

# FENÓMENOS DIDÁCTICOS EN EL ESTUDIO DE LAS FRACCIONES EN SU TRANSICIÓN DE LA ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA<sup>i</sup>

Gaete-Olea, T.<sup>a</sup>, Vidal- Cortés, R.<sup>b</sup>;

Universidad Alberto Hurtado;

correo electrónico: [tanigae@gmail.com](mailto:tanigae@gmail.com), [rvidal@uahurtado.cl](mailto:rvidal@uahurtado.cl)

## Resumen

*Esta comunicación es un avance de tesis de Magíster en Didáctica de la Matemática, centrado en el estudio del fenómeno de desarticulación en la enseñanza de las fracciones en su paso de la Aritmética al Álgebra. Se ha detectado que tanto profesores como alumnos no logran evidenciar la generalidad de los tratamientos aritméticos por medio de procesos algebraicos. Por esto resulta interesante proyectar como foco de investigación la relación entre dos importantes fuentes de comunicación con intencionalidad de enseñanza: los profesores y los textos escolares, con el propósito de analizar como el discurso presente en ellos, en relación a la simplificación y adición de fracciones, puede evidenciar la ausencia de articulación entre estos dos ámbitos. Esta ruptura se corrobora mediante un cuestionario que fue aplicado a profesores activos del sistema y un análisis de libros de texto para identificar cómo desde allí se pueden presentar o no el mismo fenómeno.*

**Palabras clave:** *fracciones, libros de texto, transición de la aritmética al álgebra, transposición didáctica.*

## DE LO ARITMÉTICO A LO ALGEBRAICO

En el quehacer docente, resulta ser un gran salto para los alumnos el paso de la Aritmética al Álgebra, sin lograr una conexión fluida entre ambas subáreas, ya que el tratamiento numérico no resulta fácil y eso se complejiza cuando lo desarrollado en este ámbito de la matemática deben asociarlo a una expresión algebraica que se transforma en algo abstracto para ellos. Esto es respaldado por lo que se menciona en Vega (2012), al referirse a Hiebert y Lefevre (1986), quienes consideran que en el trabajo con expresiones algebraicas es frecuente que los alumnos actúen “sin pensar”, transformando las expresiones por medio de técnicas aprendidas e ignorando sus significados, por lo que resulta fundamental la conjugación flexible del conocimiento conceptual y procedimental.

Por otra parte, el National Council of Teachers of Mathematics (1989) recomendó la introducción del álgebra en los últimos cursos de la escuela primaria; así mismo, en sus Principios y Estándares desde el año 2000 recomienda la introducción del razonamiento algebraico elemental desde los primeros niveles de la escuela primaria. Sin embargo, esto en la realidad nacional no se refleja del todo, ya que recién en 6° básico se introduce el Álgebra, representando generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones, tal como lo plantea el Ministerio de Educación en Chile. Se suma a esto, la necesidad de la enseñanza temprana del Álgebra, la importancia de que los profesores posean conocimiento disciplinar-didáctico acorde a las exigencias del nuevo milenio. En base a esto último, se puede hacer referencia a lo que se plantea en el artículo de Mata (2009), en relación a Pochulu (2004), quien expresa que las equivocaciones cometidas por los alumnos tienen su origen en la falta de tiempo para la apropiación

de los contenidos que se tratan en el nivel medio y en las estrategias de enseñanza utilizadas por los profesores. Lamentablemente, en el quehacer docente se suele enfrentar el error que comete el alumno con lo que supuestamente debe realizar, sin explicar su fundamento matemático, es decir, no se aprovecha la instancia para que en base al error se pueda construir aprendizaje en el alumno.

### **El estudio de las fracciones en el aula**

Al abordar el contenido de fracciones en el aula, se observa que tiende a ser uno de los que produce mayor conflicto y rechazo entre los estudiantes, ya que comenten errores que no son reconocidos fácilmente por ellos y que lamentablemente persisten en el tiempo, el profesor trata de remediarlos, pero a través de una sobrecarga de mecanización sin algebrización. Salazar (2011)<sup>23</sup> se refiere a Escolano y Gairín (2005), quienes mencionan que en un estudio realizado con alumnos españoles de sexto curso de Educación Primaria (12 años), se refleja que cada cuatro estudiantes tres de ellos no comprenden el concepto de fracción y sus operaciones. Esto resulta preocupante, ya que la fracción resulta ser un objeto matemático que está asociado a distintos significados.

