

# INVESTIGAÇÃO EM FORMAÇÃO CONCEITUAL: O CONHECIMENTO DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO SOBRE POLÍGONOS

Marcelo Carlos de Proença

Doutorando do Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência – UNESP

Nelson Antonio Pirola

Professor Doutor do Departamento de Educação – UNESP/Brasil

## RESUMO

*O presente estudo faz parte da área de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática que investiga, entre outros temas, conhecimentos relacionados à formação de conceitos matemáticos. O objetivo foi investigar o conhecimento conceitual de polígonos de 76 alunos do ensino médio em termos de atributos definidores e exemplos e não-exemplos. Os instrumentos de coleta de dados foram uma prova com duas questões sobre polígonos, um teste de atributos definidores e um teste de exemplos e não-exemplos, baseados na teoria de Klausmeier e Goodwin (1977) sobre formação de conceitos. Os resultados mostraram que os participantes da pesquisa tiveram dificuldades em identificar atributos definidores de polígonos e discriminar exemplos de não-exemplos, apresentando a formação desse conceito ao nível de identidade.*

**Palavras-chave:** Polígonos. Formação de conceitos. Ensino-aprendizagem de geometria.

## ABSTRACT

*This study is part of the area of research in Psychology of Mathematics Education that investigates, among other things, knowledge relating to the formation of mathematical concepts. The objective was to investigate the conceptual knowledge of polygons of 76 high school students in terms of defining attributes and examples and non-examples. The instruments for collecting data was a test with two questions about polygons, defining attributes of a test and a test of examples and non-examples, based on the theory of Klausmeier and Goodwin (1977) on formation of concepts. The results showed that participants of the survey had difficulties in identifying defining attributes of polygons and non-discriminating examples of examples, showing the formation of this concept to the level of identity.*

**Keywords:** Polygons. Formation of concepts. Teaching and learning of geometry.

---

Proença, M.C. de, Pirola, N. A. (2009). Investigação em formação conceitual: o conhecimento de alunos do ensino médio sobre polígonos. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 379-387). Santander: SEIEM.

## INTRODUÇÃO

No campo de investigação em Educação Matemática, a área de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática tem como um de seus pontos de investigação a aprendizagem e o desenvolvimento de conceitos. Além disso, analisa e oferece caminhos vinculados às práticas pedagógicas dos professores.

Pesquisas realizadas nessa área mostraram que alunos do ensino fundamental e do ensino médio apresentaram dificuldades, quando foram submetidos a testes, tarefas e provas matemáticas, na identificação e discriminação de conceitos de geometria (Moraco, 2006; Rezi, 2001, 2007; Viana, 2000, 2005).

Além disso, outros estudos (Inoue, 2004; Santos, 2002; Teixeira-Filho, 2002; Silva, 2004) investigaram a formação de conceitos geométricos e apontaram a falta de domínio dos conceitos da geometria plana e espacial em relação às características das figuras e dificuldades em realizar e articular os conceitos com suas representações. Cada uma delas indicou estratégias de ensino pautadas em teorias ou materiais manipulativos para favorecer uma aprendizagem significativa.

Os estudos que foram realizados apresentaram resultados que indicaram as dificuldades dos alunos da escola básica no conhecimento conceitual de geometria. Sabe-se que o tipo de ensino, baseado na aprendizagem memorística e mecânica, que utiliza a geometria apenas para validar fórmulas de cálculos como de área, perímetro e volume, tem gerado obstáculos na aquisição e apropriação de conceitos geométricos.

Nesse sentido, Klausmeier e Goodwin (1977) apresentaram a importância de favorecer na aprendizagem dos alunos o conhecimento conceitual através de atributos definidores, atributos irrelevantes e exemplos e não-exemplos. Para os autores, a maioria dos conceitos é formada de características que permitem que sejam relacionados e mesmo diferenciados de outros conceitos. Assim, o conceito de polígonos pode ser definido em termos dos seguintes atributos definidores: figura plana, fechada, formada de segmentos de reta, figura simples.

