PROBABILIDAD EN EL BACHILLERATO TECNOLÓGICO: COMPRENSIÓN ANTECEDENTE A SU ENSEÑANZA

Jesús Salcedo Prado, Ana María Ojeda Salazar
jsalcedo@cinvestav.mx, amojeda@cinvestav.mx
Cinvestav-IPN
Reporte de Investigación
Medio Superior

Resumen
En esta investigación, de orden cualitativo, se aplicó un cuestionario a un grupo de sexto semestre de un bachillerato tecnológico, que cursaba la unidad de aprendizaje de Probabilidad y Estadística, previo a la enseñanza de combinatoria y probabilidad, para conocer su comprensión de ideas fundamentales de estocásticos. Los resultados obtenidos revelan una confusión de los estudiantes entre la cantidad de posibilidades de éxito y la medida de probabilidad de un evento, la mayoría expresa medida de probabilidad desde el enfoque frecuencial, no identifican la independencia entre eventos, ni la equiprobabilidad y tampoco han consolidado el uso de modelos generativos intuitivos para responder a preguntas de combinatoria. Esos temas se incluyen desde la educación secundaria.

Palabras clave: *Estocásticos, comprensión, bachillerato tecnológico.*

1. INTRODUCCIÓN

Los planes y programas de estudio del bachillerato tecnológico (DEMS, 2009) ubican la unidad de aprendizaje Probabilidad y Estadística en el sexto semestre, el último módulo de enseñanza matemática que se imparte en esta modalidad educativa.

Esta investigación, de orden cualitativo, es parte de un proyecto más amplio. Se realizó al término de la enseñanza de estadística descriptiva, previa a la de técnicas de conteo, teoría de conjuntos y de los temas de probabilidad, impartida a un grupo de estudiantes de bachillerato. Se recopilaron datos mediante un cuestionario, con el objetivo de conocer las condiciones del conocimiento de ideas fundamentales de estocásticos en que arriban los estudiantes de bachillerato a la enseñanza de probabilidad. Preceden al contenido impartido en este semestre el de las unidades de aprendizaje de Geometría y Trigonometría, Álgebra, Geometría Analítica, Cálculo Diferencial y Cálculo Integral. El antecedente más próximo a la enseñanza de probabilidad y combinatoria es el de la educación secundaria, a más de dos años y medio de la propuesta para el bachillerato. Los resultados obtenidos de esta investigación son relevantes para el Profesor de Probabilidad y Estadística, porque informan del estado inicial del conocimiento de probabilidad de los estudiantes para diseñar la estrategia de enseñanza que permita el resultado de aprendizaje esperado (RAP), señalado en el programa de estudio respectivo (DEMS, 2009).

2. REFERENCIAS TEÓRICAS

Algunas propuestas en los órdenes epistemológico y cognitivo para la educación en probabilidad y en estadística fundamentan la presente investigación.

2.1. IDEAS FUNDAMENTALES DE ESTOCÁSTICOS

Desde un punto de vista epistemológico y pragmático en el sentido de Bruner, Heitele considera las ideas fundamentales como:

> …aquéllas que proporcionan al individuo modelos explicativos en cada etapa de su desarrollo, tan eficientes como sea posible y que se distingan en los distintos niveles cognoscitivos, no de manera estructural sino sólo en su forma lingüística y en sus niveles de elaboración (Heitele, 1975, p. 188).

En esta perspectiva, el autor propone diez ideas fundamentales para un curriculum en espiral en probabilidad y estadística: Medida de probabilidad, espacio muestra, adición de probabilidades, regla del producto e independencia, equiprobabilidad y simetría, combinatoria, variable estocástica, modelo de urnas y simulación, ley de los grandes números y muestra.

Heitele propuso su lista de ideas fundamentales a partir de cuatro puntos de vista:

- El marco de la concepción de Bruner, según el cual el principio decisivo de la enseñanza de un tópico es transmitir ideas fundamentales, las cuales son necesarias como una guía desde la educación prescolar hasta la universitaria para garantizar cierta continuidad en un curriculum en espiral, en el que las ideas fundamentales y los conceptos se tratan en los diferentes niveles cognoscitivos y lingüísticos. La transición a un nivel cognoscitivo más alto se facilita si en las primeras etapas cognoscitivas se ha diseñado una presentación apropiada del tópico principal.
- Los resultados de la psicología del desarrollo con respecto a las ideas estocásticas.
- Las diversas fallas de los adultos en situaciones estocásticas.
- La historia de la probabilidad.

