

CONSTRUCCIÓN ESCOLAR DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO. ANÁLISIS DEL ALCANCE DE PRÁCTICAS DE OPTIMIZACIÓN



Landy Sosa Moguel, Eddie Aparicio Landa, Martha Jarero Kumul
smoguel@uady.mx, alanda@uady.mx, jarerok@uady.mx
Universidad Autónoma de Yucatán
Reporte de investigación
Medio

Resumen

Este trabajo se enfoca en la optimización, desde la perspectiva socioepistemológica, al entenderla como una práctica social que confiere sentido y funcionalidad a los saberes matemáticos en diversos ámbitos. Desde tal perspectiva, se analizó el papel de la optimización en procesos de construcción social del conocimiento matemático por medio de la exploración del alcance de diseños didácticos basados en dicha práctica con jóvenes de bachillerato.

Palabras Clave: *Optimización, construcción, conocimiento matemático.*

1. INTRODUCCIÓN

En la búsqueda de situaciones de aprendizaje y condiciones de enseñanza mejor adaptadas a los procesos de construcción de conocimiento matemático, en esta investigación se analizó la viabilidad de que dicho conocimiento se organice en unidades didácticas basadas en prácticas como un medio para el desarrollo de procesos de aprendizajes funcionales, donde profesor y estudiantes participen en actividades compartidas y el saber matemático desempeñe un papel fundamental en tanto argumento para la toma de decisiones, legitimación y validación de resultados.

En diversas investigaciones (Aparicio, Torres, Sosa y López, 2011; Buendía y Cordero, 2005; Pérez, 2011; Sosa, Pérez y Aparicio, 2012) sobre la construcción social de conocimiento matemático, en las que se ha hecho notar el papel de la práctica en el desarrollo de dicho proceso de construcción en jóvenes de distintos niveles educativos, se ostenta la pertinencia de replantear la organización y tratamiento escolar de los saberes matemáticos por medio de prácticas como la predicción y modelación matemática. En específico, en este trabajo se explora tal posibilidad por medio del diseño y experimentación de unidades didácticas basadas en la *práctica de optimización*.

En el campo de la matemática, particularmente en la matemática escolar, la optimización es generalmente referida como un proceso matemático mediante el cual es posible resolver cierto tipo de problemas en los que se desea establecer formas óptimas de hacer algo (las mejores). El discurso escolar con el que se hace acompañar la optimización, principalmente en la educación media superior y los inicios de la superior, es aquel donde todo se reduce a determinar los valores extremos (máximos o mínimos) de una función.

En una revisión y análisis sobre el estatus escolar que ésta guarda en libros de texto del área de Cálculo, en Gorocica (2012) se concluye que optimizar en la escuela consiste en emplear herramientas para maximizar o minimizar a partir de métodos, técnicas u objetos matemáticos previamente definidos o preexistentes, es decir, optimizar en la escuela es un asunto de la aplicación de la matemática y no de búsqueda de recursos para el entendimiento/explicación de

una situación de carácter social. En este sentido, la forma sustituye al fondo (la práctica), al punto que el desarrollo de las ideas y conceptos matemáticos se hace sin referencia alguna al escenario social de manifestación.

El carácter social de la optimización como práctica es aquello que confiere sentido y funcionalidad a los saberes matemáticos en ámbitos escolares o fuera de este. En lo que respecta a los ámbitos científicos, en investigaciones como (García-Torres y Cantoral, 2009; Tuyub, 2008; Moguel, 2011; y Cetina, 2011) puede verificarse que la optimización consiste en una actividad humana que está regida por lo social en la búsqueda de la solución de una situación o problema, permitiendo al individuo usar la matemática como medio para la toma de decisiones. Asimismo, en Sosa, Yerbes, Cetina y Tuyub (2012), se evidencia que en prácticas de optimización que se desarrollan en Biología marina (por ejemplo, en el establecimiento de condiciones ambientales para obtener un mayor crecimiento de las algas en menor tiempo y en la búsqueda de condiciones que permitirían minimizar los costos de producción de materias primas y de importación de productos derivados de algas) adquieren significado y funcionalidad nociones como función lineal y exponencial, variación proporcional, función creciente, etc.