Pereira-Mendoza (1993) e Toumasis (1994) mostraram que para favorecer a aprendizagem do conceito de quadrilátero é necessário que sejam trabalhadas as idéias-chaves referentes às características desse tipo de classe, bem como suas propriedades. Tal trabalho foi apontado na pesquisa de Inoue (2004) que mostrou que os alunos de sexta série entenderam que características visuais óbvias como cor, forma e tamanho são insuficientes na definição de formas geométricas, como quadriláteros, sendo importante o foco em seus atributos definidores.

De acordo com o exposto, o objetivo do estudo foi investigar a seguinte questão de pesquisa: Qual o conhecimento do conceito de polígono apresentado por alunos do ensino médio em termos de atributos definidores e exemplos e não-exemplos?

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A base teórica do estudo é baseada na teoria de aprendizagem e desenvolvimento de conceitos de Klausmeier e Goodwin (1977), os quais consideram um conceito como *“informação ordenada sobre as propriedades de uma ou mais coisas – objetos, eventos ou processos – que torna qualquer coisa ou classe de coisas capaz de ser diferenciada de ou relacionada com outras coisas ou classes de coisas”* (p. 312).

Para esses autores, os conceitos se definem como construtos mentais ou como entidades públicas. Os conceitos como *construtos mentais* se formam de acordo com as experiências de aprendizagem e padrões maturacionais únicos de cada indivíduo. Conceitos como *entidades públicas* são definidos como informação organizada que corresponde aos significados de palavras os quais estão colocados em dicionários, enciclopédias e outros livros.

Para eles, um conceito pode apresentar as seguintes características: aprendibilidade, utilidade, validade, generalidade, importância, estrutura (em termos de atributos definidores), perceptibilidade de exemplos e numerosidade de exemplos. O conceito de polígono abordado neste estudo propicia todas as características acima, permitindo que seja utilizado para formar outros conceitos relacionados.

De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977), as pessoas formam um mesmo conceito em quatro níveis cognitivos: concreto, identidade, classificatório e formal. Para se formar o conceito em cada um dos níveis, nessa seqüência, sendo necessário ter formados os anteriores, é preciso certas operações mentais. A Figura 1 mostra os níveis de formação de conceitos e as respectivas operações mentais.

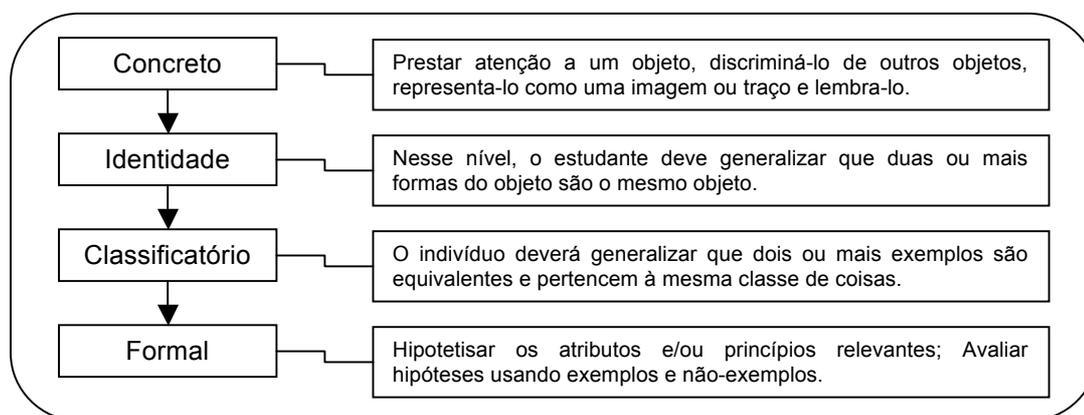


Figura 1 - Níveis cognitivos e operações mentais.

Uma condição importante no processo de formação conceitual, estabelecido através de níveis cognitivos, é o trabalho com os atributos. Para Klausmeier e Goodwin (1977), “*um atributo é uma característica discriminável de um objeto ou evento que pode assumir valores diferentes, por exemplo, cor, forma, etc.*” (1977, p. 52). Em um conceito, temos os *atributos definidores* e *atributos irrelevantes*. O primeiro diz respeito aos atributos que definem o conceito. Por exemplo, alguns atributos definidores de polígonos são: segmentos de reta, figura simples, figura fechada e figura plana. O segundo, são atributos que não interferem na formação de um conceito, por exemplo: cor, hachuras, bordas espessas e finas, tamanho, orientação na página etc.

