

RESIGNIFICACIÓN DEL CONCEPTO FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA BÁSICA

Alarcón, N^a., Araya M., Klenner, J^b.

PUCV, PUCV, UNAB;

correos electrónicos:

nicolasalarcon147@hotmail.com , profematw@gmail.com, jose.klenner@unab.cl.

Resumen

El currículum nacional chileno pone de manifiesto la importancia de la enseñanza de las funciones, presentándose su estudio a partir de séptimo básico, evidenciándose un fuerte enfoque algebraico, donde la gráfica es una mera representación del objeto.

La investigación demuestra cómo el uso de tecnología, la manipulación mediante un software, resignifica el concepto de función, construyendo conocimiento a través de la argumentación gráfica, al poner en relieve elementos fundamentales de la definición de función, esto es la relación entre variables, dominio y recorrido y la unicidad.

Palabras clave: *Discurso matemático escolar, resignificación, función, argumentación gráfica*

PROBLEMÁTICA Y ANTECEDENTES

Antecedentes histórico - epistemológicos

El quehacer humano da cuenta de un acercamiento a la noción de función desde periodos que se remontan al origen de las civilizaciones. Es así como Youschkevitch en Cordero F. & Flores R. (2007) define La Antigüedad como una primera etapa del desarrollo del concepto de función, estando esta asociada al registro de la dependencia entre dos cantidades, como tablas de valores para las raíces cúbicas y cuadradas, o tablas trigonométricas. La segunda etapa se desarrolla durante la Edad Media (s. XIV), cuando si bien el foco sigue siendo la dependencia entre cantidades, éstas se describen mediante una expresión verbal o una gráfica. Siendo Nicolás Oresme el primero en realizar una aproximación a la gráfica de una función, graficando la variabilidad. Además, durante este periodo se introducen las funciones trigonométricas más importantes y se sistematizan y perfeccionan técnicas de tabulación. Las funciones expresadas analíticamente dominarán la última etapa descrita por el autor y que se desarrolla durante el Periodo Moderno (s. XVI y XVII), ello influenciado por el origen, también en esa época, lo que hoy conocemos como geometría analítica. Los trabajos de Newton, Leibniz y Bernoulli enriquecen el significado de función, de manera que Dirichlet en el siglo XIX formalizará la definición que perdura hasta nuestros días, mientras que en este mismo siglo se formula la Teoría de Funciones.

Es posible notar que en el proceso de desarrollo del concepto surgen tres elementos que determinan la adquisición de la noción de función, dígase, los conceptos de relación, variable independiente x (dominio) y variable dependiente y (recorrido), y el concepto de unicidad, donde a cada valor de la variable independiente x , le corresponde un único y .

El concepto de función en el discurso matemático escolar

El currículum nacional chileno se encuentra explícito en las Bases Curriculares de 7° básico a 2° medio y los Programas de Estudio para cada nivel. En ellos es posible evidenciar el tratamiento de dos de los tres elementos mencionados como fundamentales para la construcción del concepto de función, esto es, la relación entre variables y el dominio y recorrido. Ellos son abordados ampliamente desde 8° básico, con un fuerte trabajo respecto a relaciones entre variables y su

tabulación, pero pobre en el tratamiento del dominio y recorrido, lo que induce a que los estudiantes piensen que toda relación es una función.

Por otra parte, el texto escolar entregado por el MINEDUC durante el 2015 para 8° básico privilegia un trabajo algebraico, donde el uso de las gráficas no es más que una representación de la función, no relacionándola con la variación funcional. Cabe mencionar que el uso de la metáfora de la “máquina” para relacionar el concepto de función, hace referencia sólo a la relación entre dos elementos, dejando fuera de ella, los conceptos de dominio y el de unicidad. Respecto del tipo de ejercicios, éstos solicitan al alumno completar tablas de valores, dados el valor de “x” y la “regla” que da origen a los valores de “y”, otros además, piden graficar los pares (x,y) en un plano cartesiano.

En consecuencia y tomando en consideración los tres elementos definidos a partir de los antecedentes epistemológicos, el texto aborda principalmente el primero, el concepto de relación. El dominio y recorrido, son mencionados como variable dependiente e independiente, e induciendo a error en cuanto el dominio de funciones a fines se considera discreto, remitido a valores dados en una tabla. La unicidad no es abordada más allá de ser mencionada en la definición.

