que frecuentemente al abordar un nuevo tema parece que los estudiantes no han visto nada antecedente a éste y aunque hay buenos resultados en el momento de presentar el tema, éstos se

esfuman al paso de los días. Llama también la atención el hecho de que a pesar de que el plan de estudios menciona las representaciones, existe escaso conocimiento por parte de los profesores en torno a ellas.

La experiencia docente nos permite observar que existen dificultades en la comprensión de diversos temas matemáticos presentados en el nivel secundaria, se observa especial dificultad en los contenidos que involucran expresiones algebraicas. Contrario a lo que se espera en el Plan de Estudios, y como hemos mencionado ya, la mayoría de los conocimientos adquiridos se quedan en un nivel de conocimiento frágil (Perkins, 1999). Raymond Duval en su teoría de Representaciones Semióticas manifiesta la importancia de la coordinación de diversos registros de representación semiótica al establecer que muchas de las dificultades encontradas por los estudiantes pueden ser descritas y explicadas como una falta de coordinación de registros de representación (Duval, 1993). Es necesaria una interacción entre diferentes representaciones para la formación de determinado concepto, puesto que

Mientras más estructurada esté la red, menos piezas sueltas se extraen separadamente. Recordar una parte de la red implica el recuerdo en su conjunto de la red, reduciendo el número de ítems aislados que deben ser recordados (Hitt, 1996).

Esta investigación tiene por objetivo diseñar una secuencia de actividades por medio de la cual se favorezca el aprendizaje significativo, haciendo que el estudiante trabaje con diversos registros de representación. Al combinar los diferentes registros en las actividades se busca generar una mejor comprensión en los estudiantes creando esa red conceptual a la que hace referencia Hitt. Nos enfocaremos particularmente al tema de funciones lineales de la forma  $y=mx+b$ .

Para guiar nuestro trabajo nos hemos planteado las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Qué tipo de representaciones aparecen actualmente en los libros de matemáticas en educación secundaria, para la enseñanza de gráficas lineales?
- ¿Qué tipo de conocimiento adquiere el alumno con las actividades propuestas en los libros al tratar el tema de gráficas lineales?
- Hacer uso de dos o más registros de representación de manera simultánea y propiciar la conversión entre ellos ¿favorece el aprendizaje significativo?

Se espera lograr que los estudiantes realicen las distintas conexiones entre los diferentes registros de representación semiótica para la comprensión del tema de funciones lineales de la forma  $y = mx + b$ . Entre los aportes esperados se plantea el diseño de una propuesta didáctica que podrá ser utilizada por otros docentes al enseñar este tema.

## 2. MARCO TEÓRICO

Castro y Castro (1997; citado en Blázquez y Ortega, 2001) mencionan que:

Dominar un concepto matemático consiste en conocer sus principales representaciones y el significado de cada una de ellas, así como operar con las reglas internas de cada sistema y en convertir o traducir unas representaciones en otras, detectando qué sistema es más ventajoso para trabajar con determinadas propiedades.

Creemos que ese “dominio” puede verse reflejado en obtener ese conocimiento “aplicable” que se busca según el Plan de Estudios, dejando de ser un conocimiento frágil para convertirse en algo significativo.

Para hacer un análisis del comportamiento de gráficas lineales de la forma  $y = mx + b$  a través de los diferentes registros de representación, la Teoría de Representaciones Semióticas de Raymond Duval nos proporcionará el fundamento teórico primordial adecuado, el cual complementaremos con los diferentes tipos de conocimiento según Perkins.

Presentamos a continuación algunos de los conceptos principales y pormenores de dicha teoría:

*Objeto matemático*: signo, concepto que aparece en la actividad matemática y del que se conocen sus propiedades, operaciones, teoremas, etc.; como los números enteros, las funciones, los límites, los polinomios, las matrices, etc.

*Representaciones mentales*: aquellas que cubren el conjunto de imágenes y las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto.

