

USO DE LA MATEMÁTICA RECREATIVA EN LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES ALGEBRAICAS



Octavio Rosas Arias¹, Lorenza Illanes Díaz Rivera²,
Ángeles Domínguez Cuenca²
A01004509@itesm.mx, lillanes@itesm.mx, angeles.dominguez@itesm.mx
ITESM Campus Estado de México¹, ITESM Campus Monterrey²
Reporte de investigación
Superior

Resumen

En general es muy común que los estudiantes de todos los niveles se enfrenten a la resolución de problemas donde se tenga que construir la ecuación matemática a partir de un determinado contexto, situación que la gran mayoría no logra elaborar de manera acertada; por ello en esta investigación se utilizó la matemática recreativa para coadyuvar al estudiante a desarrollar dichas habilidades, lo cual se comprobó en el estudio de análisis de ganancias desarrollado para el análisis de resultados. Sin embargo, también, es muy cierto que los estudiantes constantemente cometen algunos errores algebraicos, para lo cual se utilizó una clasificación de errores (Socas, Camacho y Hernández, 1998; Socas, 2007) para hacer un análisis cualitativo sobre los resultados investigados.

Palabras clave: *Matemática recreativa, actividades, ecuaciones lineales.*

1. INTRODUCCIÓN

Dentro de la educación mundial resalta el problema del bajo rendimiento académico que presentan los estudiantes en las asignaturas derivadas de la rama de las matemáticas, independientemente del nivel escolar que se curse (Hernández, 2005). En lo que respecta a la resolución de problemas algebraicos, los alumnos presentan especial dificultad para su resolución desde los primeros niveles de educación, (Fernández, 2010).

México no es la excepción, y en lo particular, la institución pública de educación superior, del oriente del Estado de México donde se llevó a cabo la investigación, ha detectado que una de las principales dificultades de los estudiantes en la carrera de Química Área Ambiental es el establecer ecuaciones algebraicas a partir de problemas literales; esto se debe a los complejos procedimientos que se deben seguir, y al aprendizaje memorístico de los estudiantes (Reverand y Orantes, 1995).

Pero ante tal problemática ¿de qué manera el docente puede coadyuvar a los estudiantes para que establezcan de una manera más sencilla la correcta resolución de ecuaciones algebraicas a partir de problemas literales?, para ello Casany (2002) menciona que “el aprendizaje de las matemáticas requiere la manipulación orientada de contenidos, que se entiende como una acción reflexiva sobre los contenidos dirigida a conseguir un objetivo inmediato” (p. 38).

Para esto, la matemática recreativa consiste en presentar materiales en forma de pequeños retos, problemas, que por su carácter lúdico se muestran atractivos a los estudiantes; quienes podrán manipularlos y resolverlos de una manera fácil y con los conocimientos básicos, que pueden ser la base del desarrollo de habilidades y conocimientos que servirán para estructurar nuevos modelos cognoscitivos (Casany, 2002).

En el siguiente apartado se presenta un marco contextual sobre el análisis de la literatura desarrollada por diversos autores que han trabajado con la implementación de la matemática recreativa, y que han servido como base para desarrollar esta investigación; con lo cual se da paso al planteamiento metodológico. Casi al término de éste documento se presentan los resultados obtenidos en la parte experimental de la investigación así como un análisis minucioso y detallado de los mismos. Finalmente, se exponen las conclusiones a las que se llegó después de analizar los resultados obtenidos y haberlos comparado contra lo reportado en la literatura.

2. MARCO TEÓRICO

En la actualidad existen amplias investigaciones que recomiendan el uso de juego y actividades lúdicas (Astorga, 2009; Chamoso et al, 2004; Casany, 2002; Olfos y Villagran, 2001) como estrategias pedagógicas que faciliten el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles educativos; sin embargo, es recomendable que se empleen de forma tal que se puedan considerar material didáctico para la presentación de los contenidos matemáticos, y no como un premio por haber aprendido lo expuesto en la clase, Astorga (2009).

Cuando se decide implementar algún juego dentro del aula como estrategia de enseñanza aprendizaje se debe cuidar que cumplan con las características que los definen, (Chamoso et al, 2004): que sea una actividad lúdica e improductiva; que sea libre; que cuente con reglas propias con límites espaciales y temporales; que posea un resultado incierto de tal manera que el estudiante logre mantener el interés por la actividad.