Problemática

La matemática de los textos y programas escolares da cuenta de un concepto acabado, enseñándole al alumno aspectos “útiles” de la matemática, en particular de la función. En este sentido el Discurso Matemático Escolar (DME) promueve una enseñanza utilitaria (Cordero, 2006), centrada en la aplicación de los conceptos y no en los aspectos esenciales de ellos, que son los que permiten a los estudiantes movilizar los diversos aprendizajes de un mismo concepto.

Se propone entonces, un rediseño del DME centrado en los elementos que ayudan a la construcción del concepto de función y que mediante la manipulación de un software gráfico ponen de relieve la argumentación gráfica.

Marco teórico

El marco teórico con el que hemos mirado la investigación es el de la socioepistemología, a través de éste proponemos una resignificación del concepto de función, ya que nos proporciona distintos elementos, que permiten a los estudiantes construir una matemática funcional y no utilitaria como lo propone el DME. Cuando hablamos de DME lo hacemos en el sentido propuesto por Cordero F. & Flores, R. (2007) como la “la manifestación del conocimiento normado por creencias del sistema didáctico de lo que es la enseñanza y lo que es la matemática” el lugar donde podemos ver en manifiesto lo propuesto por el DME son los textos escolares y los planes y programas de cada país, es por esto que en la sección anterior se ve la evolución de la función desde esas evidencias con el fin de hacer una crítica al discurso para luego dar paso a proponer un rediseño.

La matemática funcional propuesta por la teoría, hace referencia a que los estudiantes utilicen los distintos conceptos aprendidos en diferentes situaciones, pero que estos no sean utilizados porque el profesor les enseñó problemas tipos, sino que sean capaces de dada una situación dar un uso propio a lo aprendido. Uno de los elementos que tomamos para alcanzar la funcionalidad es la argumentación gráfica, los usos dados a las gráficas van a proporcionar distintos argumentos por parte de los estudiantes, estos son respuesta de las distintas movilizaciones mentales que el estudiante realiza, la interacción entre los diferentes argumentos proporcionados por alumnos va a generar conocimiento.

Otro aspecto que utilizamos en esta investigación es el uso de la práctica social predicción, está, en nuestro caso, permite poner en juego la conjeturas propuestas por los estudiantes y causa un quiebre cognitivo, el cuál hace distinguir entre un conocimiento funcional y el utilitario, ya que para poder predecir necesariamente el concepto se empieza a hacer funcional y no se responde en base a un algoritmo o un problema tipo, sino que se está dando un uso propio a los argumentos y se van

resignificando distintos conceptos. Buendía (2006) alude que la predicción permite ver la naturaleza misma del objeto y permite la reconstrucción del conocimiento

DISEÑO Y RESULTADOS

Se propone una secuencia de cuatro actividades, centradas en los elementos identificados como esenciales para la construcción del concepto de función: relación, dominio y recorrido, unicidad. Dicha construcción está dada por la argumentación surgida desde la gráfica.

La metodología de la investigación es de corte cualitativo mediante el estudio de casos múltiples.

Los sujetos son estudiantes de 8° básico de colegios particulares subvencionados, el primer grupo (G1) corresponde a tres alumnos de la comuna de Viña del Mar y el segundo grupo (G2) son tres estudiantes de Quillota. Ellos aún no han estudiado formalmente las funciones pero han abordado elementos como ecuaciones, proporcionalidad entre otros.

Instrumento

Actividad 1: El objetivo de esta actividad es trabajar el concepto de relación y se ha subdividido en cuatro momentos en que se pide a los estudiantes relacionar las coordenadas de los puntos graficados al mover un deslizador. Se comienza con relaciones lineales y luego, cuadráticas. Además, los estudiantes deben predecir las coordenadas de un punto que esté “antes” y/o “después” de los ya graficados. Así como también determinar si un punto dado pertenece a la gráfica generada por el deslizador, argumentando mediante la relación establecida entre las coordenadas de los puntos.

Actividad 2: Con el desarrollo de esta actividad se espera emerja el concepto de dominio y recorrido. La actividad consta de tres partes, cada una de ellas muestra dos gráficas, las dos primeras lineales, y una tercera cuadrática, donde el estudiante debe encontrar a lo menos cinco diferencias.

Actividad 3: Se espera evidenciar la apropiación por parte del estudiante del concepto de dominio y recorrido. Para ello se le entregan varias gráficas (lineales) con diferente dominio y recorrido y se le pide encuentre aquellas que cumplan la condición de estar entre 1 y 4, y establecer las diferencias entre aquellas que cumplan.