*Semiótica*: ciencia de los modos de producción, funcionamiento y recepción de los diferentes sistemas de signos de comunicación en los individuos o colectividades. Teoría de los signos. Producción de una representación semiótica.

*Representaciones semióticas*: Son aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica, etc.) que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias reglas y significancia. Es decir, el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles o accesibles a los demás.

*Registro*: Medio de expresión y representación semiótica. Está constituido por signos: símbolos, íconos, trazos, etc.

*Semiosis*: Es la aprehensión o la producción de una representación semiótica.

*Noesis*: Actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto, la comprensión de una inferencia, etc.

La teoría de Duval plantea que las representaciones semióticas utilizadas normalmente en matemáticas, no se generan de manera aislada, sino que pertenecen a sistemas de representación (Peralta, 2002). Es decir, hay una serie de actividades dentro de las diferentes representaciones de un contenido que permiten una vinculación entre ellas, existiendo ese tránsito de una a otra y por ello un mayor nivel de comprensión. Duval, lo establece en los términos siguientes:

...para tener acceso al conocimiento matemático es necesario que los objetos sean representados de diferentes formas (...) para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación debe permitir las tres actividades cognoscitivas fundamentales ligadas a la semiosis:

1. *Formación de una representación identificable como una representación de un registro dado*: enunciación de una frase (comprensible en un lenguaje natural dado), elaboración de un texto, diseño de una figura geométrica, elaboración de un esquema, escritura de una fórmula, etc.

2. *Tratamiento de la representación*: esto es, la transformación de la representación realizada en el mismo registro en que ha sido formulada. El tratamiento es una transformación interna a un registro.

3. *Conversión de la representación*: es la transformación de la representación en una representación de otro registro, conservando la totalidad o una parte solamente del

contenido de la representación inicial. La conversión es una transformación externa a un registro. (Duval, 1993).

Los objetos matemáticos tienen diferentes registros de representación, tales como: Gráfico o geométrico, numérico, analítico o algebraico, pictórico, lenguaje natural. Al realizar las actividades cognitivas el estudiante comprende el concepto matemático. “Estas conexiones entre registros constituyen la estructura cognitiva por la que los estudiantes pueden reconocer el mismo objeto a través de sus diferentes representaciones” (Duval, 1999).

Ligado a lo anterior también está la construcción de conceptos, puesto que mediante los registros de representación es como buscamos la comprensión, comprensión expresada mediante la siguiente explicación:

*Comprensión:* Iniciamos definiendo comprensión en términos de la manera en que la información es representada y estructurada. Una idea matemática o procedimiento o hecho es entendido si su representación mental es parte de una red de representaciones. El grado de entendimiento es determinado por el número y la fuerza de las conexiones. Una idea matemática, procedimiento, o hecho es entendido profundamente si éste está ligado a una red existente con fuertes o más numerosas conexiones. (Hiebert y Carpenter, 1992).

Siguiendo con las bases teóricas de esta investigación, presentamos los diferentes tipos de conocimiento según Perkins:

*Conocimiento olvidado.* En ocasiones, buena parte del conocimiento simplemente se esfuma.

*Conocimiento inerte.* A veces se lo recuerda pero es inerte. Permite a los estudiantes aprobar exámenes, pero no se lo aplica en otras situaciones.

*Conocimiento ingenuo.* El conocimiento suele tomar la forma de teorías ingenuas o estereotipos, incluso luego de haber recibido el alumno una instrucción considerable, destinada especialmente a proporcionar mejores teorías y a combatir los estereotipos.

*Conocimiento ritual.* Los conocimientos que los alumnos adquieren tienen con frecuencia un carácter ritual que solo sirve para cumplir con las tareas escolares. (Perkins, 1999).

### 3. MÉTODO

En primera instancia, tratando de dar respuesta a nuestra primera pregunta de investigación, se realizará un análisis de los libros más usados en Zacatecas de segundo grado de matemáticas, con el fin de observar qué tipo de registros se utilizan en la enseñanza de funciones lineales. De igual forma se analizarán los planes y programas de estudio 2011 para reflexionar acerca del tratamiento que se les da a los registros.