Por otra parte, en esa misma conferencia, se menciona a Ríos (2007), quien observó, producto de visitas a escuelas, revisiones de textos escolares y observaciones a profesores, que en las aulas escolares de enseñanza básica y secundaria en Venezuela, predomina en la enseñanza de las fracciones la interpretación parte-todo. Esto no es ajeno al quehacer nacional, pues el estudio de las fracciones numéricas tiende a realizarse de forma pictórica en sus primeros años de enseñanza, por lo que prima este mismo significado, sin embargo, esto implica una dificultad en potencia que el alumno va a enfrentar al momento de estudiarlas en el ámbito algebraico, ya que en esta ocasión se debe hacer un estudio más abstracto, con el supuesto que el alumno ha tenido un alto grado de comprensión de las fracciones no sólo como parte-todo, sino como cociente, razón y operador. Muchas veces esta situación no es remediada por los referentes más directos para los alumnos: profesores, plataformas educativas y/o textos escolares, lo que los perjudica en cuanto a su aprendizaje matemático.

### **La importancia del diseño de los textos escolares**

Tal como plantean algunos autores, el uso de libros de texto con el tiempo pueden ser generadores potenciales de inconsistencias, ambigüedades, omisiones y otros conflictos a la hora de presentar los contenidos matemáticos (Gómez, 2009; Kajander y Lovric, 2009).

El Ministerio de Educación de Chile, a través del sitio web: [www.textosescolares.cl](http://www.textosescolares.cl), plantea que durante el proceso de adquisición de textos escolares se diseña un sistema de operación compuesto por distintos procesos intercorrelacionados, donde uno de los más importantes resulta ser el proceso de Evaluación, cuyo objetivo principal es asegurar que los textos adjudicados cumplan con la calidad y los requisitos técnico-pedagógicos definidos por el Ministerio. A pesar de lo anterior, tal como lo plantea Vidal (2009), el libro de texto como agente participante de la transposición didáctica debe procurar la vigilancia epistemológica de los contenidos, estando esto ausente en los puntos de calidad mencionados por el ministerio y en muchos de los planes de estudio de carreras de pedagogía impartidas en Chile.

### **UN PROBLEMA: LA DEBILIDAD DEL ESTUDIO DE LAS FRACCIONES ALGEBRAICAS**

El estudio de los números racionales, especialmente de forma fraccionaria, suele ser foco de dificultades para los alumnos que ya empiezan a familiarizarse con el concepto en 4° básico, al

---

<sup>23</sup> XIII Conferencia Latinoamericana de Educación Matemática. Recife.

comparar y ubicar fracciones en la recta numérica. Luego, en los posteriores niveles de enseñanza básica (5° y 6° específicamente) y en 1° medio se trabaja el concepto de fracción mediante distintas representaciones gráficas y pictóricas, se verifica la densidad de los números racionales y se resuelve operatoria con expresiones fraccionarias y decimales. Este panorama se complejiza aún más, en el momento que los alumnos de 2° medio se ven enfrentados a operar con expresiones fraccionarias algebraicas, ya que en esta conversión de registro la disposición y entendimiento por parte de los estudiantes se vuelve casi nula, debido a la discontinuidad entre lo aritmético y lo algebraico, a la debilidad en el dominio de la aritmética (en términos de epistemología), dificultades y errores del paso del lenguaje verbal al lenguaje simbólico del álgebra y descontextualización del contenido teniendo sólo una visión abstracta de él.

El distanciamiento temporal en cuanto al estudio de las fracciones aritméticas y las algebraicas produce por defecto una mecanización en el manejo de este objeto matemático, ya que no hay mayores explicaciones en cuanto a su concepto, restricciones y operatoria, sólo se trata de asociar a la mecánica numérica implementada en enseñanza básica, pero ahora con letras.

En base a lo planteado, es que el estudio se focaliza en la pregunta de investigación, ¿cómo se plantean en el discurso de los profesores y de textos escolares los fenómenos didácticos de la transición aritmética y álgebra, en el caso de la simplificación y operatoria de adición de fracciones algebraicas? con el objetivo de: identificar y describir fenómenos didácticos (en cuanto a tareas y técnicas) de la transición aritmética y álgebra, en el caso de la simplificación y operatoria de adición de fracciones algebraicas, en el discurso de profesores y textos escolares; analizar aspectos de similitud y/o diferencia entre el discurso de profesores y de textos escolares en relación a la transición aritmética y álgebra, en el caso de la simplificación y operatoria de adición de fracciones algebraicas; identificar posibles dificultades, obstáculos y errores conceptuales o procedimentales que se pueden evidenciar tras la presentación de la simplificación y adición de fracciones algebraicas.

### **Metodología a utilizar y resultados preliminares**

La investigación es de carácter cualitativo, cuyo diseño descriptivo y exploratorio se basa en la realización de dos estudios de casos, esto es, considerando por una parte la voz de los profesores (que constituye el resultado preliminar de esta comunicación) y un estudio de textos escolares de matemática. La etapa de análisis se enfocará en aquellos elementos, tanto comunes como diferenciadores, de la presentación del objeto matemático en los textos y en los profesores.

