

## EXPLORACIÓN DE APRENDIZAJES MATEMÁTICOS EN UN DISEÑO BASADO EN LA PRÁCTICA DE OPTIMIZACIÓN EN EL CONTEXTO DE LA INDUSTRIA



---

María Rosa Gorocica Titla, Landy Sosa Moguel  
marosagtitla@gmail.com; smoguel@uady.mx  
Universidad Autónoma de Yucatán  
Reporte de investigación  
Medio superior

### Resumen

En el presente trabajo se reportan los resultados obtenidos en la exploración de un diseño didáctico de matemáticas basado en la práctica de optimización y elaborado con indicadores socioepistemológicos. La atención se centró en el análisis de las nociones y habilidades matemáticas desarrolladas por jóvenes de bachillerato en relación con los indicadores de diseño y la práctica misma. De las soluciones de los estudiantes se concluye acerca del papel de la práctica y del contexto sociocultural como medio para construir conocimiento matemático.

**Palabras Clave:** *Diseño didáctico, optimización, conocimiento matemático.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se circunscribe en el marco de un proyecto de investigación desarrollado con el propósito de analizar y entender los factores que posibilitan la apropiación de conocimiento matemático en escenarios escolares, por medio del diseño y exploración del alcance de unidades didácticas para matemáticas basadas en *prácticas*. Por tal motivo se diseñó y experimentó un conjunto de actividades para optimizar en un contexto de la industria de motocicletas. Dichas actividades componen lo que se ha denominado Práctica Matemática en la Industria.

Se ha hecho evidente que el nivel de aprovechamiento en matemáticas de los estudiantes de bachillerato es deficiente, esto se puede constatar en los exámenes estandarizados donde se obtienen los niveles más bajos de aprovechamiento (PISA, 2009 y ENLACE, 2011). Esto significa que los estudiantes sólo pueden realizar tareas matemáticas básicas que no demandan razonamientos matemáticos elaborados y que casi todos presentan dificultades para resolver problemas en contextos extra-matemáticos, es decir, para transferir sus conocimientos escolares en contextos de la cotidianidad y de otras ciencias. Por tanto, se postula la pertinencia de reorganizar las prácticas de enseñanza incorporando en éstas el análisis del contexto sociocultural del aprendizaje matemático y no solo referentes cognitivos y de contenido temático.

En esta investigación se asume que el aprendizaje matemático es epistémico-conceptual, es decir, que es un proceso perneado por aspectos socioculturales que se entrelazan en forma sistemática con la cognición y con la posibilidad de establecer relaciones matemáticas, a partir de las cuales las personas logran conocer o poseer un conocimiento (Aparicio, Sosa y Jarero, 2011; citado en Pérez, 2011). En este sentido se ha sugerido en distintas investigaciones en Matemática Educativa (Chan, 2011; Pérez, 2011; Sosa, Pérez y Aparicio, 2012) la pertinencia de reorganizar y reestructurar el currículo matemático a partir de un discurso escolar que favorezca la articulación de la matemática, la práctica matemática y la actividad humana, en un escenario donde pernee su dimensión social.

En relación con la construcción de conocimiento matemático en lo escolar, Buendía y Cordero (2005), López (2011) y Pérez (2011) han evidenciado que es posible crear tales escenarios a partir de diseños basados en prácticas como la modelación, optimización y predicción. En particular, en esta investigación se exploró el alcance de un diseño didáctico basado en la práctica de optimización para verificar los indicadores de diseño en relación con la posibilidad de desarrollar conocimiento y habilidades matemáticas. Siendo así, en esta investigación se cuestionó, ¿En qué medida los diseños basados en la práctica de optimización en el contexto de la industria favorecen aprendizajes matemáticos en jóvenes de bachillerato?

## 2. MARCO TEÓRICO

Texto El diseño de la Práctica matemática en la industria se fundamentó en el análisis sistémico de los aspectos epistemológicos, sociales, cognitivos y didácticos asociados al conocimiento matemático, es decir, en la Socioepistemología. En dicha teoría, para el estudio de los fenómenos de producción y difusión de conocimiento matemático se centra la atención en las prácticas generadoras de tal conocimiento más que en los objetos matemáticos, con referentes de análisis en el papel que desempeñan las herramientas, los contextos y las prácticas (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez, 2006).

