

## SECUENCIA DIDÁCTICA DE SUMA DE FRACCIONES A PARTIR DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA Y CONCRETA



Juan Manuel Salas Martínez  
 juanmanuelsalasmartinez@hotmail.com  
 Colegio la belleza los libertadores  
 Experiencia didáctica  
 Medio Superior

### Resumen

Vincular la idea de fracción y su comprensión desde la representación simbólica, impide a los estudiantes entender las relaciones matemáticas implícitas que están detrás del algoritmo. La suma de fracciones debería inducir, a la construcción de los atributos de la fracción en su interpretación parte todo. Esta investigación tiene como objetivo dar a conocer una secuencia de actividades sobre la suma de fracciones, desde la representación gráfica y concreta, mediante el método de estudio de caso, diseñadas con el fin de evidenciar en los estudiantes la recontextualización y resignificación del proceso llevado a cabo para desarrollar el concepto de suma de fracciones. Al finalizar la secuencia didáctica pudimos evidenciar que los estudiantes se apropiaron del concepto de suma de fracciones, a partir de la resolución de las actividades propuestas.

**Palabras clave:** *Secuencia, fracciones, representación gráfica, concreta.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Las indagaciones con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones en grado séptimo, realizadas en las Instituciones Educativas Distritales John F. Kennedy y San Bernardino, mostraron que la falta comprensión de la suma de fracciones en los estudiantes está vinculada con el poco trabajo en el contexto continuo y discreto, priorizando la falta de sentido que se le da al algoritmo desde la interpretación parte-todo, donde el manejo incorrecto de los procesos algorítmicos es generado a partir de los esquemas aritméticos previos, ya que durante la primaria el estudiante ha profundizado sobre el conocimiento del número natural, la ruptura de la unidad no es objeto de discusión y mucho más su conceptualización.

Respecto al manejo algorítmico, el cual está ligado a la comprensión del concepto de suma de fracciones, en general, los estudiantes presentan dificultad cuando las fracciones tienen distinto denominador, porque se adentra en otra perspectiva diferente al algoritmo común utilizado para sumar dos naturales, además de ello involucra procesos multiplicativos.

Lógicamente, si el niño está manejando reglas sin ningún sentido para él, resulta bastante natural que a lo largo del tiempo, deje de utilizarlas y las sustituya por otros procedimientos más «naturales» o, que olviden o modifiquen algún paso en el algoritmo, convirtiéndolo así en un procedimiento erróneo. (Llinares & Sánchez, 1988, p.132)

Cuando los estudiantes vinculan la idea de fracción y su comprensión desde el modelo simbólico les impide entender las relaciones matemáticas implícitas (de donde viene o que justifica una manera particular de operar) que están detrás del algoritmo, ya que cuando se introducen para el trabajo en el aula los modelos concretos se ve que no toman en cuenta la relación parte-todo, el manejo de los atributos no se considera como una consecuencia lógica del concepto sino como una simple mecanización sin sentido.

La razón de que estos algoritmos se pueden convertir en reglas sin sentido puede ser debida a una introducción demasiado temprana en la escuela (traslación demasiado rápida hacia el manejo de símbolos sin la existencia de un esquema conceptual), pero también en algunos casos por una introducción desvinculada de un fundamento suficientemente concreto y natural a la operación (“falta de la existencia de un modelo de comprensión”). (Llinares & Sánchez, 1988, p.133).

La suma de fracciones debería inducir a la compilación de los atributos de la fracción en su interpretación parte-todo, dotando de significado al algoritmo, es decir, poder establecer el correlato entre el trabajo a nivel de los símbolos y la representación gráfica en contexto continuo y discreto, es por ello que diseñamos una secuencia de actividades, enmarcada en la siguiente pregunta de investigación ¿Cómo llevar al aula una propuesta de actividades que permita a los estudiantes de grado séptimo dotar de significado y sentido a la suma de fracciones desde la interpretación de medida en contexto continuo y discreto? Con el siguiente objetivo: Diseñar, implementar y analizar una secuencia de actividades orientada a estudiantes de grado séptimo en torno a la suma de fracciones desde la interpretación de medida en contexto continuo y discreto.