Actividad 4: En esta actividad el estudiante debe movilizar los elementos utilizados y aprendidos en las tres actividades anteriores, de modo que al término de ésta pueda dar cuenta de la construcción del concepto de función. En particular, esta actividad pretende poner de manifiesto la unicidad, mediante dos momentos. Donde en el primero, se espera el alumno clasifique las gráficas dadas justificando los criterios utilizados. Finalmente, se le solicita determine en cuáles de ellas “a cada x le corresponde un único y ”.

Discusión de resultados y conclusiones.

Después de aplicada la actividad a estudiantes de 8 básico, se puede visualizar el importante rol de la gráfica en el desarrollo y logro de los objetivos de la actividad, y por tanto, en la construcción de conocimiento. Se puede observar que el rol de las distintas argumentaciones surgidas a partir de la gráfica, son distintas en los dos grupos dependiendo de los conocimientos previos que estos tenían. En el primer grupo, los cuales habían trabajado anteriormente con el plano cartesiano, se pudo observar que se centraban en la coordenadas de los planos cartesianos y la forma que tenían las distintas gráficas. Los del segundo grupo, que no conocían el plano cartesiano, se centraban en lo que la gráfica les proporcionaba y desde ahí daban sus argumentos. Desde esta arista podemos dar cuenta que los estudiantes generan conocimiento a través de los argumentos que surgen desde la gráfica, pero estos varían dependiendo de los conocimientos previos que tienen y de la realidad en la cuál se encuentran insertos, ya que si bien ambos grupos son de colegios particular subvencionados, el contexto social es totalmente distinto y este también influye en cómo se

desenvuelven los estudiantes en la sala de clases y los conocimientos que el profesor les enseña durante los años de escolaridad.

En conclusión, a través de las actividades propuestas para construir el concepto de función, podemos decir que los elementos como la argumentación, la predicción y la clasificación son fundamentales para poder construir, estos aspectos se reafirman al ver como lo estudiantes responden. Es importante tener conciencia que el proceso de construcción no es uniforme, es decir, no es igual en todos los grupos, ya que como hemos comentado anteriormente depende de muchos factores. Es por esto que la actividad aplicada en estos grupos si se llevan a otra realidad es necesario adaptarla, ya que debe responder a un contexto, a un nivel de enseñanza y de las necesidades de los estudiantes. Los programas de estudio si bien norman la enseñanza y trata de delimitarnos, es importante ver lo que se puede lograr con actividades de esta índole y con estos elementos, ya que los estudiantes que se enfrentaron a la situación pudieron poner en juego la relación, la distancia, los pares ordenados, plano cartesiano, dominio y recorrido, unicidad, la gráfica, la forma, el sentido y distintos conceptos que permiten que ellos construyan nuevos conceptos. Si bien el foco de esta investigación es la construcción de concepto función, lo fundamental y los que nos movió a realizar este trabajo, es lo que hace a los estudiantes a hacer las cosas y las distintas construcciones y los distintos conceptos que movilizan para poder responder a las diferentes interrogantes que proporciona la actividad. El profesor muchas veces subestima a sus estudiantes, piensa que estos no son capaces de realizar la actividad, nuestro consejo es que se atrevan a poner actividades donde estos sean los protagonistas, en donde la respuesta final no sea lo primordial, sino que el centro esté en el proceso que realizó el estudiante. Ejemplo claro es lo que sucedió con el grupo n° 1, ya que estos no pudieron realizar la actividad 4, pero si uno mira el proceso puede dar cuenta que construyeron relaciones, hubo relaciones con simetrías, construyeron el dominio y recorrido, relacionaron distancias y esto es fundamental, ya que sin institucionalizar el concepto función, son capaces de acercare con construcciones propias. En el caso del grupo n°2 no les enseñaron plano cartesiano y esta actividad (si bien les costó) les permitió construir el plano pero además construir los distintos elementos que engloba la función y que hemos descrito durante todo este trabajo.

Una de las conclusiones que uno puede observar en el trabajo es que sin necesidad de saber los concepto a través de actividades como esta los estudiantes son capaces de formarlo e interiorizarlo, pero mientras uno este “más limpio”, es decir, menos normado por lo que dice los programas, permite que los estudiantes puedan ser más libres y tener mayor profundidad en las construcciones, ya que no hay algo que los norme. En el caso de nuestra enseñanza, el álgebra norma al proceso de aprendizaje de las matemáticas, podemos dar cuenta que el grupo n°1 las respuestas son más apegadas a lo que se hace usualmente en la escuela, en cambio en el grupo n°2 y que vienen de una realidad totalmente distinta, son capaces de responder en base a lo que la actividad les proporciona.