Las ideas fundamentales que propuso Heitele están dirigidas a lo que se debe enseñar en estocásticos a lo largo del curriculum escolar, desde la enseñanza básica hasta la superior. Afirma que se deben ofrecer actividades de estocásticos a los niños desde las etapas pre-operacionales y de operaciones concretas, para que las desarrollen en intuiciones auxiliares (Fischbein, 1975), que permitan una enseñanza en estocásticos más analítica en grados escolares posteriores.

2.2. ENFOQUES DE LA PROBABILIDAD

En la enseñanza de probabilidad es particularmente importante el punto de vista objetivista o subjetivista que se elija. Varios autores se refieren a las interpretaciones de la probabilidad, por ejemplo, Konold (1991), quien argumenta sobre las interpretaciones clásica, frecuencial y subjetiva.

Según la interpretación clásica, *a priori*, que tiene cierto grado de subjetividad en lo verdadero de una proposición, la probabilidad de un evento es la razón del número de alternativas favorables a ese evento, en relación al total de alternativas, siempre y cuando éstas sean igualmente probables. Esta definición es imperfecta, ya que la definición es circular: la probabilidad se define en términos de alternativas igualmente probables.

Según la interpretación frecuencial, derivada de la empiria, la probabilidad de un evento es el límite de su frecuencia relativa de ocurrencia en un número infinito de ensayos. Aunque esta interpretación es considerada como objetiva, no está libre de subjetividad. Esta interpretación requiere de un observador que lleve el conteo de los eventos, en un orden y, para acumular una suma de ocurrencias, ese observador debe considerar los eventos que son "del mismo tipo".

De acuerdo a las interpretaciones subjetivistas, la probabilidad es la medición de la creencia en la verdad de una proposición. En la formalización de las interpretaciones subjetivistas, los teóricos han adoptado varios mecanismos que conducen a la revisión de las probabilidades iniciales y que arrojan nueva información, según los resultados de los ensayos efectuados.

El significado del valor de la probabilidad en una interpretación subjetivista se puede concebir de diferentes maneras, como: a) Descripción del valor de la probabilidad según la creencia que una persona tiene de lo que puede acontecer en una apuesta. b) Consideración de todos los eventos a los cuales se les asigna una probabilidad como una colección (Konold, 1991).

2.3. DIDÁCTICA DE MODELOS INTUITIVOS

En la enseñanza, los profesores reiteradamente utilizan modelos intuitivos para facilitar la comprensión de conceptos de sus alumnos. A este respecto, Heitele cita a Bruner para referirse a las funciones de estos modelos:

> … a) Como modelos burdos en una etapa primaria, tienen un valor explicativo autónomo y ayudan al niño a entender su entorno por sus propios medios, mucho antes que pueda entender la complejidad lingüística y la sofisticación de los modelos matemáticos subyacentes en sus formas analíticas.
>
> b) De esta manera, están sentando bases para el conocimiento analítico posterior de manera tal que el maestro de grados superiores pueda presuponer un dominio intuitivo favorable al abordar operaciones combinatorias (Heitele, 1975, p. 189).

Desde un punto de vista cognitivo, Fischbein (1977) establece la hipótesis de que en la enseñanza los modelos intuitivos deben tener una capacidad heurística, como la de los modelos científicos. La razón es que los modelos deben constituir una componente viable para el pensamiento productivo. Esto lo plantea igualmente para los modelos pictóricos:

> … un buen modelo es, necesariamente, generativo. Un modelo es genuinamente útil al pensamiento productivo si puede representar correctamente un número ilimitado de situaciones diferentes, usando un número limitado de elementos o reglas. El sistema de reglas que establece un modelo para expresar unívoca y estructuralmente al original, constituye la sintaxis del modelo (Fischbein, 1977, p. 155).