## 2. MARCO TEÓRICO

Bajo los requerimientos legales es indispensable informarse y desarrollar nuevas tendencias hacia la búsqueda de calidad en la educación, es por ello, que al momento de crear una secuencia de actividades es necesario tener en cuenta algunas pautas que permitan un desarrollo óptimo.

Las fracciones desde la interpretación como medida es una aproximación al número racional, dándole sentido y significado al trabajo en el desarrollo del pensamiento numérico y los sistemas numéricos, ampliando el trabajo en los diferentes universos numéricos por medio de estrategias para la resolución de problemas.

Según los Lineamientos Curriculares del año de 1998, algunos de los propósitos generales del currículo en matemáticas, son:

- Estimular a los estudiantes y crear situaciones en las que ellos puedan poner en juego sus ideas, inventar otras y descubrir.
- Desarrollar en los estudiantes una sólida comprensión de los conceptos, procesos, estrategias básicas de la matemática e igualmente la capacidad de utilizar todo ello en la resolución de problemas.
- Contribuir al desarrollo del lenguaje y la comunicación matemática en los estudiantes para que puedan comunicar oral, escrita y gráficamente sus ideas y experiencias matemáticas.
- Contribuir a que el estudiante logre el excelente desarrollo de sus etapas de aprendizaje.

Por ésta razón, es importante presentar a los estudiantes una serie de actividades con las cuales se identifiquen y puedan encontrar el sentido al trabajo matemático que vienen realizando, donde desarrollen los procesos generales para el aprendizaje propuestos por el Ministerio de Educación Nacional: resolución y planteamiento de problemas, razonamiento, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación.

Es necesario iniciar este proceso a partir de la interpretación parte-todo, ya que esta interpretación es de las más intuitivas, tal como lo afirma Llinares y Sánchez (1988). Al iniciar la secuencia de actividades en torno al concepto de fracción como relación parte-todo en un primer momento, la fracción viene a ser lo que relaciona las partes y el todo o unidad, ya sea en contexto continuo o discreto, la fracción sugiere una acción como lo afirma Freudenthal (1973, citado en Llinares & Sánchez, 1988) y estas acciones hacen parte del trabajo previo que se le debe proponer al estudiante.

Como lo propone Llinares (2003) las representaciones deben ser una herramienta para generar la competencia matemática y los estudiantes deben hacer uso de ellas para llegar a un fin al interpretar y darle sentido a las distintas representaciones.

En la relación parte todo se encuentra el origen de las demás interpretaciones del número racional... su uso la convierte en generadora de lenguaje y símbolos que van a construir la base y el origen del trabajo con las demás interpretaciones. (Llinares & Sánchez, p.83)

Llinares y Sánchez (1988) consideran un tratamiento intuitivo y concreto que se da al inicio de la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, yendo en contra de aquellos enfoques que parten a enseñar las fracciones a partir de los operadores o tratamiento numérico algorítmico de las fracciones; siendo consciente que allí también se debe llegar pero en la etapa final de la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, sosteniendo que los procesos algorítmicos son procesos de síntesis individual útiles para la resolución de situaciones problemáticas, más no reglas para ser utilizadas.