Uno de nuestros objetivos era la resignificación del concepto función mediante la argumentación gráfica, pero para esto dijimos que era fundamental construir el concepto de relación, el de dominio y recorrido y finalmente el de unicidad, en ambos grupos podemos observar que los primeros dos elementos fueron construidos en su totalidad, pero en el caso de la unicidad es importante comentar nuestro parecer sobre las respuesta otorgadas por los distintos grupos. En el grupo n°1 se acercaron no lograron establecer la unicidad, ya que se centraron en las formas al momento de clasificar, es importante mencionar que estoso estudiantes trataron de responder con elementos que estaban viendo en clases y desde ahí queremos afirmar lo siguiente “los estudiantes tienden a visualizar la actividades con lo que el profesor está viendo en clases” si bien el programa norma al profesor en las materias que este debe pasar, esto causa un fenómeno en el estudiante también y es que

implícitamente el programa también norma al estudiante, es decir, si el estudiante esta trabajando con isometrías tiende a pensar y relacionar todo con isometrías porque piensa que es lo que el profesor quiere que ellos respondan. En cambio en el grupo n° 2 fueron capaces de construir la

unicidad y fueron más allá, ya que generalmente nosotros presentamos un plano estático, es decir, la coordenada x , está en la horizontal y la coordenada y , en la vertical, pero si uno lo mira al revés ¿está mal? Claramente según nuestra percepción no están errados y más aún dan evidencia que tienen una construcción más profunda de lo que es la función. Esto lo podemos percibir cuando dicen las gráficas que no cumplen, es más, son capaces de decir como deberían ser para que cumplieran la condición. Es aquí donde queremos profundizar en que en el transcurso de la historia hemos ido creando obstáculos y estos después repercuten en los procesos de enseñanza superior, por ejemplo el plano tiene coordenadas (x,y) ¿podría ser (a,b) , u otro ? ¿por qué no?, porque siempre se les presenta a los estudiantes $f(x)$, podría ser ¿ $g(u)$? Esto causa que el estudiante tenga el centro en la notación y no en la esencia de lo que es el concepto, por lo que antes al momento de presentar de manera algebraica $f(x)$ dicen que es función, pero al presentarles $g(u)$ dicen que no es función. Es aquí la importancia de lo hecho por el grupo n°2, ya que como no tienen la noción de plano cartesiano, ellos no están limitado a que el eje x es el de la horizontal y el eje y el de la vertical, por lo que para ellos el plano no es estático, si no, que lo pueden mover y en base a eso, teniendo en cuenta la esencia de la pregunta y no centrandose en la norma dada por los programas, son capaces de poner en juego y construir el concepto completo de función.

Referencias

- Alfaro, S. Chala, J. Espinoza, Y. Guajardo, I. y Hurtado, M. (2014). *Texto para el estudiante Matemática 8°*. Editorial Galileo.
- Buendía, G. (2006). *Una socioepistemológica del aspecto periódico de las funciones*. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(2), 227-251.
- Cordero, F. (2006b). *La modellazione e la rappresentazione graficanell'insegnamento-apprendimentodella matemática*. *La Matemática e la sua Didattica*, 20(1), 59-79.
- Cordero F. & Flores R. (2007). *El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1) 7-38. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33500102>
- MINEDUC, (2013). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio*. Recuperado el 24 de junio de 2014 en www.mineduc.cl/index5_int.php?id_portal=47&id_contenido=17116&id_seccion=3264&c=1
- Rico, L (2007). *La competencia matemática en PISA, PNA, I(2)*, 47 – 66. Recuperado el 24 de junio de 2014 de <http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Rico2007PNA1%282%29Lacompetencia.pdf>
- Ruiz-Higueras, L. (1994). *Concepciones de los alumnos de Secundaria sobre la noción de función: análisis epistemológico y didáctico*. (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Jaén. España
- Suárez, L. & Cordero, F. (2008). *Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico*. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 3(1), 51-58. ISSN 1850-6666.
- Suárez, L. & Cordero, F. (2010). *Modelación – Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4), 319 – 334. ISSN: 1665-2436.