

## UNA CATEGORÍA PARA LA MATEMÁTICA ESCOLAR QUE DESARROLLA EN RED USOS DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO



María Esther Magali Méndez Guevara, Francisco Cordero Osorio  
 emendez@cinvestav.mx, fcordero.cinvestav.mx  
 Centro de Investigación y de estudios avanzados del Instituto Politécnico  
 Nacional  
 Reporte de Investigación  
 Medio superior

### Resumen

Se muestra una breve descripción de una categoría de conocimiento matemático para la modelación escolar la cual provoca articular saberes matemáticos basados en la práctica social de modelación. Se reportan algunos análisis de los hechos acontecimientos en una puesta en escena con estudiantes del cobach, los cuales participaron en dos diseños de situación cuya intención fue evidenciar el desarrollo en red de los usos de las gráficas, las tablas de datos y las expresiones de variación lineal y cuadrática que provocan dichos diseños.

**Palabras Clave:** *Usos, red, desarrollo, modelación.*

### 1. INTRODUCCIÓN

En nuestra disciplina, la matemática educativa, los estudios pueden ir desde cómo aprender conceptos matemáticos hasta cómo se usan estos conceptos o sobre lo que antecede a los conceptos y qué provoca su uso, ello dependerá de la postura teórica desde la cual se desarrolle la investigación. La nuestra versa sobre la construcción social del conocimiento matemático, desde la visión socioepistemológica, así concebimos que todo conocimiento matemático aún el más avanzado deviene de prácticas sociales pero además se han dado evidencias de cómo el discurso matemático escolar excluye de una matemática funcional (Cantoral, 2003; Cantoral & Soto, 2010; Cordero 2001). De tal manera que nuestro quehacer esta encaminado al rediseño del discurso matemático escolar con la inclusión de categorías de conocimiento matemático sustentadas en la función de las prácticas sociales explícitas en los usos y desarrollos de conocimiento matemático. En concreto nuestro aporte a la teoría y a la disciplina, es la elaboración de una categoría para la modelación escolar que provoca el desarrollo en red de usos de las gráficas, las tablas de datos, y las expresiones de variación ante diseños que parten de la experimentación. La pregunta que nos hicimos fue cómo provocar el desarrollo de usos de conocimiento matemático en un contexto escolar y que ello conlleve a enlazar saberes matemáticos, ante esta formulamos nuestra categoría para la modelación escolar y rediseñamos actividades que en su momento trataron con lo lineal y lo cuadrático (Arrieta, 2003). Es decir los usos de conocimiento matemático giran en torno de identificar variaciones lineal y cuadráticas.

En este sentido, la investigación que desarrollamos plantea un mecanismos de intervención, la categoría para la modelación escolar, al escenario escolar donde sus actores desarrollen una matemática funcional, que se expresa en la modelación como argumento que desarrollo en red los usos. De modo que desde nuestra perspectiva se reconoce a la modelación como un ente que se mueve en tres planos, uno puramente teórico como práctica social; otro como mecanismo que busca la intervención mediante una categoría de conocimiento matemático, que entreteje el Comportamiento Tendencial de las Funciones (Cordero, 1998 y 2003), la Modelación - Graficación (Suárez & Cordero, 2010) y aquello que Arrieta (2003) llamó la Numeración de los

Fenómenos, esto provee de elementos para caracterizar el desarrollo de usos en la evolución de prácticas (Méndez, 2008); y finalmente para los actores resulta el argumento que articula los desarrollos de los usos.

Así mostraremos grosso modo, los elementos teóricos sobre los cuales descansa nuestra investigación y los de nuestra categoría para la modelación escolar, el eje de los diseños de situación, una descripción de las actividades del diseño y un par de ejemplo del desarrollo en red del uso de la gráfica, la tabla de datos y la expresión de variación para lo lineal y lo cuadrático.