#### *Modelo recursivo de Kieren*

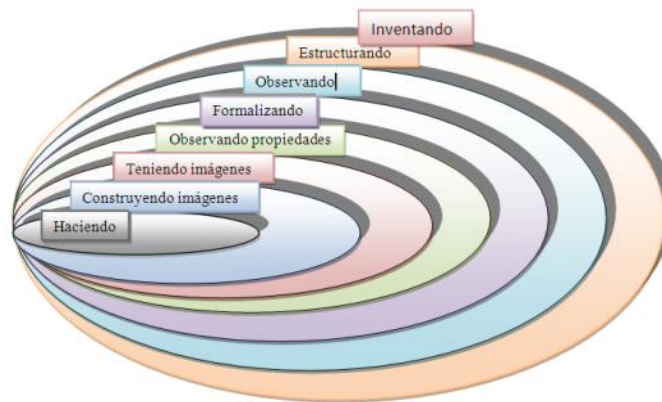


Figura 1. Mapa recursivo de Kieren

La Figura 1 muestra el esquema de Kieren que propone siete etapas para dar a conocer la fracción desde la representación gráfica, las cuales son: haciendo, construyendo imágenes, teniendo imágenes, observando propiedades, formalizando, observando, estructurando e inventando. Estas etapas se consideraron de gran importancia para el diseño y análisis de la secuencia de actividades teniendo claro que para grado séptimo se espera abarcar el desarrollo hasta la cuarta etapa, puesto que para las últimas se necesita un nivel más avanzado, el cual no se profundizará en la propuesta.

Kieren (1993, citado en Llinares, 2003) propone que la manera de entender las formas de conocer los números racionales radica en las relaciones que se pueden establecer entre los primeros tipos de conocimientos, refiriéndose a la manera en que las representaciones y el lenguaje utilizado ayudan a dotar de significado a los símbolos.

Reconstruir la unidad y dividir un todo en partes equivalentes es de suma importancia para iniciar con el reconocimiento de las fracciones desde la relación parte-todo, de igual manera como lo propone Llinares (2003) y la idea que sostiene Kieren (1993, citado en Llinares, 2003). “Las actividades de comunicar y explicar lo realizado ayudan en el proceso de observar semejanzas y patrones en las acciones y símbolos utilizados” (Llinares, 2003, p. 202).

### 3. MÉTODO

La presente propuesta de investigación se puede denominar de tipo cualitativo donde utilicé el método de estudio de caso. Nos centramos en la suma de fracciones desde la interpretación de medida en el contexto gráfico y discreto.

La investigación se realizó en Escuela Pedagógica Experimental (EPE) en Colombia, esta escuela se caracteriza por las investigaciones y propuestas educativas, como se observa en los objetivos planteados por el plantel.

La EPE plantea como un elemento importante y crucial en su quehacer, partir de las realidades de alumnos y maestros enriqueciéndolas. Esto significa, valorar las inquietudes y deseos para a partir de allí adelantar actividades en las cuales se pongan en juego diferentes formas de ver y de sentir que conduzcan mediante la reelaboración y recontextualización permanente a la elaboración del sentido. (Escuela Pedagógica Experimental, s.f., p. 1)

Este hecho permitió desarrollar la propuesta de investigación con total disposición por parte de profesores y estudiantes, teniendo en cuenta las actividades características de la EPE como lo son “la formulación de proyectos, la configuración de grupos de estudio, el desarrollo de eventos y las actividades cotidianas, inmersas en el protagonismo individual y el juego” (Escuela Pedagógica Experimental, s.f., p. 1). La población seleccionada para realizar las intervenciones fueron los estudiantes del al grado séptimo (equivalente al segundo grado de secundaria para México).

Se seleccionaron 6 estudiantes para hacer un seguimiento de los procesos llevados a cabo en cada una de las actividades. Los estudiantes seleccionados fueron elegidos, a partir de características académicas, bajo el criterio de la profesora titular del área de matemáticas, se seleccionaron 2 estudiantes de nivel académico alto, 2 de nivel medio y 2 de nivel bajo.

Los estudiantes a los que se les aplicó las pruebas se encuentran entre los 11 y 13 años de edad aproximadamente. Con características emocionales y familiares estables en general. Se realizó con los seis estudiantes seleccionados un seguimiento especial, para analizar los procesos puestos en juego de cada uno en las diferentes actividades propuestas teniendo en cuenta que “para la EPE, lo más importante es que las aproximaciones de niños y jóvenes al conocimiento, sean procesos colectivos, de especulación y de vivencias que les permitan construir un mundo y entender la existencia de múltiples realidades” (Escuela Pedagógica Experimental, s.f., p. 1).