Entre las investigaciones que se analizaron respecto al uso de juegos y actividades lúdicas como estrategia de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, destacan las siguientes:

- a) El estudio desarrollado por Góngora y Cú (2007), tuvo como escenario una escuela preparatoria en Yucatán, México. El objetivo del trabajo se enfocó en la promoción de estrategias didácticas lúdicas que coadyuvara a los estudiantes del primer grado de nivel medio superior en la disminución de los errores algebraicos. Góngora y Cú (2007) reportan que: 1) la implementación de las actividades lúdicas coadyuva en el logro del objetivo del proceso de enseñanza aprendizaje; 2) eleva el entusiasmo de los estudiantes ante la perspectiva de que lo molesto se volvía entretenido, y lo tradicional se convierte en novedad; 3) facilita en los alumnos la concepción de enunciados aritméticos y algebraicos, así como la generación de un ambiente de cooperación, confianza y libertad que favorece las relaciones humanas entre compañeros; 4) agiliza la habilidad de desarrollo de estrategias de cálculo y resolución de problemas; 5) la promoción de estrategias didácticas lúdicas coadyuvó a los estudiantes del primer grado de nivel medio superior a disminuir sus errores algebraicos.
- b) Chamoso et al, (2004) llevaron a cabo un análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas cuyo objetivo se enfocó hacia el análisis de las consideraciones culturales, educacionales y sociológicas entre otras, para la implementación y experimentación de algunos juegos en el aula. Comprobaron los beneficios de los juegos lúdicos en el aprendizaje de las Matemáticas.
- c) Casany (2002) desarrolló una serie de ejercicios de carácter lúdico que permitieran retar, desafiar y acaparar la atención del alumno de educación media superior, superando de esta forma su apatía hacia los contenidos matemáticos y por ende su desmotivación y fracaso en los mismos.

- d) Fernández (2010) hace una recopilación de actividades lúdicas, que desde su particular punto de vista, pueden coadyuvar a los estudiantes de nivel secundaria en la resolución de problemas algebraicos.

Algunos autores como Olfos y Villagrán (2001), y Casany (2002), opinan que al implementar actividades lúdicas y juegos en la enseñanza del álgebra, facilita en el alumno el desarrollo de sus habilidades matemáticas para la estructuración de ecuaciones algebraicas y de esta forma solucionar problemas cotidianos.

Algunas de las razones por las cuales se deben utilizar juegos en el aula es porque: son consideradas actividades atractivas, estimulan el trato social, ejercitan hábitos y habilidades para emplear los conceptos escolares en actividades de la vida diaria, generan aprendizaje significativo y no requieren de muchos conocimientos abstractos (Casany, 2002; Socas, et al, 1998; Trigueros et al, 1996). Una vez descrito el marco teórico que apoya a la presente investigación se procede a describir el método que se siguió.

3. MÉTODO

Esta investigación se trabajó por el método de enfoque mixto, bajo el esquema de diseños en paralelo. Se empleó una modificación de la prueba elaborada por Trigueros et al (1996) aplicando un pre test y post test, que fueron probados en una prueba piloto,

La experimentación se efectuó con 34 estudiantes de primer cuatrimestre de la asignatura de álgebra, con los cuales se formó un grupo control y un grupo experimental, conformados de 17 estudiantes cada uno. Para ambos grupos se impartieron los temas de solución de ecuaciones lineales y problemas literales con ecuaciones lineales, con la diferencia de que al grupo experimental se les aplicaron 5 juegos lúdicos durante tres semanas. Después de ello se administró el post test con el cual se elaboró un análisis cuantitativo que consistía en prueba de hipótesis para media y varianza, seguido de un análisis de ganancias por pregunta y finalmente un análisis cualitativo utilizando una modificación de la clasificación de errores (Socas, Camacho y Hernández, 1998; Socas, 2007).

Para la evaluación de las categorías de aprendizaje, se siguieron los trabajos de Trigueros et al (1996) y Küchemann (1980), en Juárez (2011), para establecer los siguientes indicadores: variable como incógnita, variable como número generalizado y variable como relación funcional. Para el análisis de errores, se siguió la categorización propuesto por Juárez (2011): a) errores cuyo origen es un obstáculo epistemológico, b) errores cuyo origen en la ausencia de sentido, c) errores cuyo origen se encuentra en actitudes afectivas ó emocionales.