Os autores salientam que no processo de formação de conceitos é importante o uso e discriminação de *exemplos* e *não-exemplos*. Os exemplos são as figuras que contêm os atributos definidores próprios de um conceito. Segundo Klausmeier e Goodwin (1977), um conceito deve ser reconhecido mesmo quando apresentam atributos irrelevantes como cor interna, hachuras e bordas de espessura variada. Já os não-exemplos são figuras que não apresentam todos os atributos definidores contidos nos exemplos. E mesmo apresentando algum atributo comum, se diferenciam pelo

restante de atributos que o formam. Por exemplo, para o conceito de polígono, figuras como triângulos, quadriláteros, pentágonos são alguns de seus exemplos. Agora, figuras como circunferência e círculo são não-exemplos de polígonos, pois não possuem como atributo definidor, segmentos de retas.

O uso de *exemplos e não-exemplos* é de extrema importância para formar um conceito em cada um dos níveis cognitivos, uma vez que permitem que o aluno não subgeneralize, por exemplo, que triângulos equiláteros são os únicos exemplos de triângulos. Além disso, possibilita, também, a prevenir erros de supergeneralização como, por exemplo, denominar de triângulo uma pirâmide pelo fato dela possuir faces laterais triangulares. Nesse sentido, a formação de um conceito, segundo Klausmeier e Goodwin (1977), significa conhecer os atributos definidores e os exemplos e não-exemplos de um conceito.

## METODOLOGIA

Participaram do estudo 76 alunos que estavam distribuídos nas três séries do ensino médio de uma escola pública. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram: (1) uma prova matemática com duas questões: *O que você entende por polígono? Desenhe dois exemplos de polígono*; (2) um teste que envolveu afirmações sobre polígonos e seus atributos definidores, bem como com atributos irrelevantes; e (3) um teste com desenhos de exemplos e não-exemplos de polígonos.

Foi aplicado, primeiramente, a prova matemática e os resultados foram dispostos em uma tabela (Tabela 1). Posteriormente, foram aplicados os dois testes e os dados coletados foram arranjados em tabelas (Tabela 2 e Tabela 3).

A análise dos dados correspondeu a uma categorização das respostas fornecidas pelos alunos na prova. *“As categorias são rubricas ou classes as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso de análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão de caracteres comuns destes elementos”* (Bardin, 1977, p. 117). Já a análise dos testes se deu por meio da quantificação dos acertos e erros, o que refletiu o desempenho.

## RESULTADOS OBTIDOS E ANÁLISE

A primeira questão da prova perguntava aos alunos *O que você entende por polígono?* A Tabela 1 mostra que apenas quatro alunos identificaram um atributo definidor de polígono, de acordo com a categoria *figura com vários lados*, o que significava que se tratava de uma figura formada por segmentos de reta. Nenhum aluno evidenciou que se tratava de uma forma geométrica plana, característica crucial que a diferencia das figuras espaciais (não-planas). No entanto, um aluno a denominou de forma espacial, mostrando desconhecer o atributo primordial de sua estrutura.

A segunda questão solicitava aos alunos *Desenhe dois exemplos de polígono*. Observando a Tabela 1, somente 22,4% deles forneceram os dois exemplos corretos, como, por exemplo, triângulos e quadriláteros, pentágonos e hexágonos etc. Realizar os desenhos com o mesmo número de lados, conforme fizeram 10,5% dos alunos, descaracteriza os exemplos de polígonos, pois eles se diferem pela quantidade de segmentos de retas que o formam. Tal situação evidencia, segundo a teoria de Klausmeier e Goodwin (1977), que esses alunos estavam em um nível de identidade de

formação conceitual. Subtraindo os que não responderam, podemos verificar que todas as categorias mostram que os estudantes acertaram pelo menos um exemplo.