Posteriormente se aplicarán algunas pruebas exploratorias con los estudiantes con el fin de conocer los canales de percepción y estilos de aprendizaje de los alumnos.

Con el análisis de los resultados obtenidos, se diseñará una secuencia de actividades para aplicarla con alumnos de tercer grado y se analizarán los datos obtenidos con el fin de contestar nuestra última pregunta de investigación.

#### 4. AVANCES

En esta presentación se expondrán los avances obtenidos al momento, comprendidos prioritariamente por el análisis de los antecedentes de la investigación. A continuación se presenta, de manera resumida, el análisis hecho de diversas investigaciones:

**Castro, E., Rico, L. y Romero, I. (1997)**

*Objetivo planteado:* Poner de manifiesto la pluralidad de sistemas de representación mediante los que se expresan las estructuras numéricas.

*Metodología implementada:* Empleo coordinado de tres sistemas de representación para números naturales. Trabajó con secuencias numéricas, lineales y cuadráticas.

*Conclusiones a las que llega:* La riqueza y complejidad de las estructuras numéricas necesitan de varios sistemas de representación, las representaciones gráficas son esenciales para comprender determinadas nociones estructurales.

**Guzmán, I. (1998)**

*Objetivo planteado:* Poner en evidencia el rol que juegan los registros de representación en las respuestas de los estudiantes, con respecto a funciones.

*Metodología implementada:* Se realizó un cuestionario de 16 ítems, aplicado a 75 estudiantes de un curso de cálculo diferencial de primer año de la universidad (de 18 a 19 años).

*Conclusiones a las que llega:* El análisis de las respuestas de los estudiantes revela que utilizan un solo registro (algebraico).

**De la Rosa, A. (2000)**

*Objetivo planteado:* Compartir con los maestros algunas ideas que ayuden a formar una cultura computacional (calculadora).

*Metodología implementada:* Implementación del uso de la calculadora graficadora.

*Conclusiones a las que llega:* Existen verdaderos avances en el aprendizaje de las diferentes áreas de matemáticas cuando se emplea esta herramienta.

**Blázquez, S. y Ortega, T. (2001)**

*Objetivo planteado:* Conocer que representaciones se deben utilizar para la enseñanza de concepto límite en educación secundaria.

*Metodología implementada:* Implementación de una secuencia didáctica.

*Conclusiones a las que llega:* El uso de diferentes representaciones favoreció el aprendizaje del concepto límite.

**Gairín, J. M. (2001)**

*Objetivo planteado:* Explorar dificultades y potencialidades que presenta el trabajo en los números racionales positivos para estudiantes en la especialidad de educación primaria.

*Metodología implementada:* Una entrevista estructurada aplicada a 3 alumnos.

*Conclusiones a las que llega:* Los estudiantes constataron que variar las acciones produce nuevos sistemas de representación. Los conocimientos previos de fracción obstaculizan la conexión entre dos significados para una misma representación.

**Ibarra, S.E., Bravo, J.M. y Grijalva, A. (2002)**

*Objetivo planteado:* Estudiar los efectos del empleo de diversos registros de representación semiótica en la enseñanza del cálculo diferencial.

*Metodología implementada:* Ingeniería didáctica. Diseño de una secuencia didáctica con el uso del software *Graphics Calculus*, para la enseñanza de la graficación de funciones en forma paramétrica y obtención de la función derivada.

*Conclusiones a las que llega:* A pesar de tomar a los análisis gráficos como la base de las secuencias didácticas propuestas, cuando los estudiantes y los profesores se enfrentaban independientemente a la resolución de problemas recurrían a los registros algebraicos, sin establecer ningún tipo de conexión con los registros gráficos.

**Peralta, J. (2002)**

*Objetivo planteado:* Se pretende establecer cuáles son las dificultades enfrentadas por los estudiantes, al trabajar con representaciones gráficas, algebraicas y tabulares de una función lineal. Diseño de una secuencia didáctica que ayude a superar estas dificultades.