En la fase experimental se implementaron cinco juegos: 1) Chichón Algebraico, 2) Carreras algebraicas, 3) Lotería algebraica, 4) Memorama algebraico y 5) Lo tuyo y lo mío (Alcalá et al 2004, Corbalán, 2002).

En la unidad didáctica de resolución de ecuaciones de primer grado se aplicó un pre test, para ambos grupos, y para el grupo control se implementaron los juegos y actividades lúdicas. Al concluir la unidad didáctica se administró el post test tanto al grupo control como al grupo experimental, con los cuales se obtuvo la calificación de los estudiantes; y posteriormente se calcularon los parámetros estadísticos: media, varianza, intervalos de confianza y pruebas de hipótesis empleando la prueba *t-student* para diferencia de medias y prueba *F-Fisher* para análisis de diferencia de varianza.

Mientras que con las diversas respuestas proporcionadas por los estudiantes, se efectuó un análisis cualitativo y clasificación de los errores, tomando como base la propuesta de Trigueros et al (1996), que consiste en una tabla de doble entrada donde en las entradas verticales se muestran las caracterizaciones de la variable en sus tres generalizaciones: como incógnita, como número generalizado y como relación funcional; mientras que en las entradas horizontales se tienen los errores que más comúnmente cometen los estudiantes: interpretación, simbolización, manipulación, y graficación. A continuación se describen los resultados obtenidos de acuerdo a la aplicación de esta metodología.

4. RESULTADOS

En la figura 1, se muestran los promedios obtenidos por pregunta en el pre test aplicado al grupo control como al grupo experimental. En dicha figura se observa gráficamente que el grupo experimental posee mayor conocimientos, sobre la construcción de ecuaciones a partir de problemas literales, con respecto al grupo control, lo que los hace grupos estadísticamente no comparables con un nivel de significancia $\alpha=0.05$.

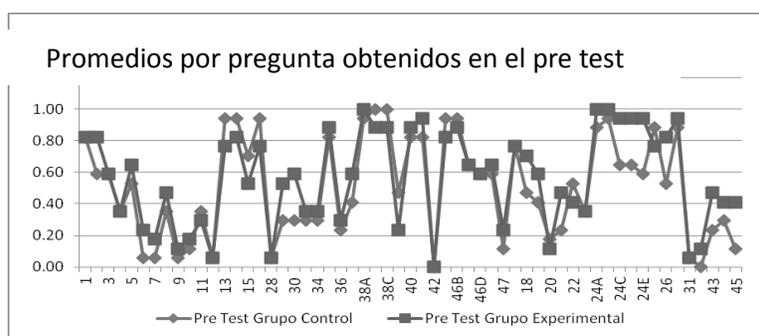


Figura 1. Promedios por pregunta con base al pre test de los grupos control y experimental.

Por lo que se tomó la determinación de efectuar un análisis de ganancias. En la figura 2 se presenta un análisis de ganancia normalizada por pregunta para los estudiantes del grupo control. En dicha figura se puede apreciar que para las preguntas 13, 14, 16, 25, 38A y 46B los alumnos del grupo control obtuvieron una ganancia alta, mientras que para las preguntas 2, 17, 18, 19, 20, 24C, 24S, 24E, 26, 37, 41, 43 y 35 obtuvieron una ganancia media, y en las preguntas 3, 6, 8, 12, 21, 31, 32, 44, 46C, 46E y 47 presentaron una ganancia baja.