En una primera instancia, se ha diseñado un cuestionario dirigido a profesores, el que presenta dos partes (A y B): la primera consiste en 6 preguntas en relación a la práctica docente y la segunda a 8 en relación al objeto de estudio. Este cuestionario fue validado por jueces expertos y posterior a ello se obtuvieron las respuestas por parte de 7 profesores en ejercicio, los que constituyen el primer estudio de casos. En base a esto, se pueden observar los primeros resultados de investigación:

- 6 de los 7 profesores consideran que una fracción numérica es irreducible cuando “no existe un divisor común entre numerador y denominador”, sin realizar el alcance que el máximo común divisor es uno. Sólo uno de ellos lo considera.
- El 100% de los profesores del estudio, al presentarse la simplificación de una fracción algebraica, inmediatamente factorizan y luego simplifican por la técnica del “tachado” los factores en común, sin detenerse en considerar alguna restricción para que el denominador no sea igual a cero. En el caso de la simplificación numérica, todos dividen por un divisor en común, sin realizar la descomposición factorial entre numerador y denominador, la que resulta ser un paso obligado en el contexto algebraico.
- 5 de los 7 profesores, enseña el concepto de mínimo común múltiplo entre dos o más números mediante el uso de la tabla abreviada. En el caso de obtener el mínimo común

múltiplo entre expresiones algebraicas, la totalidad de los profesores factoriza y considera todos los factores distintos con su mayor exponente, sin hacer una relación con la “tabla abreviada” a la que recurre en el ámbito aritmético. Situación similar ocurre cuando se presenta que uno de los denominadores es un número irracional, donde 4 de los profesores expresan el mínimo común múltiplo mediante la multiplicación de los denominadores involucrados en la operatoria y luego amplifican de forma “cruzada” los numeradores. Llama la atención que dentro de las respuestas obtenidas, uno de los profesores señala que ni su mejor alumno lograría desarrollar ese ejercicio.

- Otro fenómeno observado se evidenció al pedirles realizar una adición de fracciones. Los profesores tienden a expresarla en una sola fracción una vez obtenido el mínimo común múltiplo, lo que hace que 5 de los 7 profesores al presentarse la simplificación de la expresión  $\frac{m+2n}{n}$  respondan que es imposible realizarla.

En síntesis, en las respuestas obtenidas, se observa una clara desconexión entre las estrategias o procedimientos utilizados en el tratamiento aritmético y algebraico de las fracciones, siendo en la mayoría de los casos, que redundan la mecanización e invisibilización de su generalización en el contexto algebraico.

En lo sucesivo, estos resultados se compararán con los obtenidos en un análisis de textos escolares que está iniciando su etapa al momento del envío de esta comunicación. Cabe señalar que para tal efecto, se diseñará una matriz para recopilar la información de los libros de texto, que permita concluir si el discurso del profesorado es el mismo o en qué aspectos se diferencia del escrito en los textos, situando esta investigación en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

### **Impacto de la investigación**

Se espera que posterior al análisis de cada uno de los textos se logre concluir la diferencia y similitudes de los discursos con respecto a la simplificación y adición de fracciones algebraicas, los fenómenos didácticos presentes en ellos y anticipar posibles dificultades, obstáculos didácticos y errores que pueden provocar las rupturas epistemológicas observadas en estas fuentes de enseñanza.

### **Referencias**

- De Faria, E. (2006). Transposición Didáctica : Definición , Epistemología, Objeto de estudio. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta – Matemáticas. Universidad de Costa Rica.*
- Mata, L. E. (2009). Deficiencias en la transición de la aritmética al álgebra. II Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales, (págs. 74-80). La Plata.*
- Quispe, W., Gallardo, J. y González, J. L. (2010). ¿Qué comprensión de la fracción fomentan los libros de texto de matemáticas peruanos? PNA, 4(3), 111-131.*
- Salazar, C; Martinic S.; Maz A. (2011). Diseño de una investigación para identificar los significados de fracción que ponen de manifiesto los profesores de primaria en Chile. . XIII Conferencia Latinoamericana de Educación Matemática. Recife.*
- Vega-Castro, D; Molina, M; Castro, E. Sentido estructural de estudiantes de bachillerato en tareas de simplificación de fracciones algebraicas que involucran igualdades notables. Relime [online]. 2012, vol.15, n.2, pp. 233-258. ISSN 2007-6819.*
- Vidal, R. (2009). Las raíces y radicales en libros de texto en Chile. Un análisis de rupturas epistemológicas como aporte a la Didáctica de las Matemáticas. Tesis para optar al Grado de Doctor en Ciencias de la Educación. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.*

---

<sup>i</sup> Este artículo ha sido realizado en base al avance del diseño final del Trabajo de Graduación para optar al grado de Magíster en Didáctica de la Matemática de la Universidad Alberto Hurtado.