Con el uso de los diagramas de árbol, basado siempre en las mismas convenciones, se obtiene respuesta a las posibles preguntas referentes a combinatoria y pertenecientes a la misma clase, donde se pide la cantidad de arreglos posibles en la ordenación de objetos. El modelo es consistente internamente; expresa un principio, un método para construir los arreglos. El modelo es una herramienta intelectual: con él se resuelve el problema y no sólo se describe la solución. Con un modelo tal se aprende a pensar efectivamente y a comprender activamente.

Los diagramas de Venn constituyen una técnica consistente para expresar operaciones con conjuntos. Es una técnica visual generativa, que usa una lógica figurativa; la solución a las operaciones con conjuntos, qué representan, se obtiene usando de una manera consistente solamente el lenguaje figurativo.

3. Propuesta Institucional

El programa de estudios del bachillerato tecnológico propone para la unidad de aprendizaje de Probabilidad y Estadística (2009) el siguiente objetivo principal:

> …preparar al estudiante para que desarrolle competencias en las que el proceso metodológico debe reflejar la aplicación de la estadística descriptiva, la probabilidad y las distribuciones probabilísticas; donde los resultados justifiquen la solución del problema relacionado con los ámbitos académico, social y global, según se indica en cada una de las unidades, atendiendo a las tres ramas del conocimiento. Lo anterior implica abordar concepciones analíticas para comprender su espacio y su hábitat, apoyando su formación propedéutica y tecnológica (DEMS, 2009, p. 2).

Las respectivas competencias que se ponen en juego y los resultados de aprendizaje propuestos (RAP) para la unidad de Probabilidad, se plantean de la siguiente manera:

> Unidad Didáctica No. 2 Probabilidad
>
> Competencia particular: Resuelve problemas referentes a teoría de conjuntos, técnicas de conteo y probabilidad, en su ámbito académico, social y global.
>
> RAP 1. Utiliza la teoría de conjuntos y las técnicas de conteo en la resolución de problemas en el ámbito académico, social y global.
>
> RAP 2. Obtiene la probabilidad de eventos que cumplan con sus axiomas, en la resolución de problemas en el ámbito académico, social y global.
>
> RAP 3. Calcula la probabilidad condicional de eventos independientes y dependientes, en la resolución de problemas inmersos en el ámbito académico, social y global.

(DEMS, 2009, p. 5)

El objetivo de la enseñanza de matemáticas en el plan de estudios de secundaria (DGDC, 2006), aplicado a la generación de los estudiantes participantes en esta investigación, es: "… lograr que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como a justificar la validez de los procedimientos y resultados y a utilizar adecuadamente el lenguaje matemático para comunicarlos" (p. 34). Los objetivos particulares relativos a estocásticos establecen que los alumnos:

- Resuelvan problemas que requieren el análisis, la organización, la representación y la interpretación de datos provenientes de diversas fuentes.
- Identifiquen y evalúen experimentos aleatorios con base en la medida de la probabilidad.
- Utilicen de manera eficiente diversas técnicas aritméticas, algebraicas o geométricas, con o sin el apoyo de tecnología, al resolver problemas.

(DGDC, 2006, p. 34)

4. MÉTODO

Se diseñó un cuestionario cuyo objetivo fue informar acerca del estado de conocimiento de ideas fundamentales de estocásticos de los estudiantes, previo a la enseñanza de la segunda Unidad Didáctica de Probabilidad. Impreso para su contestación individual con lápiz, el instrumento planteó ocho reactivos con preguntas abiertas a un grupo de 35 estudiantes de bachillerato tecnológico y se le aplicó en una sesión ordinaria de la clase de 50 min. El cuestionario se refirió a contenidos supuestamente adquiridos en la escuela secundaria (DGDC, 2006), como cálculo de probabilidades según el enfoque clásico y técnicas de conteo. La Tabla 1 caracteriza el contenido de estocásticos del cuestionario.

Tabla 1. Ideas fundamentales de estocásticos en el cuestionario y enfoque de probabilidad.