En diversas investigaciones (Tuyub, 2010; García-Torres y Cantoral, 2009; Cetina, 2011) se ha hecho notar el papel de la optimización como medio para generar conocimiento en prácticas científicas. Se coincide con Tuyub (2010) al afirmar que la optimización es una actividad humana que está regida por una lógica social en la búsqueda de la solución de una situación o problema, permitiendo al individuo utilizar la matemática como medio para la toma de decisiones. Al respecto, Tuyub (2008) y Cetina (2011) señalan que dicha práctica está sujeta a condiciones socioculturales tales como las creencias, concepciones, interrelación personal y experiencias de las personas que intervienen en la realización de dicha práctica y en los usos del conocimiento matemático.

Así, la práctica de optimización se reconoce no sólo como un medio para la transferencia del conocimiento científico al escolar, sino como una actividad humana que en un contexto específico favorece la constitución y funcionalidad del conocimiento matemático; lo cual conlleva una visión escolar de la matemática como ciencia funcional (Cetina, 2011). Por ende, el diseño que se experimentó en el trabajo se basa en la *práctica de optimización*.

## 3. MÉTODO

### 3.1. DISEÑO DE LA PRÁCTICA MATEMÁTICA EN LA INDUSTRIA

La presente investigación cualitativa y experimental, adoptó a la Socioepistemología como referente en el método y fundamento del diseño de las secuencias de actividades (la práctica), en particular, para determinar los indicadores epistemológicos, cognitivos y didácticos relativos a la construcción de conocimiento sobre funciones en torno a la práctica de optimización.

Tras analizar los resultados de investigaciones socioepistemológicas (López, 2011; Cetina, 2011 y Pérez 2011) se obtuvieron los siguientes indicadores para el diseño didáctico con eje en la optimización:

Epistemológicos: 1) *Establecer la práctica de optimización como eje transversal de diseño en la unidad didáctica, en tanto medio para movilizar conocimiento matemático a propósito de actividades humanas tales como tomar decisiones, predecir, explicar y validar; 2) Incorporar tareas tales como: analizar información, modelar, predecir y tomar decisiones en el diseño didáctico; y 3) Dar a la matemática una connotación de argumento para decidir, validar o legitimar un resultado en una situación específica.*

Cognitivo: 4) *La cognición en matemáticas se constituye a partir de las experiencias de un individuo y las condiciones socioculturales en que se sitúa al resolver tareas intra y extra-matemáticas.*

Didáctico: 5) *Reorganizar y reorientar el tratamiento didáctico del contenido matemático a través de la articulación de la matemática, la actividad humana y la práctica en diseños didácticos; y 6) Desarrollar conocimientos matemáticos a partir del establecimiento de relaciones matemáticas en situaciones y contextos específicos.*

La práctica matemática se desarrolló a través de una situación de optimización en el contexto de la industria de motocicletas, que consistió en determinar las condiciones óptimas (presión de inflado, elasticidad y carga que soporta) de un neumático para mantener la estabilidad de cierto tipo de motocicleta.

### 3.2. PARTICIPANTES EN LA EXPERIMENTACIÓN

La exploración del alcance del diseño se realizó con la implementación de la Práctica matemática en la industria a cinco estudiantes de bachillerato de segundo semestre. El género y las edades de los estudiantes fueron:

Población	Edades
3 Mujeres	15 y 17 años
2 Hombres	

Tabla 1. Población de estudio

La experimentación se llevó a cabo en dos momentos: resolución individual y resolución grupal de la práctica. La información se recolectó a través de las hojas de respuestas de los estudiantes, quienes no tenían un acercamiento previo a los conceptos involucrados en la práctica, a saber: función lineal, función inversa y composición de funciones.

## 4. RESULTADOS

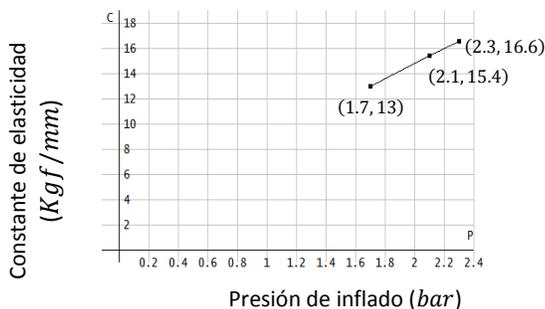
Texto Los resultados obtenidos respecto al desarrollo de conocimientos y habilidades matemáticas se analizan en dos sentidos: la validación de los indicadores del diseño y el papel de la práctica. En las respuestas de los estudiantes se muestra la generación de aprendizaje matemático al construir conocimiento matemático en torno a las nociones que subyacen en la práctica.

