

CONCEPCIÓN DE FUNCIÓN, MEDIANTE EL USO DE GEOMETRÍA DINÁMICA



Ángel Homero Flores Samaniego, Adriana Gómez Reyes
 ahfs@unam.mx; orodelsilencio@yahoo.com.mx
 UNAM, CCH Sur; IPN, CECyT 13
 Reporte de investigación
 Medio Superior

Resumen

Las actividades de graficación de funciones en un ambiente de Geometría Dinámica (GD) son de utilidad para que los estudiantes de Bachillerato (edades entre 15 y 18 años) comprendan mejor el concepto de función. En este estudio se obtuvieron evidencias de que los estudiantes adquieren una buena comprensión del concepto de función con respecto a su definición y su gráfica, no así con respecto a sus componentes (en particular con respecto a los conceptos de dominio y contradominio). Se observó, también, que con el software de GD es posible tener una evaluación sobre la definición de función, sus componentes y su gráfica que den pauta para el diseño de intervenciones de retroalimentación. El estudio fue hecho por parte de profesores de Bachillerato en activo y apunta a la conformación del perfil de Profesor Investigador en el aula de Bachillerato.

Palabras claves: *Función, geometría dinámica, gráfica, profesor.*

1. INTRODUCCIÓN

Como parte de los objetivos de la enseñanza está la promoción de una Cultura Básica en nuestros estudiantes que le permita desempeñarse de manera eficiente en el ámbito social, ya sea éste de tipo laboral, académico, artístico, etcétera.

Definimos la Cultura Básica como el conocimiento y las actitudes de un individuo que le permiten adquirir nuevos conocimientos y adoptar nuevas actitudes. Definida de esta manera, la enseñanza de las materias que se imparten en la educación debe contribuir al fomento de esta cultura. El modelo de enseñanza *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* (Flores, 2007) es un intento por aterrizar el concepto de cultura básica en el ámbito de la enseñanza de la matemática. Así, una cultura básica en matemática queda definida a partir de dos aspectos fundamentales:

- Competencias; y
- Cualidades personales.

En el primer aspecto se incluye el desarrollo de un pensamiento matemático, la capacidad de resolución de problemas y habilidad para el uso de tecnología; el segundo aspecto implica el desarrollo de una actitud matemática y el fomento de valores humanos (Flores, 2007; Flores y Gómez, 2009).

Por su parte, el Seminario de Evaluación Alternativa en Matemática (SEAM), creado en 2006 en el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), se ha dado a la tarea de desarrollar un proyecto de Investigación Educativa encaminado a documentar el desarrollo de la Cultura Básica en Matemática. Esto se está haciendo mediante una serie de experimentos de enseñanza y siguiendo una serie de líneas de investigación.

Este estudio forma parte de uno más amplio destinado a determinar la influencia de la GD y de la Modelación Matemática en el entendimiento del concepto de función. Los resultados obtenidos con respecto a Funciones trigonométricas y Modelación Matemática se presentaron como reporte de investigación en la Reunión Latinoamericana en Matemática Educativa realizada en 2011 en Camagüey, Cuba (Avilés, Gómez y Flores, 2011).

En el presente trabajo se presentarán los resultados de un experimento de enseñanza que tuvo el objetivo de determinar el grado de entendimiento del concepto de función cuando se desarrollan actividades de graficación de funciones racionales en un ambiente de Geometría Dinámica (GD).

Se buscó respuesta a la siguiente pregunta: ¿qué aspectos del concepto de función se pueden evaluar con actividades de graficación de funciones en un ambiente de GD?

2. MARCO TEÓRICO

El trabajo tiene como referente el ya mencionado modelo, *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* (AMHM) que es un modelo de enseñanza centrado en el estudiante y su aprendizaje. El Modelo se fundamenta en algunas tesis sobre el conocimiento y su generación planteadas por Dewey (1910) y Vigotsky (1989); en las consideraciones sobre la enseñanza de la matemática dadas por Brousseau (1997) y Duval (1993).

En nuestra concepción, el Marco Teórico debe ser el referente teórico que norme tanto el discurso como las acciones. En este sentido, retomamos del Modelo la metodología de enseñanza que se basa en el trabajo cooperativo y la resolución de problemas con el uso de tecnología.