Reactivo y fuente	Medida de Probabilidad	Espacio Muestra	Modelo de urnas	Regla del producto e Independencia	Equiprobabilidad	Combinatoria
1 (Truxal, 1989, p. 2)	Frecuencial					
2 (tradicional)	Clásico					
3 (Chávez, 2009, p. 299)	Clásico					
4 (tradicional)	Clásico					
5 (Shaughnessy,1977, p. 312)						
6 (SEP, 1994, pp. 152-153)	Clásico					
7 (Truxal, 1989, p. 4)	Frecuencial					
8 (Chávez, 2009, p. 341)						

Los criterios de análisis de los datos recopilados con el cuestionario fueron: ideas fundamentales de estocásticos, enfoques de probabilidad y recursos semióticos empleados (figurales, diagramas, simbología matemática, lengua escrita).

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

La Figura 1 resume los tres tipos inmediatos de contestaciones al cuestionario aplicado.

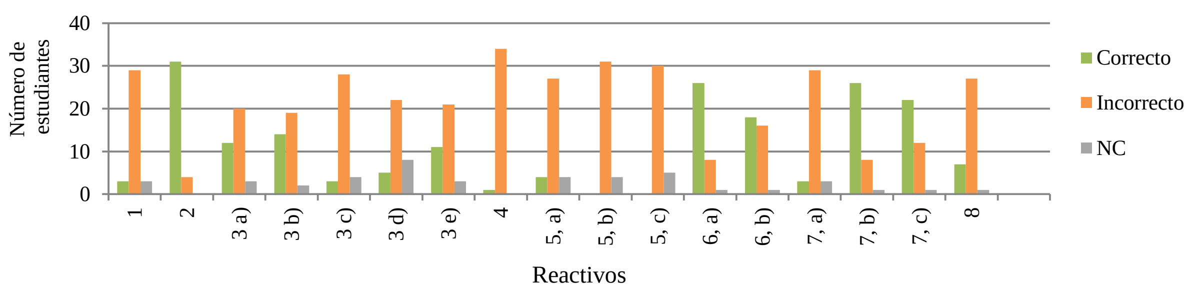
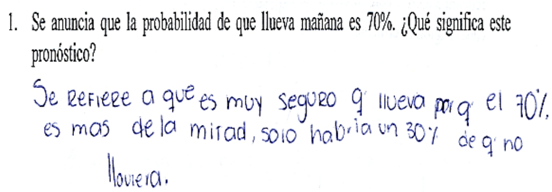


Figura 1. Distribución de los tipos de respuestas dadas al cuestionario.

Aunque el porcentaje de respuestas omitidas (NC) fue bajo, los resultados fueron desfavorables.

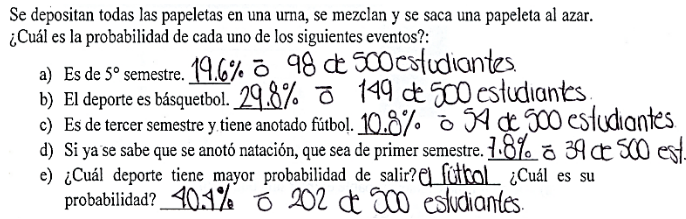
5.1. MEDIDA DE PROBABILIDAD

El reactivo 1 pide expresar el significado de un pronóstico de lluvia (véase la Figura 2, izq). Todas las respuestas incorrectas (82%) sólo parafrasearon la expresión de probabilidad de lluvia.



1. Se anuncia que la probabilidad de que llueva mañana es 70%. ¿Qué significa este pronóstico?

Se refiere a que es muy seguro q llueva por q el 70% es mas de la mitad, solo habria un 30% de q no lloviera.



Se depositan todas las papeletas en una urna, se mezclan y se saca una papeleta al azar. ¿Cuál es la probabilidad de cada uno de los siguientes eventos?:

a) Es de 5° semestre. 19.6% ó 98 de 500 estudiantes
b) El deporte es básquetbol. 29.8% ó 149 de 500 estudiantes
c) Es de tercer semestre y tiene anotado fútbol. 10.8% ó 54 de 500 estudiantes
d) Si ya se sabe que se anotó natación, que sea de primer semestre. 7.8% ó 39 de 500 est.
e) ¿Cuál deporte tiene mayor probabilidad de salir? el fútbol ¿Cuál es su probabilidad? 40.1% ó 202 de 500 estudiantes

Figura 2. A la izquierda, parafraseo a la pregunta de un pronóstico de lluvia; a la derecha, una expresión de probabilidad desde los enfoques clásico y frecuencial para el reactivo 3.