Descreveu polígono como:	Nº de participantes	%	Tipo de figura desenhada	Nº de participantes	%
Figura com vários lados	4	5,3	Dois polígonos diferentes	17	22,4
Figura com retas	2	2,6	Dois polígonos com mesmo nº de lados	8	10,5
Figuras com mais de 4 lados	13	17,1	Um único polígono	7	9,2
Forma geométrica espacial	1	1,3	Polígonos côncavos	2	2,6
Não respondeu	56	73,7	Não respondeu	42	55,3
Total	76	100,0	Total	76	100,0

Tabela 1. Distribuição dos alunos quanto ao entendimento de polígono e os desenhos realizados

No teste com afirmações sobre polígonos e seus atributos definidores, foi possível perceber que os alunos não identificaram, em sua maioria, tais atributos. De acordo com a Tabela 2, atributos como *figura plana*, *figura simples* e *bidimensional* tiveram índices de acertos abaixo de 50%, mostrando que esses estudantes não sabiam características essenciais do conceito. Já os atributos *segmentos de reta* e *fechada* apresentaram 67,1% e 73,7% de acertos, respectivamente. Nas afirmações que tratavam de um atributo que não era de polígono, somente as que continham *figuras abertas* e *três dimensões* foram corretamente identificadas por 77,6% e 55,3% dos estudantes.

Os alunos conseguiram identificar que ser *preto* é um atributo que não pertence ao conceito de polígono, sendo, portanto, atributo irrelevante, pois, a maioria mostrou desempenho alto nessas afirmações, de acordo com a tabela abaixo.

Afirmações	Acertou	%	Errou	%
Todo polígono é uma figura plana	32	42,1	44	57,9
Existem polígonos que não são figuras planas	25	32,9	51	67,1
Todos os polígonos são formados por segmentos de reta	51	67,1	25	32,9
Existem polígonos que não são formados por segmentos de reta	42	55,3	34	44,7
Os polígonos são figuras abertas	59	77,6	17	22,4
Todos os polígonos são figuras fechadas	56	73,7	20	26,3
Todos os polígonos são pretos	55	72,4	21	27,6
Todos os polígonos são figuras simples	37	48,7	39	51,3
Nem todos os polígonos são figuras simples	30	39,5	46	60,5
Os polígonos possuem três dimensões	42	55,3	34	44,7
Os polígonos são bidimensionais	36	47,4	40	52,6
Os polígonos são também chamados de poliedros	36	47,4	40	52,6
Todos os polígonos são convexos	35	46,1	41	53,9

Tabela 2. Desempenho dos alunos nas afirmações envolvendo atributos de polígonos

No teste de exemplos e não-exemplos, o aluno foi solicitado a discriminar se a figura era polígono ou não. Foram colocadas figuras repetidas, diferenciando no aspecto visual, onde espessuras de bordas, hachuras e orientação no papel foram destacadas. Pela tabela abaixo, podemos notar que os dois quadrados e os três triângulos tiveram índices abaixo de 45% de acertos. São as figuras mais comuns em atividades escolares e não foram identificadas pela maioria dos alunos.

Podemos notar que os pares de polígonos formados por triângulos (figuras 1 e 8) e quadrados (figuras 5 e 7) apresentavam uma representação com hachura, a qual, de acordo com a Tabela 3, tiveram porcentagem de acertos inferior a sua figura constituída somente por segmentos de reta. No entanto a porcentagem de acertos foi baixa em ambas.

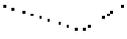
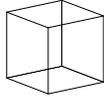
Figura	Polígono	Nº de alunos	%	Figura	Polígono	Nº de alunos	%
1. 	Sim	34	44,7	2. 	Sim	37	48,7
	Não	42	55,3		Não	39	51,3
3. 	Sim	29	38,2	4. 	Sim	17	22,4
	Não	47	61,8		Não	59	77,6
5. 	Sim	34	44,7	6. 	Sim	29	38,2
	Não	42	55,3		Não	47	61,8
7. 	Sim	26	34,2	8. 	Sim	31	40,8
	Não	50	65,8		Não	45	59,2
9. 	Sim	34	44,7	10. 	Sim	27	35,5
	Não	32	55,3		Não	49	64,5

Tabela 3 - Distribuição dos participantes quanto à discriminação realizada de polígonos

Podemos observar que o cubo (figura 2) e a pirâmide de base quadrada (figura 6) foram denominados por boa parte dos alunos como polígonos. Naquele, as porcentagens da tabela que mostraram ser ou não polígono ficaram muito próximas, evidenciando que não conseguiram diferenciar uma figura espacial de uma figura plana.