*Metodología implementada:* La aplicación de un cuestionario aplicado a nueve estudiantes universitarios del área económico-administrativo del segundo semestre de su carrera en el Instituto Tecnológico de Sonora, México.

*Conclusiones a las que llega:* Al tratar la función lineal, la noción de pendiente representa un serio obstáculo para la articulación entre registros. Se revela con mayor fuerza en cierto tipo de conversiones, p. ej. cuando el registro de partida es el gráfico. No sólo revelan un descuido notorio de conversión, sino una confianza excesiva de los estudiantes en procedimientos que han logrado mecanizar.

**González, Ma. T. (2002)**

*Objetivo planteado:* Identificar y caracterizar los diferentes sistemas simbólicos de representación en el campo del Análisis Matemático. Desarrollar un modelo de análisis de libros de texto. Analizar los cambios producidos en dichos sistemas de representación. Describir cada uno de los libros analizados en función de los sistemas simbólicos de representación utilizados.

*Metodología implementada:* Análisis de libros.

*Conclusiones a las que llega:* La introducción de la calculadora gráfica y en general de las nuevas tecnologías, permite disponer de máquinas que automatizan, facilitan y simplifican muchas de las traducciones entre las representaciones funcionales, y permiten, por lo tanto, dirigir más la enseñanza hacia la comprensión de los conceptos que hacia la adquisición de automatismos de cálculo.

**Planchart O. (2002)**

*Objetivo planteado:* Identificar y analizar las dificultades cognitivas de los estudiantes del curso de precálculo de la Universidad Interamericana de Puerto Rico en el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de función. Diseñar módulos acerca de simulación y modelación de las funciones que incluyan actividades para aprehender y reforzar el concepto de función en los cursos de Precálculo.

*Metodología implementada:* Utiliza la metodología de investigación cualitativa.

*Conclusiones a las que llega:* Los estudiantes mostraron dificultades en el manejo de las distintas representaciones semióticas utilizadas en el concepto de función. También tuvieron dificultades con la notación simbólica de la función. Tienen dificultades en la conversión del sistema gráfico al sistema algebraico.

**Hitt, F. (2003)**

*Objetivo planteado:* Analizó la construcción de conceptos desde la teoría de las representaciones por parte de los estudiantes, y en particular sobre la problemática del uso de la calculadora gráfica para la construcción de conceptos en el aula de matemáticas.

*Metodología implementada:* La propuesta de dos actividades a estudiantes en donde no es explícito el camino o algoritmo a seguir con el uso de la calculadora, excel o *Cabri Geometre*.

*Conclusiones a las que llega:* La tecnología sirve como herramienta fructífera para la construcción de conceptos matemáticos, sin embargo, el profesor de matemáticas que rechaza el uso de tecnología afirma que sus alumnos no requieren utilizarla ya que de cualquier modo no les servirá para realizar un proceso algebraico.

### **Segura, S. M. (2003)**

*Objetivo planteado:* Elaborar y poner a prueba una secuencia de enseñanza de calidad sobre el aprendizaje de los objetos sistemas de ecuaciones lineales y su solución.

*Metodología implementada:* Ingeniería didáctica. Basado en las realizaciones didácticas en clase (concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza). Observó 29 alumnas.

*Conclusiones a las que llega:* La mayoría de las alumnas pasaron satisfactoriamente por las fases que propone Brosseau. El trabajo con los tres registros de representación facilitó que el alumno identificara al objeto en todos los registros (verbal, algebraico y gráfico).

### **Nava, J. (2007)**

*Objetivo planteado:* Analizar las acciones que realizan los estudiantes del nivel superior, cuando se enfrentan a actividades en las cuales se pretende que realicen un cambio de registro de representación, algebraico al gráfico, específicamente cuando resuelven inecuaciones.