El reactivo 7 se compuso de tres incisos. El a) pedía calcular el costo promedio de la producción de un motor tomando en cuenta la frecuencia de motores defectuosos producidos y los costos de producción y reparación de los motores. Del 82% de respuestas incorrectas, 24% expresaron el promedio como la suma del costo de producción y el costo de reparación sin tomar en cuenta la cantidad de motores defectuosos producidos; uno de estos casos aclaró: *80 000. Debido a que son 50 000 de su producción y 30 000 de su reparación, y sumando estas cantidades nos da 80 000*. 17% de las respuestas incorrectas señalaron que el costo promedio era 50 000; estos estudiantes no dieron sentido al dato de la frecuencia de motores defectuosos producidos, incluso una respuesta aclaró: *50 000. Ya que es lo que cuesta para ser producido uno solo y no importa si esté bien o defectuoso*. En el inciso c) se preguntó al estudiante si compraría un automóvil de esa marca: 59 % contestó que no (*dado el alto índice de motores defectuosos lo más recomendable sería no comprar un automóvil de esa marca*), 37% contestaron que sí y 3% no contestó.

El reactivo 3 (véase la Figura 2, der.) pedía calcular probabilidades de eventos simples en cuatro de sus incisos y el inciso d) pidió una probabilidad condicional. Por inciso, la Tabla 2 resume la cantidad de respuestas correctas, incorrectas, no contestadas (NC) y por enfoque de probabilidad.

Tabla 2. Respuestas dadas al conjunto de incisos del reactivo 3.

Inciso del reactivo	*Correcto*	*Enfoque Clásico*	*Enfoque Frecuencial*	*Ambos*	*Incorrecto*	*Enfoque Clásico*	*Enfoque Frecuencial*	*Ambos*	*Sin Sentido*	*NC*
3 a)	12	2	8	2	20	1	11	0	8	3
3 b)	14	2	11	1	19	2	9	0	8	2
3 c)	3	1	1	1	28	9	16	0	3	4
3 d)	5	2	3	0	22	3	14	1	4	8
3 e)	11	4	6	1	21	2	16	0	3	3

Un estudiante expresó sus respuestas tanto con el enfoque frecuencial como con el clásico, por lo que se les contabilizó en la tabla en ambas columnas. En concordancia con investigaciones previas respecto a este mismo nivel educativo (Ojeda, 1994), hubo una tendencia a responder según el enfoque frecuencial, utilizando porcentajes; todas las respuestas según el enfoque clásico fueron del tipo: “54 de 500”.

Dadas las composiciones de los contenidos de dos urnas, bolas de tres colores (azul, verde y rojo), el reactivo 6 (adaptado de la situación propuesta en un libro de texto de cuarto grado de primaria, SEP, 1994) pide comparar la probabilidad de extraer, al azar, una bola de cierto color. Para el inciso a) se obtuvo 74% de respuesta correctas, 23% de incorrectas y 3% no contestó; para el inciso b) los resultados fueron 51% de aciertos, 46% de errores y el 3% no contestó. Decreció el número de aciertos del inciso a) al b), lo cual se debió a las composiciones propuestas: en el a) las probabilidades comparadas fueron 4/9 y 3/7 para las urnas uno y dos, respectivamente, en el b) 2/9 contra 2/7. En el inciso a) es más probable extraer la bola de interés de la urna uno y la cardinalidad de éxito en ella también es mayor, en comparación con la urna dos; para el inciso b) la cardinalidad de éxito es la misma en ambos casos y la probabilidad de ocurrencia de ese evento es mayor para la urna dos; todos los estudiantes que respondieron incorrectamente al inciso b) (54%) argumentaron que la probabilidad de extraer la bola en ambas urnas era la misma, lo cual muestra la ausencia de razonamiento probabilístico, pues no relacionaron la parte favorable con el total respectivo para cada contenido.