Así, se asume que por medio de la optimización puede favorecerse el desarrollo y uso de conocimiento matemático, así como dotarlo de significado y funcionalidad por quien desarrolla la práctica. Por tanto, el propósito del presente trabajo consistió en determinar, con jóvenes de bachillerato, el alcance de prácticas de optimización en relación con la organización, tratamiento y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos tales como: función, función inversa, proporcionalidad, ecuaciones e inecuaciones. Entonces se planteó la siguiente pregunta de investigación ¿En qué medida unidades didácticas basadas en prácticas de optimización favorecen la construcción de conocimiento matemático en jóvenes de bachillerato?

2. MARCO TEÓRICO

En el diseño de las unidades didácticas basadas en la optimización y su análisis en relación con la apropiación de conocimiento, se consideró que el desarrollo de los procesos cognitivos y de conocimiento asociados a razonamientos matemáticos en un individuo guardan una estrecha relación con el desarrollo de una práctica y las condiciones socio-culturales en las que él se sitúa, las cuales tienen un papel determinante en la construcción de conocimiento matemático. A este respecto, Minguier (2005) revela que tanto los conceptos como los procesos asociados a nociones de cambio y variación fueron construidos en su época con motivaciones tales como las prácticas humanas, procesos de comunicación y construcción de consensos, articulación del conocimiento científico a reclamos sociales, entre otras.

Bajo este tipo de referentes, la socioepistemología se constituyó en el sustentó teórico y metodológico de la investigación y el diseño de las unidades, pues en ésta se reconoce que el análisis de los procesos de producción y construcción de conocimiento matemático ha de centrarse en las prácticas, en tanto que generan conocimiento y confieren funcionalidad a la matemática. Dicho análisis es de corte sistémico considerando los aspectos cognitivos, didácticos, epistemológicos y socioculturales asociados al saber matemático.

3. MÉTODO

A. ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN

Este estudio de carácter cualitativo y experimental se desarrolló en tres etapas:

- i. Diseño de las unidades didácticas a partir de estudios empíricos concretos con marco en la Socioepistemología. Los indicadores de diseño y análisis de resultados de las prácticas matemáticas experimentadas se basaron en la información relativa a los procesos cognitivos asociados al contenido matemático que subyace en cada práctica, a la organización y tratamiento didáctico del contenido, a la práctica de optimización como referente epistemológico y a los aspectos socioculturales ligados a dicha práctica en diversas disciplinas.
- ii. Puesta en escena de las unidades en escenarios escolares con jóvenes de bachillerato y observación clínica.
- iii. Análisis de las estrategias, conocimientos y habilidades matemáticas empleadas por los jóvenes, en función del diseño y la práctica.

B. INSTRUMENTOS PARA LA EXPERIMENTACIÓN

Las unidades didácticas se diseñaron a partir de los indicadores obtenidos en el análisis socioepistemológico y basadas en la *optimización*, los cuales se sintetizan como sigue:

- a) Establecer la práctica de optimización como eje de la unidad, a través de actividades de modelación y predicción para el estudio de relaciones matemáticas en contextos específicos;
- b) Reorganizar y reorientar el tratamiento didáctico del contenido matemático a través de la articulación de la matemática, la actividad humana y la práctica en diseños didácticos;
- c) Dar a la matemática una connotación de argumento para decidir, validar o legitimar un resultado en una situación específica;
- d) Incorporar las experiencias de un individuo y las condiciones socioculturales en que se sitúa al resolver tareas intra y extra-matemáticas.

Cada unidad se compone de una secuencia de actividades que conforman la práctica. En la Tabla 1 se indica el propósito, la práctica y el contenido matemático en cada unidad didáctica.