La Figura 2 muestra la secuencia de actividades de la investigación, donde se partió de la interpretación de medida, iniciando el trabajo en cada una de las actividades a partir de la representación concreta y gráfica, primordialmente, también, se presenta la correspondencia a la representación verbal y simbólica.

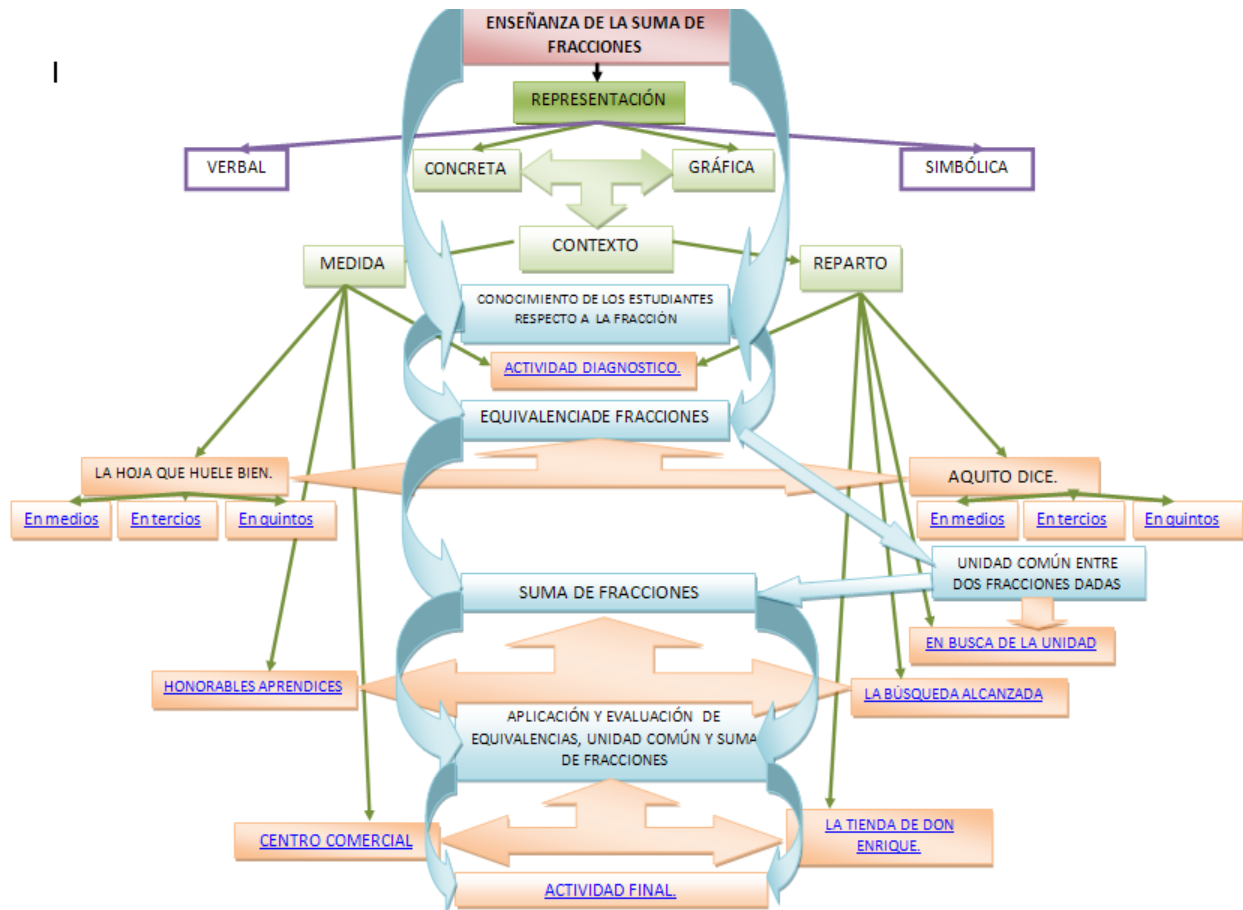


Figura 2. Mapa general de la secuencia de actividades.