El concepto de función que propiciamos con las actividades de enseñanza de nuestro experimento se consigna en la rúbrica con la cual evaluamos la actividad final de los estudiantes.

3. MÉTODO

Consideramos el aula de matemática como una comunidad que, en lo general, reproduce las relaciones y las actitudes que se dan en la sociedad de la cual provienen sus integrantes. Para que un miembro de esta comunidad adquiera el conocimiento matemático propuesto es necesario que emprenda las acciones necesarias en un ambiente de comunicación, convivencia armónica y cooperación.

A partir de esta idea el trabajo, en cada sesión del curso, se plantea en parejas con una computadora, y con libertad de discutir su trabajo no sólo entre ellos sino también con los otros equipos.

El estudio se llevó a cabo en dos grupos de cuarto semestre con un aproximado de 18 alumnos cada uno. El experimento tuvo una duración de dos semanas en las cuales se desarrollaron actividades de exploración y graficación de funciones racionales utilizando el software educativo *The Geometer's Sketchpad*.

A continuación presentamos una muestra del tipo de actividades desarrolladas.

Actividad 1) ¿En la siguiente función, para qué valores de a no hay asíntotas? ¿Para qué valores de b no hay asíntotas?

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + a \cdot x + b}$$

Cada equipo debía construir la función con el software y explorar los valores de a y b para responder la pregunta.

En la Figura 1 se presenta la respuesta de uno de los equipos.

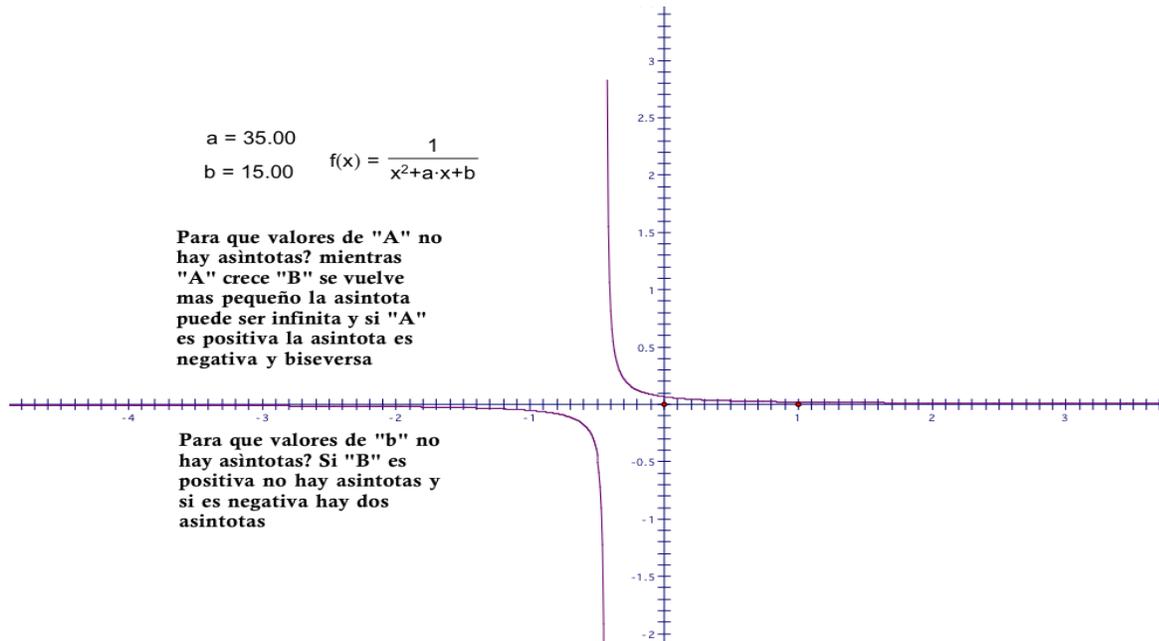


Figura 1

En esta actividad, los estudiantes construyeron la función usando parámetros para a y b , la exploración la hicieron variando primero un parámetro y después el otro. Como se puede apreciar, no están respondiendo la pregunta de manera puntual.

Actividad 2) Describe la función cuya gráfica se presenta a continuación.