Unidad didáctica	Práctica matemática en la ciencia	Práctica matemática en la industria	Práctica matemática en una empresa-servicios
Práctica	Determinación de las mejores condiciones de sustentabilidad de un ecosistema. El caso de una reserva llamada LAV: Leones, Antílopes y Vegetación.	Determinación de las mejores condiciones de estabilidad en el diseño de neumáticos. El caso de un neumático de motocicleta.	Determinación de la mejor manera de preparar un determinado alimento en un restaurante. El caso de preparar sopa de calidad en menor tiempo

Propósito	Determinar cantidades mínimas iniciales de Leones, Antílopes y Vegetación para que el ecosistema LAV sea sustentable por cinco años.	Determinar condiciones óptimas de estabilidad en una motocicleta. En particular los valores de carga que soporta un neumático y de presión de inflado.	Determinar un modelo matemático que posibilite optimizar el tiempo en la preparación de dos sopas considerando los tomates disponibles o costos de preparación.
Contenido matemático	Ecuación lineal con una incógnita, inecuación función lineal.	Concepto de variable, función lineal, función inversa y función compuesta.	Ecuación e inecuación matemática con dos variables

Tabla 1. Unidades didácticas en matemáticas basadas en la optimización

C. POBLACIÓN PARTICIPANTE EN EL ESTUDIO

Cada práctica se experimentó en escuelas de bachillerato en grupos de cinco estudiantes, con edades entre quince y diecisiete años, quienes no habían tenido experiencia escolar previa para el estudio de los contenidos matemáticos de las prácticas.

4. RESULTADOS

Con la resolución de las unidades, se detectó que la optimización es también una forma de razonamiento inherente a procesos de pensamiento y que de forma permanente orienta las acciones de los seres humanos para tomar decisiones. Es decir, siempre se busca resolver un problema en términos óptimos. Esto puede verificarse en las respuestas que dieron un grupo de estudiantes en la Actividad 1 de la Práctica matemática en la empresa-servicios (Imagen 1) para la selección de criterios para elegir dos sopas de un menú.

Propósito: En esta etapa se determinarán las dos sopas que se incluirán en el bufet y la cantidad total de raciones que se preparará.

El chef del restaurante organizará un nuevo buffet y para decidir los platillos a incluir pone a prueba una gran variedad durante una semana. La tabla 1 muestra la cantidad de raciones que se consumieron de cada tipo de sopa durante ese tiempo.



Sopa \ Dia	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
POLLO	20	31	18	45	42	32	48
PESCADO	22	29	31	20	25	29	31
CAMARON	9	25	17	10	13	22	11
TORTILLA	39	26	35	37	41	26	25
PAPA	40	15	24	22	11	23	21
Total de raciones por día	130	126	125	134	132	132	136

Actividad 1.

A. Con base en la información anterior, enlista los aspectos que tomarías en cuenta para decidir qué sopas se incluirán en el bufet.

Imagen 1. Actividad 1-Etapa 1 de la Práctica matemática en la empresa-servicios

Las ideas iniciales de los estudiantes dan cuenta tanto del entendimiento sobre la situación que se aborda y de la noción de optimización cuando refieren “la sopa más... (Consumible, económica, fácil)”, “la de menos... (tiempo)”. Esta tarea deja manifiesto el carácter social de la optimización mediante la implicación de diferentes criterios para la toma de decisiones, entre los que destacan dos que se asumen como parte importante en el desarrollo de la práctica, las sopas de mayor demanda y el tiempo óptimo de preparación (Véase la Tabla 2).