Al lado izquierdo de mapa se observa el nombre de las actividades propuestas en contexto continuo y al lado derecho del mapa se observa el nombre de las actividades propuestas en contexto discreto, en el cuadro azul se muestran los temas a tratar en cada una de las actividades iniciando con la indagación del conocimiento de los estudiantes respecto a la fracción a partir de la interpretación de medida en contexto continuo y discreto. Se continúa con el reconocimiento de las equivalencias de la fracción en medios, tercios y quintos. Luego se trabaja el reconocimiento del común de las partes de la unidad y la suma de fracciones.

Por último, se pretende evaluar todas las estrategias y conceptos que se profundizaron en las actividades anteriores sobre las equivalencias, el común de las partes de la unidad y la suma de fracciones. Finalmente, se da a conocer una propuesta mediante una actividad diseñada para que los estudiantes relacionen la suma de fracciones a partir de la interpretación de medida con el algoritmo.

A modo de ejemplo se presenta la actividad “La hoja que huele bien” como se muestra en la Figura 3, cuyo objetivo general fue *identificar las estrategias que utilizan los estudiantes cuando*

trabajan las equivalencias de la fracción en contexto continuo a partir de la representación concreta y gráfica. Esta es la primera actividad que hace parte del desarrollo de una mirada a la suma de fracciones desde la interpretación de medida en contexto continuo y en contexto discreto, comenzando con el proceso de equivalencias entre fracciones, trabajando mediante plegado, siendo fundamental el trabajo a partir de la representación concreta y su correspondencia a la representación gráfica, simbólica y verbal.

Para desarrollar la presente propuesta vemos de vital importancia iniciar con el trabajo sobre equivalencias, debido a que es necesario que el estudiante simplifique y amplifique fracciones desde la representación gráfica y concreta, y de esta manera encuentre partes comunes de la unidad como aspecto fundamental para que posteriormente haga un buen trabajo con la suma de fracciones. Así, a partir del trabajo con equivalencias el estudiante comienza a manejar algunos conceptos previos de la relación parte todo como lo es identificar la unidad, estimar la unidad como algo divisible, identificar la congruencia de las partes que componen la unidad y conservar el todo (Linares & Sánchez, 1988).

LA HOJA QUE HUELE BIEN

Nombre: \_\_\_\_\_

Akito un niño Japonés fue el creador de las fracciones mediante plegado en los tiempos del emperador, tradición que ha venido siguiendo su familia de generación en generación, es por esto que ha dejado escrito su legado de conocimientos. Sin embargo, algunos de estos pergaminos se han perdido con el tiempo. Aprendamos fracciones por medio de los legados que aún quedan. Toma tu hoja de papel y sigue cada una de las indicaciones dejadas por Akito:





EQUIVALENCIAS DE MEDIOS EN CONTEXTO CONTINUO			
La hoja representa la unidad y las partes en que queda dividida la hoja a medida que realizas dobleces representan las partes de la unidad. ¿Qué parte de la unidad representan las partes coloreadas? ¿Qué parte de la unidad representan las partes sin colorear?	Escribe la fracción correspondiente a la parte coloreada o la parte sin colorear con respecto a la unidad, según sea el caso.		En cada uno de los rectángulos en blanco que aparecen a continuación representa las partes en que quedó dividida tu hoja y las partes que coloreaste a medida que realizaste dobleces.
	En números	En palabras	
Pliega la hoja de tal manera que te resulten 2 partes iguales y colorea una de estas.	Parte coloreada:	Parte coloreada:	
	Parte sin colorear:	Parte sin colorear:	
Dobra nuevamente la hoja por la mitad a partir del último doblez.	Parte coloreada:	Parte coloreada:	
	Parte sin colorear:	Parte sin colorear:	
Doblala nuevamente por la mitad a partir del último doblez.	Parte coloreada:	Parte coloreada:	
	Parte sin colorear:	Parte sin colorear:	
Repite este proceso por última vez.	Parte coloreada:	Parte coloreada:	
	Parte sin colorear:	Parte sin colorear:	
Escribe todas las fracciones que hallaste tomando la parte coloreada con respecto a la unidad.			
Escribe todas las fracciones que hallaste tomando la parte sin colorear con respecto a la unidad.			
¿Observas algo en común entre todas las fracciones halladas correspondientes a la parte coloreada o la parte sin colorear con respecto a la unidad?			

Figura 3. Actividad “La hoja que huele bien”.

#### 4. RESULTADOS

Frente al trabajo con las equivalencias de la fracción se pudo evidenciar que los estudiantes en contexto continuo realizan subdivisiones equivalentes a la unidad, de tal manera que tanto las partes de la unidad como las partes tomadas de la unidad se van amplificando, mientras que en contexto discreto los estudiantes a partir del reconocimiento de la colección le aumentaban



elementos a la colección en igual cantidad para las partes tomadas de la colección, por tanto la colección se iba amplificando a medida que se le aumentaban elementos (Figura 4 y Figura 5).

Colorada: $\frac{8}{4}$	Parte colorada: cuatro octavos	
sin colorar: $\frac{8}{4}$	Parte sin colorar: cuatro octavos	
Colorada: $\frac{16}{8}$	Parte colorada: ochodieciseisavos	
sin colorar: $\frac{16}{8}$	Parte sin colorar: ochodieciseisavos	

Figura 4. Equivalencia de fracciones en con contexto continuo.

	Fichas negras: cuatro veinteavos	Fichas negras: $\frac{4}{20}$
	Fichas blancas: dieciséis veinteavos	Fichas blancas: $\frac{16}{20}$
	Fichas negras: ocho cuarentavos	Fichas negras: $\frac{8}{40}$
	Fichas blancas: treinta y dos cuarentavos	Fichas blancas: $\frac{32}{40}$

Figura 5. Equivalencia en con contexto discreto.

Frente a la suma de fracciones en contexto continuo, luego de hallar el común de las partes de la unidad, determinan en la unidad las partes tomadas correspondiente a ambas fracciones y de esta manera obtienen la suma entre las fracciones. Para evidenciar la suma de fracciones en contexto discreto los estudiantes, luego de hallar el común de las partes de la colección, establecen las partes tomadas de la colección de ambas fracciones y así determinan la fracción correspondiente a la suma. Figura 6 y Figura 7.

Toma 1 chaquiras roja y 1 azul.	$\frac{1}{2}$	1	
Toma 1 chaquiras roja y 1 azul.	$\frac{1}{2}$		

Figura 6. Suma de fracciones en contexto discreto.

Pliega la hoja de tal manera que te resulten 2 partes iguales y colorea una de éstas.	$\frac{1}{2}$	1	
Pliega la hoja de tal manera que te resulten 2 partes iguales y colorea una de éstas.	$\frac{1}{2}$		

Figura 7. Suma de fracciones en contexto continuo.

Frente a las actividades finales de aplicación y evaluación los estudiantes de la Escuela Pedagógica Experimental frente a la suma de fracciones desde la interpretación de medida en contexto continuo y discreto, a partir de la representación concreta, gráfica, simbólica y verbal reconocen la unidad y sus partes, identificando las equivalencias de la unidad, logrando ampliar y simplificar distintas fracciones, también reconocen el común de las partes de la unidad y establecen la suma entre fracciones, entendiendo a la fracción como la relación entre las partes de la unidad y las partes tomadas de la unidad (Figura 8 y Figura 9).