En cuanto a la noción función lineal, se observó que los estudiantes identificaron y cuantificaron la variación constante, reconocieron la relación de dependencia entre variables y, codificaron y decodificaron información en distintos registros (gráficos, tablas, ecuaciones, etc.). Asimismo,

asociaron la representación algebraica de una relación lineal con una ecuación de primer grado con dos incógnitas. Además en la interpretación de la representación algebraica la mayoría fue capaz de identificar a la variable dependiente e independiente, aun cuando no fueran representadas con las letras  $x$  y  $y$ . Véase lo anterior en la resolución de las Actividades 5 y 6 de la práctica en el Cuadro 1.

**Instrucción.** Para calcular los valores de la constante de elasticidad en función de la presión de inflado, apóyate en los datos que se muestran en la Gráfica 1 y realiza lo que se te pide.

**Gráfica 1. Registro gráfico de los valores de la constante de elasticidad del neumático**



**Actividad 5.** Asocia y explica la ecuación que corresponda a la relación entre la constante de elasticidad ( $C$ ) y la presión ( $P$ ) que se representa en la gráfica anterior.

- a)  $P = 6C$     b)  $C = 6P$     c)  $C = 6P + 2.8$     d)  $P = 6C + 2.8$

**Actividad 6.** En las pruebas se observó que la motocicleta se mantenía estable cuando la presión de inflado oscilaba entre 2.2 bar y 2.5 bar. Con base en dicha información, determina el intervalo de valores para la constante de elasticidad.

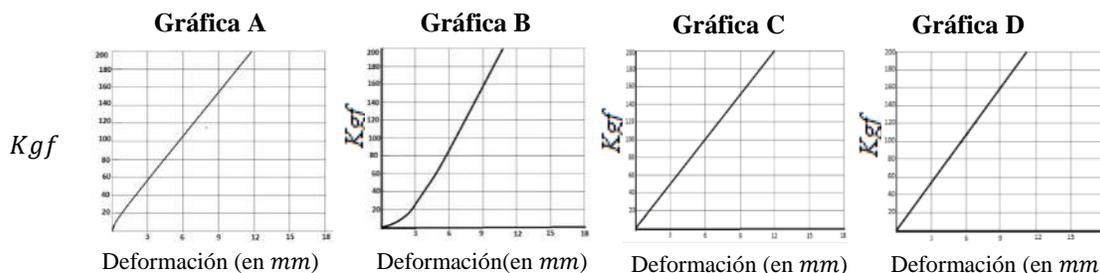
#### Respuestas

- E2:    Actividad 5: " $C = 6P + 2.8$  porque  $C$  es la elasticidad donde igualada a  $6p$  que es la presión que marca los 3 valores y más 2.8 porque son lo que da el resultado"  
 Actividad 6: " Si la presión es de 2.2 la elasticidad va a ser de 15 kgf y si es de 2.5 la elasticidad va a ser de 19 kgf"
- E3:    Actividad 5: " $C = 6P + 2.8$ , porque al sustituir la  $p$  por la cantidad de presión al ejecutar la ecuación de da la elasticidad"  
 Actividad 6:  $(6 \times 2.2) + 2.8 = 16$   
 $(6 \times 2.5) + 2.8 = 17.8$
- E5:    Actividad 5: " Es la a)  $P = 6C$ , porque  $p =$  presión de inflado y  $c =$  a la constante de elasticidad"  
 Actividad 6: 2.2 bar = 16 C  
 2.5 bar = 19 C

Cuadro 1. Respuestas de los estudiantes a las Actividades 5 y 6 de la Práctica Matemática en la Industria

En relación con la función inversa, los estudiantes determinaron la gráfica que modela la relación inversa entre las variables carga y deformación del neumático (Actividad 3, Cuadro 2), así como cuantificaron valores con base en la relación inversa entre ellas, es decir, establecieron de manera intuitiva la relación inversa entre tales variables.

**Actividad 2.** Considerando los valores de la deformación del neumático en la Imagen 1, indica cuál de las siguientes gráficas modela la relación carga en función de la deformación. Explica el por qué de tu elección.