## 2. MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

La socioepistemología desde sus premisas reconoce primordialmente a la función normativa e identitaria (Arrieta 2003) de las prácticas sociales en la construcción social de conocimiento matemático, también se reconoce que estos entes, no se observan, ni se dicen, pero se perciben y se sienten (Covián, 2005), por ello, una forma de estudiar la práctica social es mediante su función en el uso del conocimiento matemático ante situaciones específicas.

Hemos identificado que el uso del conocimiento se entrelaza con un proceso de resignificación (ver figura 1), no como un medio para dar otro significado a algo sino como un proceso de construcción constante. Dicho proceso se sustenta en categorías de conocimiento matemático, cuyos elementos son resultado de epistemologías de prácticas, aquellos elementos no solo de carácter matemático que permitieron la construcción, institucionalización y continuidad de un conocimiento.

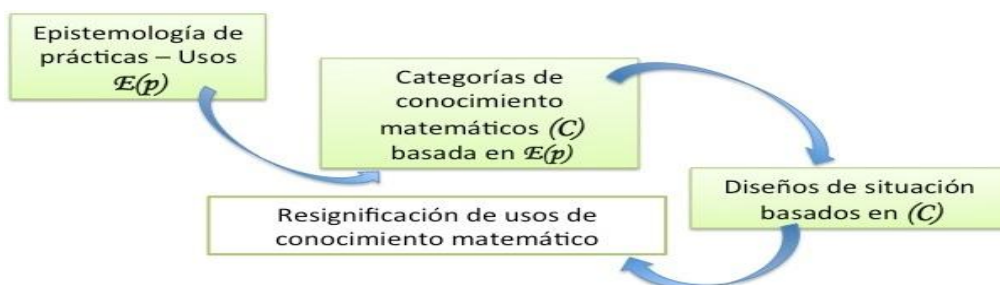


Figura 1. Proceso que sustenta la resignificación de usos

Una epistemología de prácticas, no significa ignorar la epistemología del conocimiento matemático, sino ampliar la mirada en términos de estudiar las interacciones que originan la construcción del conocimiento en un contexto social donde intervienen, a saber, dimensiones cognitivas, didácticas y socioculturales, tal como mencionaron Cantoral y Farfán “las investigaciones con esta postura generan líneas de investigación que tratan con la articulación de la investigación y las prácticas sociales que dan vida a la matemática, por ejemplo de la variación y el cambio en los sistemas escolares” (Cantoral & Farfán, 2003, p. 37).

El constructo categoría se ha explicado desde la visión Socioepistemológica como el argumento que organiza patrones involucrando las condiciones o criterios que favorecen la constitución de ciertos conocimientos matemáticos, permitiendo enlazar la epistemología de prácticas que dieron origen a un conocimiento o bien la epistemología que permita construir un marco de referencia donde un grupo humano pueda construir su conocimiento matemático (Cordero, 1998;2006b)

En investigaciones como las de Arrieta (2003), Cordero (1998), Méndez (2008) y Suárez & Cordero (2010), han caracterizado epistemologías de prácticas, formulado categorías de conocimiento y usado dichos elementos para evidenciar la construcción de conocimiento en escenarios escolares, cada una desde sus propios momentos de investigación, sin embargo, hay una constante, la modelación como práctica social. En este tenor nuestra hipótesis fue que la modelación enlaza categorías de conocimiento matemático de podrían articular saberes matemáticos explícitos para el desarrollo en red de usos.

De ahí que en nuestra investigación articule elementos de las categorías; del comportamiento tendencial de las funciones (CTF), la numerización de los fenómenos (NF) y Modelación-graficación (MG) para caracterizar a la modelación como una categoría de conocimiento matemático que permitirá enlazar y desarrollar usos del conocimiento matemático en la caracterización de comportamientos de variación, lo cual dará elementos que resignifiquen la modelación escolar.