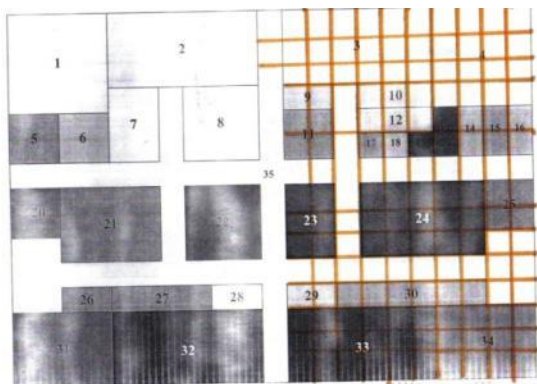


Figura 8. Actividad de aplicación y evaluación en contexto continuo.

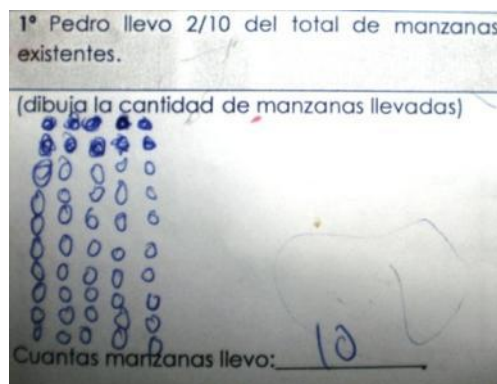


Figura 9. Actividad de aplicación y evaluación en contexto discreto.

## 5. CONCLUSIONES

A lo largo de las sesiones de clase se evidenció el avance a nivel conceptual y procedimental de los estudiantes frente a la noción de suma de fracciones a partir de la interpretación de medida, siendo muy enriquecedor tanto el hecho de iniciar el trabajo con el uso de material tangible y con este evidenciar distintos atributos de la fracción, realizando la correspondencia a la representación gráfica, verbal y simbólica, sin necesidad de suministrar definiciones, ni inducir a la mecanización del algoritmo.

Frente a las habilidades adquiridas en los estudiantes de grado séptimo, se comprobó luego del contraste de la actividad diagnóstico y de cada una de las actividades con las actividades de evaluación, que los estudiantes durante el proceso de desarrollo de la secuencia de actividades fueron modificando y adquiriendo la noción de suma de fracciones a partir de la interpretación de medida.

En cuanto las actividades de evaluación los estudiantes lograron hacer uso de sus destrezas y habilidades en torno a la suma de fracciones a partir de la interpretación de medida en contexto continuo, logrando resolver cada una de las inquietudes. Así mismo, aplicaron el concepto de equivalencia, el común de las partes de la unidad y suma de fracciones a partir de la interpretación de medida en contexto discreto, siendo notorio que a los estudiantes se les facilita más el trabajo con fracciones a partir de la interpretación de medida en contexto continuo.

## 6. REFERENCIAS

- Escuela Pedagógica Experimental, Bogotá. (s.f.). *La E.P.E. un proyecto cultural*. Recuperado el 20 de agosto del 2009, del sitio Web de la Escuela Pedagógica Experimental: <http://www.epe.edu.co/La-E-P-E-un-proyecto-cultural>
- Escuela Pedagógica Experimental, Bogotá. (s.f.). *El aspecto pedagógico*. Recuperado el 20 de agosto del 2009, del sitio Web de la Escuela Pedagógica Experimental: <http://www.epe.edu.co/El-aspecto-pedagogico>
- Llinares, S. y Sánchez, M. (1988). *Fracciones. La relación parte todo*. Madrid, España: Síntesis.
- Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En M. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 187-220). Madrid: Pearson-Prentice Hall.



Maza, C. y Arce, C. (1988). *Ordenar y clasificar. Matemáticas, cultura y aprendizaje*. Madrid, España: Síntesis.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Barcelona, España: Gedisa.