**Actividad 3.** En las pruebas se observó que con una deformación de 6 mm a 18 mm la motocicleta se mantiene estable. Determina el intervalo de valores de carga para esos valores de deformación.

### Respuestas

E1: Actividad 2: “Gráfica C, porque **por cada 100 kgf se deforma 6 mm entonces por 200 sería 12mm como lo muestra la gráfica C**”

Actividad 3:  $\begin{matrix} 100 \text{ kgf} \rightarrow 6 \text{ mm} \\ 300 \rightarrow 18 \text{ mm} \end{matrix}$  de 100 kgf a 300 kgf

E2: Actividad 2: “La gráfica C, porque da exacto el número 12 en la gráfica y son los kgf de 200 sin pasarse o faltarle”

Actividad 3: “Hubo una deformación de 6 mm a 18 mm. Se aplicó más fuerza, un peso más del que tenía y multiplique 300 kgf y el peso de 0.6 mm”

$$\begin{array}{r} 300 \text{ kgf} \\ \times 0.6 \text{ mm} \\ \hline 180 \end{array}$$

E5: Actividad 2: “La gráfica C, porque mientras más peso sea aplicado al neumático más deformación tendrá y que por cada 100 kgf que sea aplicada al neumático tendrá 6mm de deformación.”

Actividad 3: “6 mm de deformación = 100 kgf aplicada” y  
“18 mm de deformación = 300 kgf aplicada”

Cuadro 2. Respuestas de los estudiantes a las Actividades 2 y 3 de la Práctica.

Respecto a la composición de funciones no construyeron expresiones algebraicas o llegaron a formalizarla, pues no se demandaba con tal rigor en la práctica, pero sí lograron establecer la relación entre dos variables asociadas a una tercera variable común, es decir, compusieron numéricamente dos funciones, así como reconocieron dos propiedades de dicha composición: i) que los valores del dominio de una relación funcional deben pertenecer al rango de la otra (véase como E5 modifica los valores de la constante de elasticidad en la Tabla B, Cuadro 3), y ii) que la composición puede efectuarse “asignando” o relacionando los valores de la variable dependiente de una función con los valores de la variable independiente de la otra función que tenga el mismo valor de la variable común (véanse los valores de carga que asignan a los valores de presión en la Tabla C).

**Actividad 8.** Completa las Tablas A y B apoyándote en la información que hasta ahora has obtenido para posteriormente determinar los valores óptimos de carga y presión de inflado.

**Tabla A**

CARGA	302				406	
CONSTANTE DE ELASTICIDAD	13	15.4	16	16.6	17.8	19

**Tabla B**

CONSTANTE DE ELASTICIDAD		15.4	16			19
PRESIÓN	1.7	2.1		2.3	2.5	2.7

**Actividad 9.** Con base en la información de las tablas anteriores, completa la Tabla C a partir de establecer una relación entre la carga y presión de inflado.

**Tabla C**

CARGA						
PRESIÓN						

Respuestas

E1:

Actividad 8:  $13 - 302$   
 $15.4 - 354$

Tabla A

Carga	302	354	367	380	406	432
Constante de elasticidad	13	15.4	16	16.6	17.8	19

Tabla B:  $1.2 - 26$

Constante de elasticidad	13.0	15.4	16	16.6	17.8	19
Presión	1.7	2.1	2.2	2.3	2.5	2.7

Actividad 9

Tabla C

Carga	302	354	367	380	406	432
Presión	1.7	2.1	2.2	2.3	2.5	2.7

$1.2 -$

E5:

Tabla A

CARGA	302	357	371	385	406	441
CONSTANTE DE ELASTICIDAD	13	15.4	16	16.6	17.8	19

Tabla B

CONSTANTE DE ELASTICIDAD	13	15.4	16	16.6	17.8	19
PRESIÓN	1.7	2.1	2.2	2.3	2.5	2.7

Actividad 9

Carga	302	357	371	385	406	441
Presión	1.7	15.4	16	16.6	17.8	19

Grupal

Act 8:

Tabla A

Carga	302	354	367	380	406	432
Constante de elasticidad	13	15.4	16	16.6	17.8	19

Tabla B

Constante de elasticidad	13	15.4	16	16.6	17.8	19
Presión	1.7	2.1	2.2	2.3	2.5	2.7

Actividad 9

Carga	302	354	367	380	406	432
Presión	1.7	2.1	2.2	2.3	2.5	2.7

Cuadro 3. Respuesta de estudiantes a las Actividades 8 y 9 de la Práctica.