Como as faces do cubo são quadrados e as faces laterais da pirâmide são triângulos, o que pode ter ocorrido é que esses alunos devem ter achado que se tratava de um polígono como um todo, supergeneralizando, assim, o conceito de triângulo. Pesquisas mostraram que alunos têm chamado o cubo de quadrado e até mesmo de cilindro (Moraco, 2006), e também denominado pirâmides de triângulo, situação que não acontece ao contrário, como chamar de cubo um quadrado.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS E IMPLICAÇÕES DO ESTUDO

O presente estudo procurou investigar qual era o conhecimento conceitual de polígonos em termos de seus atributos definidores e de seus exemplos e não-exemplos. O conhecimento conceitual de polígonos é importante, pois se trata de uma das etapas de processo de pensamento avançado, a formação conceitual, sendo necessária para obter sucesso em solução de problemas que envolvam esse conceito.

A análise das respostas dos alunos mostrou que eles não conseguiram descrever por meio das palavras o conceito de polígono, talvez por não terem aprendido corretamente seus atributos definidores. Quanto aos exemplos fornecidos, os alunos tiveram melhores resultados.

A maior parte dos alunos do ensino médio mostrou desconhecer os atributos definidores, pois muitas afirmações tiveram índices baixos de acertos. Eles apresentaram um maior conhecimento em relação à identificação de polígono ser uma figura formada por segmentos de reta e fechada.

Os alunos também apresentaram baixo desempenho na discriminação de exemplos básicos de polígonos, como quadrados e triângulos. Apesar de algumas dessas figuras aparecerem com um atributo irrelevante, podemos afirmar que o mesmo não contribuiu para o mau desempenho dos alunos, uma vez que suas porcentagens de acertos foram baixas para as figuras de mesma forma.

Além disso, grande parte dos alunos não conseguiu diferenciar polígonos de figuras espaciais como o cubo e a pirâmide de base quadrada apresentados neste trabalho. O fato destas possuírem faces formadas por polígonos não quer dizer que recebam tal denominação, pois se tratam de figuras que pertencem ao espaço tridimensional, ou seja, que ocupam lugar no espaço. Os polígonos são figuras pertencentes ao plano bidimensional.

O nível cognitivo de formação conceitual desses alunos foi identificado como o nível de identidade (Klausmeier & Goodwin, 1977), pois, para estarem no nível formal (objetivo da educação escolar), deveriam ter tido excelente desempenho nas tarefas propostas. Como também apresentaram dificuldades em discriminar exemplos de polígonos de não-exemplos, não se mostraram ao nível classificatório. E como o primeiro nível, o concreto, se dá pelo reconhecimento de formas, coisa que foi possível verificar nas atividades, o nível em que estão foi o enunciado acima.

De modo geral, foi insuficiente o conhecimento apresentado por alunos do ensino médio, participantes da presente pesquisa, sobre o conceito de polígono. Desse modo, é necessário que o professor utilize formas didáticas diferenciadas para o ensino de conceitos em sala de aula.

Uma proposta importante para o ensino é apresentada por Casas e Luengo (2003) sobre Conceitos Nucleares, utilizando uma análise do conceito através de Redes Pathfinder (representação de relações entre conceitos) para identificar aqueles que os alunos colocavam como núcleo para estabelecer as relações.

Em um estudo anterior, Casas e Luengo (2001) investigaram o conceito de ângulo de 51 alunos com idades entre 09 e 13 anos através de Redes Associativas Pathfinder. Os autores mostraram que, conforme os alunos se encontravam em séries mais adiantadas, a tendência foi representar poucos conceitos como núcleos das relações, sendo que o conceito de ângulo foi tido muitas vezes como central, ancorando os demais.