Criterio	Respuestas	Estudiantes
Sopas que más se consumen o las más pedidas	b) La más consumible • Los más pedidas Que tanto se come Que tipo de sopa se consumen más.	PE-E1 PE-E2 PE-E3 PE-E4
Debe ser la más económica	c) La más económica en su elaboración Precio de cada una	PE-E1 PE-E3
La más fácil o más sencilla de preparar	• La más fácil d) La más fácil de preparar •Cuál es más sencilla de preparar,	PE-E2 PE-E1 PE-E4
El tiempo de elaboración	Tiempo de elaboración. menos tiempo	PE-E3 PE-E4

Tabla 2. Respuestas de los estudiantes en la Práctica matemática en la empresa (PE): Actividad 1

En la etapa experimental, también se observó que con la práctica de optimización bajo un diseño controlado, favorece que los jóvenes desarrollen su habilidad para identificar y relacionar variables que intervienen en una actividad de modelación matemática, contextualicen los conocimientos matemáticos y construyan nociones como desigualdad, ecuación, función (lineal, inversa y composición), inecuaciones y sistemas de inecuaciones, así como su interpretación numérica, gráfica y algebraica. En la Tabla 3 se muestra lo relativo a la función lineal en la Actividad 1-Etapa 1 de la Práctica matemática en la industria (Imagen 2).

Actividad 1. Según los valores de deformación que se muestran en la siguiente imagen, responde lo que se plantea posteriormente.

Pruebas de la deformación del neumático (estándar y con presión de inflado 2.25 bar) a distintas cargas



A. Determina la cantidad de deformación del neumático al aplicarle una carga de 200 kgf.

Imagen 2. Actividad 1-Etapa 1 de la Práctica matemática en la industria.

En la resolución de esta actividad se observó que los estudiantes utilizaron estrategias como la regla de tres para calcular la deformación del neumático con una carga de 200 kgf , identificando qué es lo que cambiaba en la situación y respecto a qué cambiaba, centrando la atención en la variación. Además determinaron en su procedimiento que la relación entre las variables era lineal. Esto se evidencia cuando ellos asumen, para calcular la deformación de 200 kgf , que la variación entre las variables eran proporcionales. Por ejemplo, el estudiante PI-E5 multiplica por 2 la deformación de 100 kgf para obtener la deformación de 200 kgf , mostrando así que reconoce y determina una constante de proporcionalidad entre las variables.

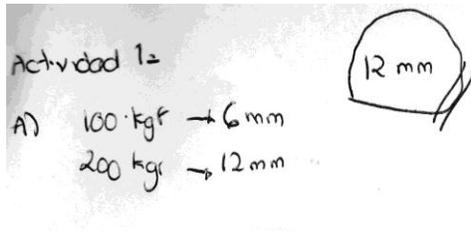
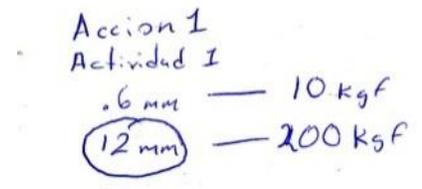
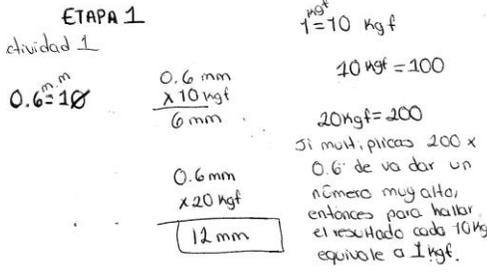
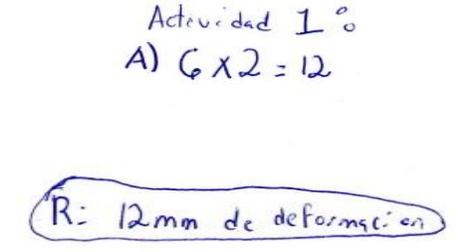
Estudiante	Respuesta	Conceptos	Habilidades
PI-E1		<ul style="list-style-type: none"> Identifica variables de la situación Identifica la relación lineal entre las variables (variación constante). 	<ul style="list-style-type: none"> Aplica la regla de tres como estrategia para cuantificar valores de deformación respecto a valores de carga. Reconoce la relación de dependencia entre las variables.
PI-E3		<ul style="list-style-type: none"> Identifica variables de la situación Reconoce la relación lineal entre las variables. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce la relación de dependencia entre las variables. Aplica la regla de tres como estrategia para cuantificar valores de deformación respecto a los valores de carga.
PI-E4		<ul style="list-style-type: none"> Identifica variables. Reconoce la relación lineal entre variables Noción de proporcionalidad 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce la relación de dependencia entre las variables. Determina una constante de proporcionalidad y la utiliza para el cálculo de valores ulteriores.
PI-E5		<ul style="list-style-type: none"> Identifica variables. Reconoce la relación lineal entre variables Noción de proporcionalidad 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce la dependencia entre variables Realiza su razonamiento y cálculo mental de la constante de proporcionalidad.