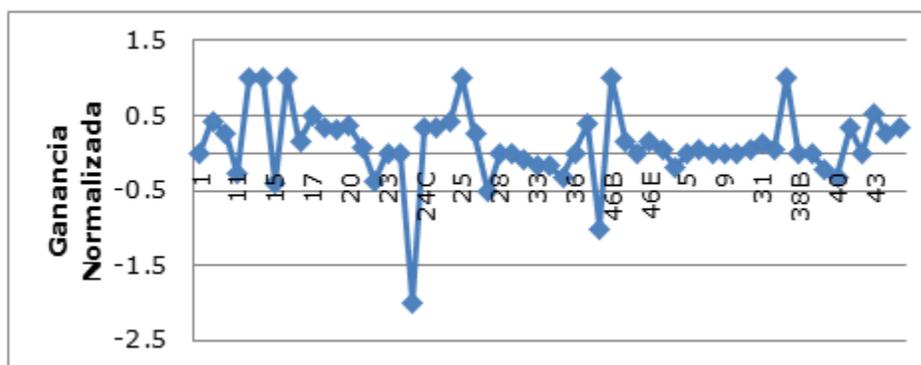


Figura 2. Análisis de ganancia por pregunta para el grupo control

En lo referente a los estudiantes del grupo experimental, en la figura 3 se muestra el análisis de ganancia normalizada por pregunta. Analizando la figura, se puede ver que sólo para la pregunta 46B los estudiantes obtuvieron una ganancia alta, mientras que en las preguntas 1, 2, 3, 5, 8, 9, 11, 13, 14, 17, 26, 39, 45, y 46C se obtuvo una ganancia media; para las preguntas 4, 7, 10, 12, 18, 20, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 44, 46D, 46E y 47 se obtuvo una ganancia baja.

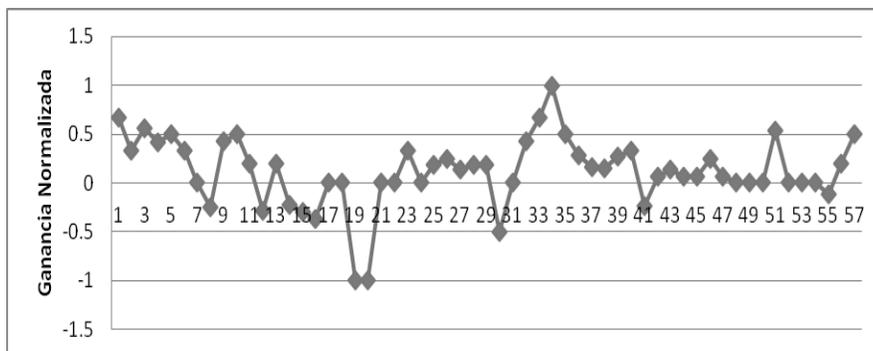


Figura 3. Análisis de ganancia por pregunta para el grupo experimental

Una vez concluido el análisis cuantitativo de las calificaciones obtenidas por los estudiantes de los grupos control y experimental se procedió a realizar un análisis cualitativo, para lo que se utilizó una modificación de la clasificación empleada por Socas (2007) (ver tabla 1).

Como se muestra en las tablas 2 y 3 el error más común, por los estudiantes de los grupos control y experimental, es el 1.1 que corresponde a errores de expresiones sin el signo de igual para representar una situación algebraica. Mientras que los errores de procedimiento, los errores algebraicos y las características del lenguaje algebraico no fueron cometidos por ninguno de los estudiantes del grupo control ni del grupo experimental.

Tabla 1. Clasificación modificada de errores en el Álgebra, Socas (2007).

1 Errores cuyo origen es un obstáculo epistémológico	}	1.1. Errores de expresiones sin igual para representar una situación algebraica
		2.1. Errores del álgebra en las operaciones aritméticas
2. Errores cuyo origen en la ausencia de sentido	}	2.2. Errores de procedimientos
		2.3. Errores de algebra y las características del lenguaje algebraico
Errores cuyo origen en Actitudes Afectivas ó Emocionales		}
	3.2. Actitudes Emocionales	

Tabla 2
Frecuencias por clasificación de errores del grupo control

Tipo de error	Pre Test	Post Test
1.1	84	23
2.1	10	0
3.1	1	0
3.1	9	10

Tabla 3
Frecuencias por clasificación de errores del grupo experimental

Tipo de error	Pre Test	Post Test
1.1	76	37
2.1	1	0
3.1	9	3

Al realizar un análisis de ganancias por estudiante se tiene que el 82.35% de los estudiantes obtuvieron un aprendizaje, el cual se ve reflejado en una ganancia normalizada equivalente al 57.89% de las preguntas, lo que muestra que con la implementación de los juegos y las actividades lúdicas como estrategia didáctica para la enseñanza del álgebra se logra captar la atención y el gusto por la asignatura.