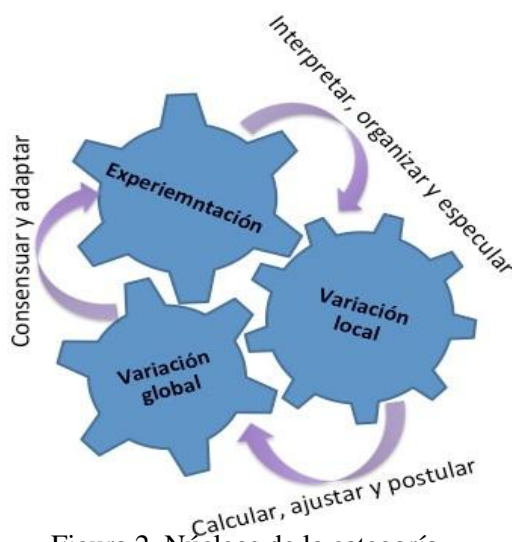


Figura 2. Núcleos de la categoría para la modelación escolar

Por ejemplo, de la categoría de CTF se ha explicado como el argumento gráfico de las funciones, permite identificar y organizar patrones previos al concepto de mismo de función mediante una situación de variación global, justo consideramos este elementos de variación global el cual permite argumentar sobre transformaciones, tendencia y ajustes a una situación mediante la grafica. Mientras que las categorías de MG y NF evidenciaron que el uso de intervalos tanto numéricos como gráficos para explicar y relacionar las cualidades del experimento, es una cuestión de variación local. En estas tres categorías la experimentación cuabyuva con los elementos de variación para lograr una matemática funcional. Por ello es parte del nucleo de la categoría de modelación que hemos formulando.

Este núcleo se emplea en situaciones de aproximación y transformación, para completar un eje que provoque el desarrollo en red de usos de conocimiento matemático.

## 2. Aproximaciones teóricas en Matemática Educativa

Desarrollo en red de usos de conocimientos matemáticos	Situaciones de aproximación y transformación
Resignificación	Los usos de las gráficas, datos numéricos y expresiones analíticas que determinan la variación lineal y cuadrática. Identificación de patrones de construcción y su variación global y local.
Procedimientos	Variación en términos del estado final e inicial de un móvil. Mediante el estudio de razones de cambio se identifiquen tipos de variación y los efectos al cambiar las condiciones iniciales de la experimentación (variación de parámetros). El estudio de la gráfica como un argumento de construcción y distinción.
La experiencia	La caracterización de comportamientos mediante aspectos gráficos y numéricos. La justificación funcional distingue lo que es lineal de lo que no es lineal.
Argumentación	<b>La modelación</b>

Tabla 1. Esquema del desarrollo de usos de conocimiento matemático

Apoyados en los elementos de la tabla 1, rediseñamos (tomadas de Méndez, 2008 y Arrieta, 2003) actividades basadas en la experimentación y pusimos en juego esto con un grupo de estudiantes de entre 16 y 18 años del cobach que cursaban el cuarto semestre. Grosso modo la tabla siguiente muestra el desarrollo de usos que esperamos evidenciar.

Desglose del uso de conocimiento matemático		La elasticidad de los resortes		El plano inclinado
		La elasticidad del resorte	La elasticidad de los resortes	
Situación de predicción	Uso I	Funcionamiento I	Estudio de cambios en datos numéricos. Identificar patrones de construcción. Argumentación sobre la relación de las variables. Bosquejo de las rectas.	
		Forma I	Empleo de métodos de bisección, regla de tres, incrementos por unidad mínima.	
	Desarrollo I	Uso de las tablas y expresiones algebraicas, un acercamiento a la curva como herramienta de análisis global-puntual para determinar cualidades del resorte dadas las gráficas		
	Uso II	Funcionamiento II	Se usan los funcionamientos previos, pero ahora se adecuan a dos variables que intervienen en el mismo experimento. Sucede un análisis de variaciones globales y locales para	