Tabla 3. Respuestas de los estudiantes en la Práctica matemática en la industria (PI): Actividad 1

Respecto a los indicadores de diseño de las unidades se verifica la pertinencia de articular la matemática, la práctica y la actividad humana para el desarrollo de conocimientos y habilidades matemáticas que produzcan aprendizajes funcionales. En la Práctica matemática en la empresa-servicios, por ejemplo, esto se tradujo en el estudio de la noción de inecuación, a partir de situar al estudiante en un escenario de estudio y establecimiento de relaciones entre cantidades variables (la matemática) para tomar decisiones en una situación en el ámbito de las empresas (la actividad humana) con el objeto de determinar la mejor manera de preparar un determinado alimento en un restaurante (optimizar). Cabe recalcar que, las tareas de predicción y modelación matemática en la práctica fueron un eje transversal para la movilización de recursos matemáticos y éxito en la resolución de la misma.

5. CONCLUSIONES

Se constata que los escenarios de prácticas representan un medio que posibilita dar el sentido, significación y funcionalidad de los saberes matemáticos. En particular, se evidenció que la optimización tiene un carácter social en contextos interdisciplinarios y que a través de ésta se desarrolla y usa conocimiento matemático en la realización de actividades humanas para tomar las mejores decisiones.

Si bien en la siguiente definición se vislumbra dicho carácter social, “optimizar es encontrar el objeto (valor numérico, función, conjunto, etc.) que maximiza o minimiza (en algún sentido) la clase de objetos a la que pertenece, o el método óptimo de resolución de determinado problema” (Delgado, 1999, p. 56), los resultados de las prácticas matemáticas en diversos contextos ponen de manifiesto a la optimización como mecanismo para la construcción social de conocimiento matemático, no solo en escenarios científicos, sino también en lo escolar.

6. REFERENCIAS

- Aparicio, E.; Torres, L.; Sosa, L. y López, A. (2011). Comparación e interpretación como actividades humanas en procesos de construcción de conocimiento matemático. *Revista Iberoamericana de educación matemática, UNION*, 27, 63-73.
- Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a Social Practice framework. A Socioepistemological study. *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 299-333.
- Cetina, M. (2011). *Formas de constitución de conocimiento matemático en Biología Marina*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- García-Torres, E. y Cantoral, R. (2009). Estudio de la construcción social del conocimiento matemático en una práctica profesional de ingeniería. En Lestón, P. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 22, 1325-1334. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Gorocica, M. R. (2012). *Exploración de aprendizajes matemáticos en una práctica de optimización en el contexto de la industria*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- Minguer, L. (2005). *Entorno Sociocultural y Cultura Matemática en profesores del nivel superior de educación*. Estudio de caso en el Instituto Tecnológico de Oaxaca. Una Aproximación Socioepistemológica. Disertación doctoral no publicada, Cicata-IPN, México, D.F, México.

- Moguel, G. (2011). *Predicción y modelación matemática. Características de un punto de encuentro*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- Sosa, L.; Pérez, I. y Aparicio, E. (2012). Unidades didácticas en el área de precálculo. Un estudio sobre organizadores de contenido. En Flores, R. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 863-870. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Sosa, L.; Yerbes, J.; Cetina, M. y Tuyub, I. (2012). Formas y uso del conocimiento matemático. Un análisis en comunidades de profesionales y de científicos. En Flores, R. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 871-878. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Tuyub, I (2008). *Un estudio socioepistemológico de la práctica toxicológica. Un modelo sobre la construcción social del conocimiento*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.