*Metodología implementada:* Revisión bibliográfica y de Planes y programas de estudio. Análisis de los libros citados en los programas de estudio revisados. Diseño y aplicación del cuestionario Análisis de los resultados.

*Conclusiones a las que llega:* Los resultados de este trabajo confirman la inexistencia del uso del registro gráfico al menos en el tema de inecuaciones, ya que algunos estudiantes no lograron realizar el cambio de representación del registro gráfico a partir del registro algebraico.

## **5. REFLEXIÓN**

Los trabajos analizados utilizan metodología diversa: análisis de libros, cuestionarios, entrevistas, elaboración e implementación de secuencias de actividades, uso de calculadoras graficadoras o de algún software. En su mayoría develan la importancia del uso de diferentes registros de representación y una falta de implementación de ellos en el aula, siendo el registro gráfico el privilegiado por la enseñanza actual.

## **6. REFERENCIAS**

- Blázquez, S. y Ortega, T. (2001). Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(3), 219-236.
- Castro, E., Rico, L. y Romero, I. (1997). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. *Enseñanza de las Ciencias*, 15 (3), 361-371.
- De la Rosa, A. (2000). La calculadora y los sistemas semióticos de representación: Hacia un aprendizaje de los conceptos matemáticos. *Revista electrónica de Didáctica de las matemáticas*.

- Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Hitt, F. (Ed), *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Pp. 173-201.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Traducción presentada en la revista electrónica Síntesis: Sala de Lectura del Periódico Institucional de la Universidad del Valle. Santiago de Cali: Oficina de Comunicaciones de la Universidad del Valle. Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- Gairín, J.M. (2001). Sistemas de Representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación. *Contextos educativos*, 4 (2001), 137-159.
- González, M.T. (2002). *Sistemas simbólicos de representación en la Enseñanza del análisis matemático: Perspectiva histórica*. Tesis doctoral. Colección Vítor. Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Guzmán, I. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de relaciones relativas a funciones: voces de estudiantes. *Relime*, 1(1), 5-21.
- Hitt, F. (1996). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa*. Pp. 245-264. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10 (2), 213-223. Recuperado de <http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/fernandoHitt.pdf>
- Ibarra, S.E., Bravo, J.M. y Grijalva, A. (2002). El papel de los registros de representación semiótica en la enseñanza del cálculo diferencial. *Memorias de la XII semana regional de investigación y docencia en matemáticas*. Hermosillo, Sonora. Recuperado de: <http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XII/Ibarra%20Olmos.pdf>
- Nava, J. (2007). *Un estudio, sobre los registros de representación algebraica y gráfica, de inecuaciones lineales e inecuaciones lineales con valor absoluto*. Tesis de licenciatura. Universidad Autónoma de Guerrero.
- Nieto, N., Viramontes, J. y López, F. (2009). ¿Qué es Matemática Educativa? *CULCyT*, 16-21.
- Peralta, J. (2002). *Dificultades para articular los registros gráfico, Algebraico y tabular: el caso de la función lineal*. Recuperado de: [www.mat.uson.mx/semana/Memorias%20XIII/peralta%20garcia.pdf](http://www.mat.uson.mx/semana/Memorias%20XIII/peralta%20garcia.pdf)
- Perkins, D. (1999a). Las campanas de alarma. En *La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. Traducción de Gabriela Ventureira. Barcelona: Gedisa. pp. 31-51.
- Perkins, D. (1999b). El contenido: hacia una pedagogía de la comprensión. En *La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. Traducción de Gabriela Ventureira. Barcelona: Gedisa. pp. 79-101.
- Planchart O. (2002). *La visualización y modelación en al adquisición del concepto de función*. Tesis doctoral. Instituto de Ciencias de la Educación. Unidad de Matemática Educativa. Cuernavaca, México.
- Segura, S. M. (2003). Sistemas de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica. *Relime* 7(1), pp. 49-78.
- SEP (2006). *Plan de estudios 2006*. México.
- SEP (2011). *Plan de estudios 2011*. México.