5.2. ESPACIO MUESTRA

La tendencia general de las respuestas de los estudiantes fue desconocer todos los posibles resultados del fenómeno aleatorio de que se trataba. En los incisos del reactivo 3 se obtuvo 25% de respuestas correctas, en 24% de ellas quedó de manifiesto que el estudiante identificó el espacio muestra implicado, al expresarlo de la forma: “54 de 500”; de entre las respuestas incorrectas un estudiante identificó la cardinalidad del espacio muestra pero no la de eventos exitosos. En el reactivo 2, 77% de las justificaciones a las respuestas se basaron en comparaciones de la cantidad de resultados posibles, pero sólo para el fenómeno aleatorio simple, no para el fenómeno aleatorio compuesto planteado (véase la Figura 3, izq. sup.).

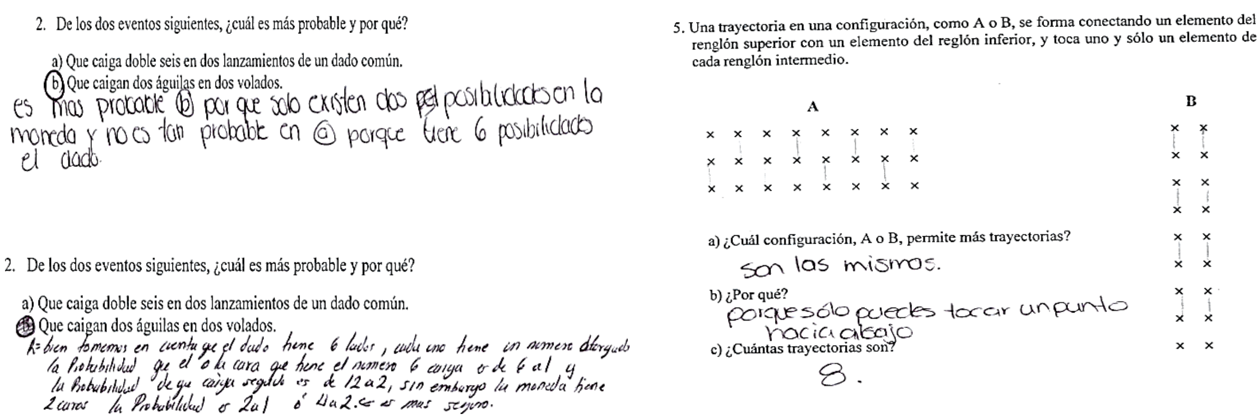


Figura 3. Dos respuestas al reactivo 2, arriba respecto al fenómeno aleatorio simple y abajo respecto al evento compuesto. A la derecha, la expresión de probabilidad de un estudiante.

5.3. REGLA DEL PRODUCTO E INDEPENDENCIA

Para el reactivo 2, que solicitó comparar las probabilidades de doble seis al lanzar dos veces un dado y doble águila en dos volados (véase la Figura 3, izq.), no se tuvieron indicios de que los estudiantes identificaran la independencia de las repeticiones de los fenómenos aleatorios propuestos, pues sólo compararon las posibilidades de un volado y las del lanzamiento de un dado:

En los volados hay menos opciones, o sea cae águila o sol y en el dado hay más de dos, por ello es más probable que caigan las dos águilas.

Aunque sólo un estudiante advirtió la composición de eventos en dos repeticiones del fenómeno, su respuesta exhibió la prevalencia de un razonamiento aditivo sobre el multiplicativo, este último requerido para considerar dos variables a la vez:

Tomemos en cunta que el dado tiene 6 lados, cada uno tiene un número [ilegible] *la probabilidad que el o la cara que tiene el número 6 caiga es de 6 a 1 y la probabilidad de que caiga seguido es de 12 a 2, sin embargo la moneda tiene 2 caras, la probabilidad es 2 a 1 ó 4 a 2. Es más seguro.*