Assim sendo, a teoria de Klausmeier e Goodwin (1977) poderia dar condições posteriores para os alunos sobre tais condições com um ensino realizado através de: (a) atributos definidores; (b) atributos irrelevantes; (c) exemplos do conceito; e (d) não-exemplos do conceito. Tal postura pode permitir que os estudantes compreendam relações mais estreitas entre conceitos como relações de causa-e-efeito, condicional e de inclusão, auxiliando, também, nos processos de resolução de problemas.

Este tipo de trabalho tem sido proposto, como muitos outros, uma vez que o desempenho dos alunos pode ter relação com a formação dos professores que ensinam matemática. Pesquisas mostraram que tais professores, quando o assunto era geometria, apresentavam dificuldades no domínio de conceitos importantes para o ensino escolar (Barrantes & Blanco, 2006; Pavanello & Andrade, 2002). Nesse caso, estudos como os de Garcia (1998) e de Ponte (1998) apresentam importantes direções para melhorar o desenvolvimento profissional desse professor.

Para Garcia (1998), é importante, entre outras situações, entender como os professores aprendem e favorecer seus próprios processos de formação. Segundo Ponte (1998), o professor de matemática deve se colocar como protagonista de seu desenvolvimento profissional e da sua formação, assumindo uma atitude profissional. Para isso, seria importante permitir um processo de investigação das práticas, pois ela se coloca como grande possibilidade de desenvolvimento profissional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo* (L. A. Reto & A. Pinheiro, Trad.). Lisboa: Edições 70.
- Barrantes, M.; & Blanco, L. J. (2006). Caracterização das concepções dos professores em formação sobre ensino-aprendizagem da geometria (C.A.B.A. FIGUEIREDO, Trad.). *Zetetiké*, 14, 65-92.
- Casas, L. M.; & Luengo, R. (2003). Redes Asociativas Pathfinder y teoría de los conceptos nucleares: aportaciones a la investigación en didáctica de las matemáticas. *VII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, Espanha.
- Casas, L. M.; & Luengo, R. (2001). El ángulo: estudio de un concepto geométrico mediante Redes Asociativas Pathfinder. *V Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, Almería, Espanha.
- Garcia, C. M. (1998). Pesquisa sobre formação de professores: o conhecimento sobre aprender a ensinar (L. L. OLIVEIRA, Trad.). *Revista Brasileira de Educação*, 9, 51-75.
- Inoue, R. K. M. (2004). *O processo de formação do conceito de quadriláteros, envolvendo alunos de uma 6ª série do ensino fundamental*. Dissertação de mestrado, Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí, SC, Brasil.
- Klausmeier, H. J.; & Goodwin, W. (1977). *Manual de Psicologia Educacional: aprendizagem e capacidades humanas* (M. C. T. A. Abreu, Trad.). São Paulo: Harper & Row.
- Moraco, A. S. C. T. (2006). *Um estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do ensino médio*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, Bauru, SP, Brasil.

- Pavanello, M. R., & Andrade, R. N. G. (2002). Formar professores para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas em matemática. *Educação Matemática em Revista*. Edição especial, 9, 78-87.
- Pereira-Mendoza, L. (1993). What is a quadrilateral? *Mathematics Teacher*, 86, 774-776.
- Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. In: *Actas do ProfMat* (pp. 27-44). Lisboa: APM.
- Rezi, V. (2001). *Um estudo exploratório sobre os componentes das habilidades matemáticas presentes no pensamento em geometria*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Rezi-Dobarro, V. (2007). *Solução de problemas e tipos de mente matemática: relações com as atitudes e crenças de auto-eficácia*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Santos, L. P. (2002). *Compreendendo dificuldades de aprendizagem na articulação de conceitos geométricos*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, MS, Brasil.
- Silva, J. N. (2004). *Compreendendo as dificuldades de aprendizagem dos alunos do CEFET-AL em geometria espacial*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Brasil.
- Teixeira-Filho, D. M. (2002). *O aprendizado da geometria no ensino médio: origens de dificuldades e propostas alternativas*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
- Toumasis, C. (1994). When is a quadrilateral a parallelogram? *Mathematics Teacher*, 87, 208-211.
- Viana, O. A. (2000). *O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Viana, O. A. (2005). *O componente espacial da habilidade matemática de alunos do ensino médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e à geometria*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