Además de tales nociones, los estudiantes desarrollaron habilidades matemáticas como: evaluar los valores de una función o relación funcional (ya sea que esté representada algebraica, numérica o gráficamente) y cuantificar la variación por medio de la regla de tres o el cálculo de diferencias. Este último permitió que los estudiantes fueran capaces de predecir, es decir, calcular valores ulteriores o intermedios de las variables en la situación.

Por otra parte, respecto a la efectividad de los indicadores socioepistemológicos del diseño se obtuvo que el abordar el estudio de la matemática concibiéndola como un todo (no aislada de las aplicaciones de la misma ni con el objeto de algún tipo de desarrollo intra-matemático) y en la realización de una práctica, detonó el empleo de recursos y habilidades matemáticas para predecir y optimizar, así como para dar sentido a dicha matemática y a la actividad del estudiante.

## 5. CONCLUSIONES

De la exploración de la práctica en un escenario escolar, se infiere que la optimización constituye un medio que posibilita a los estudiantes dotar de significado a la matemática que subyace en la práctica. Es decir, un escenario como el generado en la práctica de determinar las mejores condiciones para la estabilidad de una motocicleta, favoreció que las tareas realizadas por los estudiantes adquirieran sentido para ellos y a partir de éstas desarrollen estrategias y nociones matemáticas tales como la aplicación de la regla de tres, la cuantificación de cambio, la noción de variación constante y relación funcional inversa entre variables.

Asimismo, se verifica la pertinencia de considerar en un diseño de aprendizaje matemático, indicadores tales como: desarrollar la matemática a través de una práctica a partir del estudio y establecimiento de relaciones matemáticas para entender situaciones específicas; incluir tareas de predicción y modelación matemática; dar apertura a que los estudiantes empleen sus propias acciones y sus experiencias para analizar las situaciones, así como para desarrollar sus procedimientos y recursos matemáticos; y, en general, guiar el diseño con base en la articulación de la matemática, la práctica y la actividad humana en un contexto específico.

A partir de los resultados de la investigación se concibe que la consideración de aspectos socioculturales (experiencias, la naturaleza de la situación, una razón social de uso de la matemática, etc.) en una práctica detonan el desarrollo de razonamientos matemáticos por parte de los estudiantes y favorece que adquiera significado tanto la matemática como la práctica matemática escolar. Tal contexto sociocultural representa una base para la construcción de conocimiento matemático.

## 6. REFERENCIAS

- Aparicio, E., Jarero, M., Ordaz, M. y Sosa, L. (2009). Discurso y práctica docente en matemáticas: Un estudio exploratorio en bachillerato. *Revista Iberoamericana de educación matemática, UNION*, 18, 58-72.
- Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a Social Practice framework. A Socioepistemological study. *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 299-333.
- Cantoral, R. (2004) Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. En L, Díaz (Ed). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17(1)*, 1-9. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Número Especial. 83-102.
- Cetina, M. (2011). *Formas de constitución de conocimiento matemático en Biología Marina*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.

- Chan, M. (2011). *Prácticas matemáticas de estudiantes en bachillerato. Un análisis sobre su efectividad*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- García-Torres, E. y Cantoral, R. (2009). Estudio de la construcción social del conocimiento matemático en una práctica profesional de ingeniería. En Lestón, P. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 22, 1325-1334. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- López, L. (2011). *Etapas de aprendizaje asociadas al concepto función. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- Pérez, I. (2011). *Unidades didácticas en el área de precálculo. Un estudio sobre la efectividad de organizadores de contenido de contenido*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- Sosa, L.; Pérez, I. y Aparicio, E. (2012). Unidades didácticas en el área de precálculo. Un estudio sobre organizadores de contenido. En Flores, R. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 863-870. México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Tuyub, I (2008). *Un estudio socioepistemológico de la práctica toxicológica. Un modelo sobre la construcción social del conocimiento*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.
- Tuyub, I. (2010). Un papel de la función matemática en la práctica toxicológica. *Abstraction & Application. Revista Electrónica de la Facultad de Matemáticas*. Mérida, Yucatán, México, 21-