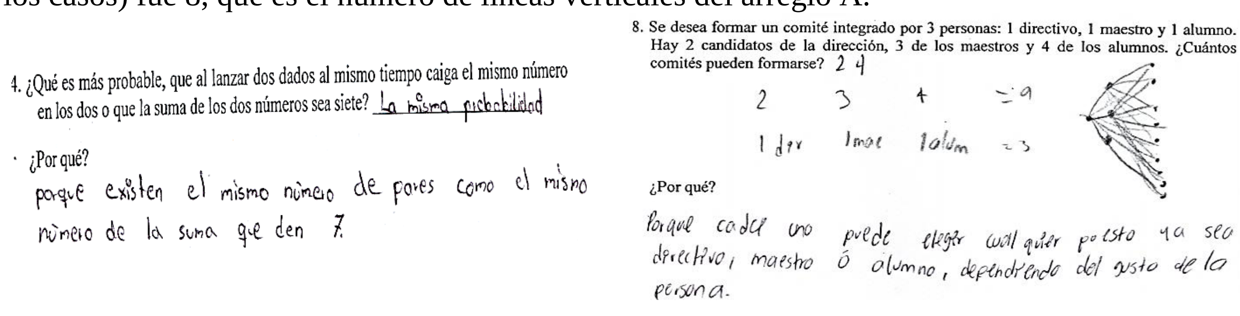
El estudiante se dio cuenta de que el valor de la probabilidad del evento simple no es el mismo que el del evento compuesto, que cambia con la repetición del fenómeno, aunque no advirtió que es el producto de las probabilidades de los eventos simples el que determina la probabilidad del compuesto (véase la Figura 3, izq. inf.). Para el reactivo 4 (véase la Figura 4, izq.) sucedió lo mismo, pues los estudiantes no advirtieron la independencia, sólo describieron las posibilidades de que fuera siete la suma de los puntos en el lanzamiento de dos dados y de que cayera el mismo número en ambos lanzamientos.

5.4. EQUIPROBABILIDAD

El reactivo 4, que pide identificar la equiprobabilidad entre dos eventos (véase la Figura 4, izq.), sólo obtuvo una respuesta correcta (3%). 24 estudiantes (69%) contestaron que era más probable obtener la suma siete que dos números iguales al lanzar dos dados. El reactivo 2, que requiere elegir al evento más probable entre doble seis al lanzar dos dados o dos águilas en dos volados (véase la Figura 3, izq. sup.), fue fácil para los estudiantes: 89% lo contestó acertadamente. No obstante, la justificación más común entre las respuestas correctas no fue de tipo probabilístico, sino cardinal: *porque una moneda solamente tiene 2 caras, en cambio un dado tiene 6*.

5.5. COMBINATORIA

El reactivo 5 pide encontrar la cantidad de trayectorias que se forman al unir de manera vertical los elementos de un arreglo A y compararlo con las posibles trayectorias de un arreglo B (véase la Figura 3, der.); ambos tienen la misma cantidad de posibilidades (Shaughnessy, 1977). De las cuatro respuestas correctas (11%) al inciso a), ninguna dio evidencia de que el estudiante comprendiera el principio fundamental del conteo, sólo planteó una comparación entre las posibles trayectorias de dos arreglos distintos de puntos. El inciso b), que pide la justificación a la respuesta previa, no obtuvo una sola respuesta correcta. Por último, la pregunta del número de trayectorias que se forman tampoco obtuvo respuestas acertadas, sino que la más común (40% de los casos) fue 8, que es el número de líneas verticales del arreglo A.


4. ¿Qué es más probable, que al lanzar dos dados al mismo tiempo caiga el mismo número en los dos o que la suma de los dos números sea siete? La misma probabilidad

¿Por qué?

porque existen el mismo número de pares como el mismo número de la suma que den 7.

8. Se desea formar un comité integrado por 3 personas: 1 directivo, 1 maestro y 1 alumno. Hay 2 candidatos de la dirección, 3 de los maestros y 4 de los alumnos. ¿Cuántos comités pueden formarse? 24

2 3 4 =9

1 dir 1mae 1alum =3

¿Por qué?

Porque cada uno puede elegir cualquier puesto ya sea directivo, maestro ó alumno, dependiendo del gusto de la persona.

Figura 4. Identificación correcta de equiprobabilidad (izq.) y trazo a manera de diagrama de árbol (der.).