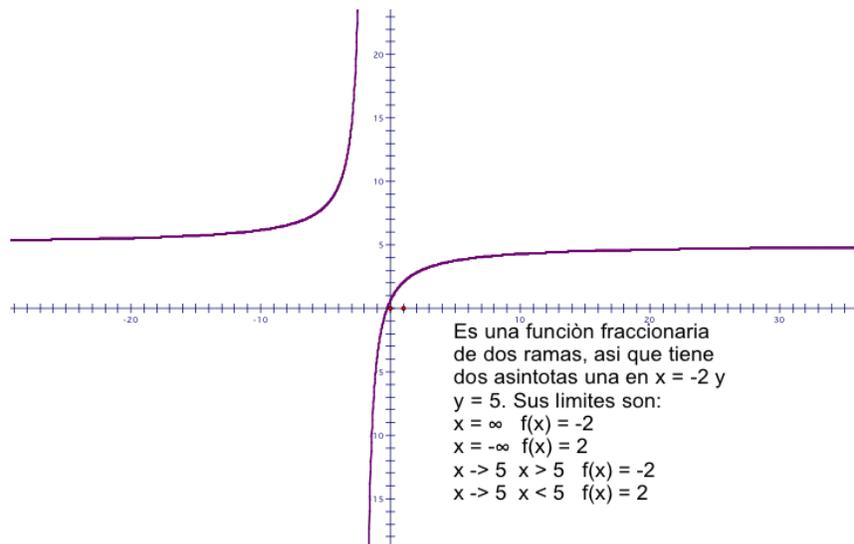


Figura 2

En la Figura 2 se presenta la gráfica a la que se refiere la Actividad (2). Además de la descripción de la gráfica, este tipo de actividades tiene la intención de ir introduciendo la notación que se utiliza en cálculo.

El trabajo final consistió en pedir al estudiante que diera su definición de función y presentara algunos ejemplos de funciones que conociera dando dominio y contradominio.

La mayoría dio ejemplos de funciones lineales y racionales, aunque hubo algunos equipos que dieron, además, ejemplos de funciones con radicales y la función seno. Esto no debe sorprender pues en todo momento tuvieron acceso a Internet. Antes de iniciar la actividad, se puso énfasis en que la definición que dieran debía salir de lo que se había estado trabajando en clase y no debía tomarse de Internet. Aún así, hubo equipos que no lo hicieron. En este caso, se decidió dejar al equipo en el nivel de aprendiz.

Se analizaron las respuestas de 15 equipos tomados de los dos grupos. El criterio de selección fue que tuvieran completas las actividades de las dos semanas. A continuación se presenta la rúbrica que se diseñó para determinar el entendimiento del concepto de función con respecto a actividades de graficación.

ASPECTOS	Experto	Avanzado	Medio	Principiante
DEFINICIÓN	Relación de dependencia entre dos variables, de forma que a cada valor de la variable independiente (x), le asocia un único valor de la variable dependiente (y).	Relación de dependencia entre dos variables.	Relación entre dos variables.	Procedimiento que se realiza a través de una ecuación para resolver un problema y obtener su resultado.
COMPONENTES	Identifica tres elementos o conceptos que caracterizan o definen una función: dominio (conjunto de valores que puede tomar la variable independiente); contradominio (conjunto de valores que toma la variable dependiente); y regla de correspondencia (relación entre las dos variables)	Identifica los tres componentes o elementos de una función pero no siempre identifica correctamente dominio y contradominio	Identifica la función solo como la relación entre las dos variables.	No distingue los elementos de una función.
GRÁFICA	Grafica correctamente una función; conoce y reconoce si una curva pertenece a una función.	Grafica correctamente una función, pero no sabe determinar si una curva dada puede representar o no a una función.	Grafica colocando indistintamente los valores del dominio en cualesquiera de los dos ejes.	Grafica puntos o no siempre correctamente.

Figura 3. Rúbrica sobre el concepto de función.

4. RESULTADOS

En la siguiente Tabla se presentan los resultados del ejercicio final con respecto a la rúbrica.