## 2. Aproximaciones teóricas en Matemática Educativa

			determinar una variación puntual. Se extiende el espacio a tres ejes.	
		Forma II	Tablas numéricas: caracterizar la relación entre los patrones de construcción. Gráficas: Variación global-local-puntual. Expresiones analíticas que expresan la variación lineal tomando par a par las variables.	
		Desarrollo II	La gráfica como argumento que transita en la variación global y la variación puntual en la reversibilidad, los espacios como medios de relacionar los elementos determinantes de una situación, la expresión analítica como una herramienta de predicción “precisa”, es decir, se reconocen modelos que describen comportamientos.	
Situación de transformación	Uso III	Funcionamiento III		Las gráficas y tablas numéricas como herramientas de argumentación: estudio de la variación global, local y puntual, para caracterizar comportamientos y cambios en las condiciones de la experimentación
		Forma III		La curva como argumento de variación global y tendencia; la gráfica y las tablas numéricas argumentos de variación local y puntual, para distinguir comportamientos.
		Desarrollo III	Una relación entre las potencialidades de la gráfica y la curva, identificación los patrones de construcción, las condiciones y la tendencia. Un primer acercamiento al comportamiento tendencial.	
	La red de usos de conocimientos que se desarrolla		Las tablas, expresiones analíticas o algebraicas y las gráficas como herramientas de argumentación, análisis, predicción e identificación de variaciones.	

Tabla 2. Un desarrollo en red de usos.

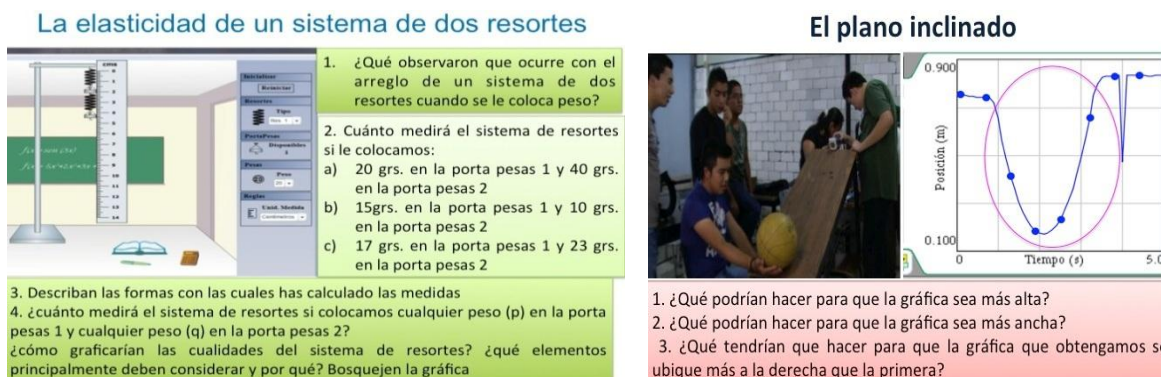


Figura 3. Ejemplos de los diseños de situación

Estos diseños parten de la experimentación y nos apoyamos de instrumentos tecnológicos como: software que simulan la experimentación de la elasticidad de los resortes y calculadoras graficadoras con sensores de movimiento para modelar el movimiento de una pelota cuando rueda por un plano inclinado. Este planteamiento provocó: un reto posible de lograr, el entusiasmo de usar tecnología y un compromiso con ellos mismos para explicarse lo que ocurre en las situaciones.

Nuestro énfasis estuvo en el desarrollo de usos de gráficas, tablas de datos y expresiones analíticas ante las situaciones de experimentación, mientras que la evolución de las prácticas se refleja en la función de los argumentos y la práctica misma pues son lo que provocan el uso y su articulación.

## 5. ALGUNOS EJEMPLOS Y REFLEXIONES

Texto Los ejemplos que mostramos, vienen de haber realizado consecutivamente dos diseños, la elasticidad de los resortes y el plano inclino, las preguntas provocan el estudio de la variación puntual- global- puntual.

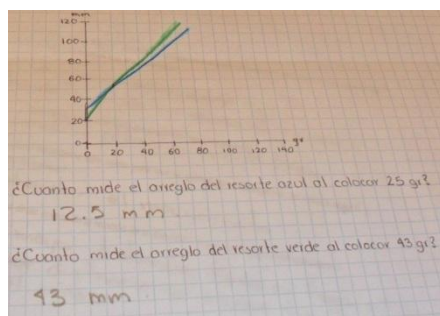


Figura 4. Desarrollo de usos para la variación puntual y global.