Se logró comprobar que la implementación de los juegos como estrategia de enseñanza aprendizaje en el Álgebra atrae la atención de los estudiantes, lo que se refleja en un mejor rendimiento académico. A continuación se expresan las conclusiones a las que se llegaron con la presente investigación

5. CONCLUSIONES

Ante la pregunta de investigación del presente trabajo, se concluye que las estrategias de enseñanza aprendizaje tradicionales ya no son suficientes actualmente para coadyuvar en la construcción del conocimiento de los estudiantes, por lo que la implementación de los juegos y actividades lúdicas coadyuva a los alumnos a desarrollar y reforzar sus habilidades en la resolución de ecuaciones algebraicas a partir de problemas literales.

Con la aplicación de los juegos, actividades lúdicas, se observó que los estudiantes muestran un interés en la asignatura, sin embargo es conveniente que para investigaciones futuras, se tomen en cuenta las siguientes recomendaciones:

- Verificar que las muestras control y experimental sean completamente homogéneas, es decir que sean muestras estadísticamente comparables.
- Implementar los juegos, actividades lúdicas, de manera individual, ya que al trabajar una pareja contra la otra conlleva a que uno de los integrantes de cada pareja quede como espectador y el otro efectúe directamente la actividad.
- Apoyarse de otros profesores en la aplicación de los juegos, actividades lúdicas, ya que hay momentos en los que surgen dudas en diferentes jugadores y el retraso de atención provoca que se distraigan
- Implementar completamente el temario de la asignatura con juegos y actividades lúdicas, lo que puede propiciar un mejor aprendizaje significativo en la resolución de ecuaciones algebraicas a partir de problemas literales.

Implementar lecturas algebraicas como actividades extra clase que coadyuven a que los estudiantes desarrollen el manejo apropiado del lenguaje algebraico.

6. REFERENCIAS

- Alcalá, M. Aldana, J. Alsina, C. y otros. (2004). Matemáticas re-creativas, Editorial Laboratorio Educativo. Editorial GRAO, de IRIF, S.L
- Astorga M. A. (2009). El juego en la enseñanza de la matemática. *6to Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora.*, Instituto Tecnológico de Costa Rica. San José Costa Rica: Barrio Amón.
- Casany, J. (2002) La matemática recreativa como herramienta didáctica. *Cuadernos de pedagogía*, (313), pp. 38-41.
- Chamoso, J., Durán, J., García, J., Martín, J. y Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas, *SUMA*, 47, 47-58.
- Corbalán, F. (2002). *Juegos Matemáticos para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, S.A.: Madrid, España.
- Fernández, B. (Febrero, 2010). Enseñanza del álgebra: Metodología y recursos. *Revista digital innovación y experiencias educativas*, S. 27, pp. 1-8.
- Góngora, L.C., Cú Balan, G. (2007) Las estrategias de enseñanza lúdicas como herramienta de la calidad para el mejoramiento del rendimiento escolar y la equidad de los alumnos del nivel medio superior. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. 5(5e) recuperado en <http://www.rinace.net/arts/Vol5num5e/art8.pdf>.
- Hernández, A. (2005). El rendimiento académico de las matemáticas en alumnos universitarios. *Encuentro educacional*. 12 (1), 9-30.
- Juárez, J. A. (2011). Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*. 76. pp. 83-103
- Olfos Ayarza, R.; Villagrán C., E. (2001). Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al Álgebra. *Integra*. 5. Recuperado de http://www.uvm.cl/educacion/publicaciones/integra/Integras/Integra_05/07-olfos-villagran.pdf
- Reverand, E. y Orantes, A. (1995). Iatrogenia docente: identificando elementos de la pedagogía de la obstrucción en la subcultura de la enseñanza de la matemática. *Investigación y posgrado*. 10(2), 11-25.
- Socas R., M.; Camacho M., M.; Hernández D., J. (1998). Análisis didáctico del lenguaje algebraico en la enseñanza secundaria. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*. (32), 73-86.
- Socas, R., M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde un enfoque lógico semiótico. *Investigación en Educación Matemática XI*. (S.N.) pp. 19-52.
- Trigueros, M.; Reyes, A.; Ursini, S.; Quintero, R. (1996). Diseño de un cuestionario de diagnóstico acerca del manejo del concepto de variable en el álgebra. *Enseñanza de las Ciencias*, 14(3), 351-363.