Aspectos	Experto	Avanzado	Medio	Principiante
Definición	E5, E6, E10, E14, E16, E17, E18	E1, E2, E4, E7, E12	E9	E3, E8, E11, E13, E15
Componentes	E1, E2, E4, E6	E3, E5, E10, E18	E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17	
Gráfica		E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E17, E18	E3, E15	

Como se evidencia de la información que se obtiene de la rúbrica los estudiantes, después de llevar a cabo las actividades de graficación se ubican, en su mayoría, en los niveles experto y avanzado en cuanto a la definición de función. Con respecto a los componentes de una función, dominio, contradominio y regla de correspondencia, la mayoría quedaron en el nivel medio y sólo 4 en el nivel experto; y en lo referente a la gráfica de una función, con excepción de dos equipos, todos se ubicaron en el nivel avanzado.

5. CONCLUSIONES

Las actividades de graficación con ayuda del software de Geometría Dinámica permitieron ubicar a los estudiantes en niveles superiores al de aprendiz, aunque hubiera sido deseable que estuvieran la mayoría en niveles de avanzado o experto.

Por el carácter de las actividades, no fue posible obtener información sobre el nivel experto en cuanto a la gráfica de las funciones. Esta información se obtendrá cuando se analicen los resultados correspondientes al uso de la modelación. Una de las primeras conclusiones a las que se puede arribar es que la Geometría Dinámica permite que el estudiante se ubique, por lo menos, en el nivel avanzado en cuanto a la gráfica de la función.

El hecho de que 5 equipos no logran salir del nivel de aprendiz, implica que hay que hacer una intervención de retroalimentación con respecto a la definición de función. También es posible que este resultado cambie al analizar las actividades de retroalimentación (que se llevaron a cabo posteriormente).

Otra de las conclusiones es que se hace necesario poner énfasis en los componentes del concepto de función, en particular con respecto a Dominio y Contradominio, pues existe confusión en cuanto a los valores que toma cada uno.

Con respecto a la pregunta planteada: ¿qué aspectos del concepto de función se pueden evaluar con actividades de graficación de funciones en un ambiente de GD? Concluimos que es posible tener información sobre la definición de función, sus componentes y su gráfica.

Como se mencionó, este estudio forma parte de uno más amplio, que contempla el uso de la Modelación Matemática como estrategia de enseñanza, por consiguiente, los resultados distan de ser concluyentes. Es necesario tener los resultados de las demás actividades para tener un panorama más claro del avance de los estudiantes.

Consideramos que estos resultados son alentadores y nos motivan a seguir con el diseño de actividades tendientes a mejorar la enseñanza del concepto de función.

Finalmente, este estudio fue realizado por profesores de Bachillerato en activo interesados en vincular la investigación educativa con su práctica docente. Por tanto, representa un ejemplo del tipo de actividades que puede llevar a cabo un profesor-investigador en el nivel pre universitario o bachillerato.

6. AGRADECIMIENTOS

El presente documento forma parte del trabajo del Seminario de Evaluación Alternativa (SEAM) del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) de la UNAM. Cuenta con el apoyo de la UNAM a través de su programa de fortalecimiento de la enseñanza Infocab (Proyecto PB100111).

7. REFERENCIAS

- Ávila Mera, L. (2011). *La modelación en el entendimiento del concepto de función en estudiantes de bachillerato*. Puebla, México: Tesis para obtener el grado de maestría, sin publicar. UPAEP.
- Avilés, F. J., Gómez, A., y Flores, H. (2011) *Funciones Trigonométricas en un Modelo de Enseñanza Centrado en el Estudiante*. RELME 25, del 11 al 15 de julio de 2001, Camagüey, Cuba.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*, Mathematics Education Library, Kluwer Academic Publishers.
- CCH. (2003). *Programa de estudios de Matemáticas. Semestres I a IV. PEA*. México: UNAM.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitive de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5: 37-65 (IREM de Strasbourg).
- Flores, H. (2007). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: modelo de enseñanza centrado en el estudiante. *Acta scientiae* 9(1), 28-40.
- Flores, H., & Gómez, A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*, 21(2), 117-142.
- Gómez, A. (2007). *Evaluación en actividades con uso de tecnología*. México: Tesis de maestría. Sin publicar. CICATA Legaria-IPN.