Desarrollo I. Se da un desarrollo en términos del uso de gráfica para explicar comportamientos globales según las cualidades del resorte, al momento de poder determinar variaciones explícitas en el uso de reversibilidad como desarrollo de las gráficas ante situaciones de predicción.

El desarrollo del uso de la gráfica, emerge cuando se puede invertir los métodos de construcción, reconociendo las cualidades en la gráfica para identificar un patrón de construcción que les



permita explicar una variación puntual, ellos involucra un análisis de intervalos que deriva en datos numéricos para determinar variaciones puntuales.

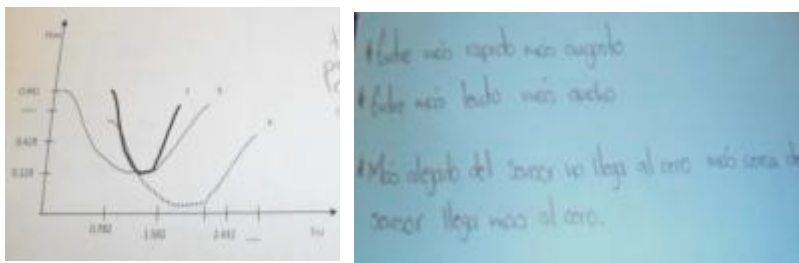


Figura 5. La curva como argumento de variación global

Desarrollo II. La curva como un argumento de variación global que distingue comportamientos lineales y cuadráticos. Se usa la gráfica como la herramienta para explicar las variaciones locales y globales de una situación de movimiento (Figura 5). En este caso lo tendencial surge como un argumento que distingue comportamientos, mostrando otro uso de la gráfica emergente ante las situaciones de transformación.

Al momento seguimos analizando datos, sin embargo, podemos dar algunas reflexiones a manera de conclusión.

Con respecto a la modelación, esta ha mostrado hasta el momento su función como eje que provoca una matemática funcional dado que son los actores quienes discuten, consensan y adaptan los usos de gráficas, tablas y expresiones analíticas en otras situaciones. Sin embargo, hace falta estudiar cómo este eje puede ser aceptado por los docentes y cómo puede sobrevivir en las condiciones del sistema escolar como fuente de construcción de conocimiento matemático.

Además incluir en los métodos de análisis de evidencias, el hecho de que estás adquieren características propias de las experiencia de vida de los actores y las prácticas escolares mismas. Por ello actualmente, desarrollamos un constructo que denominamos comunidad de conocimiento matemático, en donde se reconoce la influencia de la comunidad en la cual se desarrollan los usos y las prácticas que confluyen a saber las del discurso matemático escolar predominante y las que incluimos con los diseños, por lo cual sucede una comunidad de conocimiento.

La categoría de modelación que proponemos transforma a la modelación escolar en una matemática funcional.

## 6. REFERENCIAS

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. (Tesis doctoral no publicada). Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.
- Cantoral, R. (2003). La aproximación socioepistemológica a la investigación en Matemática Educativa [Conferencia]. *XI Conferencia Interamericana de Educação Matemática*. Tema: Educación Matemática & Desafíos y Perspectivas. Blumenau, Brazil: Universidade Regional de Blumenau.
- Cantoral, R. & Farfán, R. (2003). La Matemática Educativa una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(11), 27–40.

- Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1 (1), 56-74.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(2), pp. 103-128.
- Cordero, F. (2006b). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20(1) 59–79.
- Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda: El caso de la Cultura Maya*. (Tesis no publicada de maestría). Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.
- Méndez, M (2008). *Un estudio de la evolución de la práctica: La experiencia de modelar linealmente situaciones análogas*. (Tesis no publicada de Maestría). Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. México.
- Suárez, L. & Cordero, F. (2010). Modelación-graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio sociepistemológico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-II), 319-333.
- Soto, D. & Cantoral, R. (2010). ¿Fracaso o exclusión en el campo de la matemática? En P. Lestón (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 23, (pp. 839-847). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.