Para el reactivo 8, que pedía determinar el número de comités posibles con un directivo, un maestro y un alumno, si había dos candidatos de la dirección, tres de los maestros y cuatro de los alumnos (véase la Figura 4, der.), se obtuvo 20% de respuestas correctas (7 estudiantes): dos trataron de trazar un diagrama de árbol, tres agruparon y ordenaron por letras para contar las combinaciones y dos no mostraron estrategia alguna, simplemente enunciaron la respuesta. De entre las contestaciones incorrectas, la más común (en 23 ocasiones, 66% del grupo) fue dos: los estudiantes no advirtieron que se podían combinar todos los elementos e interpretaron que solamente se podía seleccionar uno a la vez.

5.6. Modelos generativos

Sólo dos estudiantes pretendieron trazar un diagrama de árbol para contestar al reactivo 8, pero de manera inconsistente y poco clara (véase la Figura 4, der.); a pesar de ello sus respuestas fueron acertadas. Más claramente, en sus contestaciones tres estudiantes agruparon y representaron las combinaciones posibles, obteniendo la cantidad correcta. Por otro lado, de los dos estudiantes (6%) que utilizaron otro tipo de soporte gráfico, uno trazó figuras de individuos de acuerdo al enunciado del reactivo y el otro organizó las categorías propuestas, a modo de un cuadro sinóptico; sin embargo, sus respuestas fueron incorrectas.

6. Conclusiones

Los estudiantes manifestaron una amplia tendencia a expresar probabilidades desde un enfoque frecuencial, porcentualmente; fue poco frecuente la expresión de la probabilidad en forma de fracción, la cual sustituyen en lengua escrita por “*x* de *y*”. No pudieron identificar el espacio muestra de un fenómeno aleatorio compuesto, atribuyéndole el del fenómeno aleatorio simple relacionado. Confundieron la cantidad de posibilidades de éxitos con la medida de probabilidad del evento. En general, no se obtuvieron evidencias de que los estudiantes hubieran identificado las ideas de equiprobabilidad e independencia. Igualmente, sorprende la ausencia del elemental principio multiplicativo para el conteo, supuestamente enseñado en la secundaria (DGDC, 2006).

En el bachillerato tecnológico, la desvinculación entre las unidades de aprendizaje de matemáticas no permite la integración de temas entre módulos, lo cual impacta en la enseñanza de estocásticos, que está relegada al semestre final, a más de dos años y medio de su antecedente más próximo en la secundaria. En un semestre se pretende enseñar los temas de estadística descriptiva, probabilidad y distribución de probabilidades, tiempo que en la práctica resulta insuficiente, porque los conocimientos previos de los estudiantes en los temas son deficientes y se requiere un periodo más largo que el propuesto, para actualizarlos y enseñar los correspondientes mediante estrategias que consideren ese estado inicial de conocimiento.

7. Referencias

Chávez, M. (2001). Fundamentos de estadística descriptiva y probabilidad. México: DGETA.

Dirección de Educación Media Superior (DEMS). (2009). *Programa de Estudios de la Unidad de Aprendizaje: Probabilidad y Estadística*. México, D. F.: IPN

Dirección General de Desarrollo Curricular (DGDC) de la Subsecretaría de Educación Básica de la SEP. (2006). *Educación Básica Secundaria Plan de Estudios 2006*. México, D. F. SEP.

Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Holanda: Reidel.

Fischbein, E. (1977). Image and concept in learning mathematics. *Educational Studies of Mathematics*, **8**, 153-165.

Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies of Mathematics*, **6**, 187-205.

Konold, C. (1991). Understanding Students' Beliefs About Probability. *Radical Constructivism in Mathematics Education* (von Glasersfeld, E. (Ed.)), pp. 139-156. Holanda: Kluwer.

Ojeda, A. M. (1994). *Understanding Fundamental Ideas of Probability at Pre-university Levels*. Tesis de doctorado no publicada. King´s College London, UK.

Secretaría de Educación Pública. (1994). Matemáticas Cuarto Grado. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos. México: SEP.

Shaughnessy, J. M. (1977). Misconceptions of probabilty: an experiment with a small-group, activity-based, model building approach to introductory probability at the college level. *Educational Studies of Mathematics*, 8(3), 295-316.

Truxal, J. (1989). *Probability Examples*. New York: RFSU of New York.