



CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE CÁLCULO APROXIMADO MEDIANTE EL USO DE INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN NO CONVENCIONALES

Ivón García, Guadalupe Cabañas-Sánchez
bony_999@hotmail.com, gcabanas.sanchez@gmail.com
Universidad Autónoma de Guerrero
Básico

Resumen

El artículo reporta un estudio en el que nos interesamos porque un grupo de estudiantes de séptimo grado (11-13 años), construyeran el concepto de cálculo aproximado mientras resolvían problemas que los situaron a obtener el perímetro de una región rectangular con datos provenientes de mediciones hechas con instrumentos de medición convencionales, y no convencionales. El proceso de construcción de este concepto, tomó como base a la Teoría de la Actividad y se desarrolló en tres fases que se interrelacionan: *Orientación, Ejecución y Control*. Los resultados evidencian dos formas de caracterizar al cálculo aproximado por los estudiantes, como: a) *las medidas que se acercan a un resultado real o se aproximan a una solución real*, o bien, b) *un cálculo no exacto*; ambas atienden las características principales de este tipo de cálculo.

Palabras clave: *Cálculo aproximado, aproximación, instrumentos de medición no convencionales.*

1. INTRODUCCIÓN

Esta investigación se desarrolla en el marco de una situación de aprendizaje que promueve la construcción del concepto de cálculo aproximado en estudiantes de séptimo grado (primero de secundaria). El contexto de la situación es la resolución de problemas, que los sitúa a obtener el perímetro de una región rectangular de la que se conocen las medidas del largo y el ancho. Lo que caracteriza a estos datos es su origen: unos provienen de mediciones realizadas con dos instrumentos de medición no convencionales y otros, con uno convencional. El cálculo de perímetros con datos expresados en términos de instrumentos no convencionales, obligó a los estudiantes a transformarlos a medidas convencionales, en este caso, a metros. Resultado de ello, obtuvieron datos no exactos de las medidas del largo y ancho de la región, esto es, expresadas por un número que contiene una parte entera y una decimal. A su vez, reconocieron que las medidas de estas magnitudes, diferían en función del instrumento de medición (no convencional), consecuentemente, la del perímetro. Es a partir del análisis de los cálculos realizados para obtener la medida del perímetro con datos provenientes de instrumentos del primer tipo, que los estudiantes reconocieron que este tipo de cálculos conducen a la obtención de valores aproximados.

El cálculo aproximado, es un tipo de cálculo que conmina a trabajar con datos que no son exactos. De acuerdo con Gómez (2005), este tipo de cálculos son resultado de la medición con instrumentos de medida que por muy finos que sean siempre tienen un margen de error. Su uso es frecuente en situaciones tanto escolares como no escolares. En el cálculo aproximado se utilizan sobre todo números decimales, y para representarlos, suele pedirse que la parte decimal considere décimas, centésimas, milésimas y hasta diezmilésimas. Así ocurre por ejemplo, cuando se determina la relación que guarda la medida de la longitud de una circunferencia con la de su respectivo diámetro, el número que se obtiene del cociente entre estos dos datos, es un valor aproximado, al que se le conoce como número pi, pero además de ello, no es un número

periódico, razón por la cual, suele usarse la parte entera con al menos cuatro decimales (diezmilésimos). En la vida cotidiana también se usa este tipo de cálculos, por ejemplo, cuando se obtiene el peso de una persona, independientemente del instrumento de medición, la medida es aproximada, dado que no se consideran los objetos que porta la persona sobre sí misma.

Si bien el cálculo aproximado es una noción matemática cuyo estudio no aparece como tal en el currículo actual de la enseñanza básica, es claro que favorece el desarrollo del pensamiento tanto numérico como algebraico. La importancia por desarrollar esta noción en los estudiantes, radica en que una gran variedad de problemas no pueden ser resueltos por métodos exactos. A su vez, porque el discurso matemático escolar debe contribuir a que sean capaces de distinguir cuándo un cálculo es exacto y cuándo es aproximado, y; cómo puede aproximarse un valor, esto es, de las reglas para trabajar con cifras significativas. Con ello, la matemática coadyuva al desarrollo de formas de pensamiento en los estudiantes, que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos y además, que utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.

2. ORIENTACIÓN TEÓRICA

Los conceptos de cálculo aproximado y aproximación son fundamentales en este trabajo. El primero se asume de Gómez (2005) y el segundo, de Segovia, Castro, Rico y Castro (1989). En su investigación, Gómez (2005) resalta la importancia por evitar confundir entre cálculo aproximado, cálculo estimado y cálculo mental, por ello explica en qué consisten a partir de sus diferencias. De este modo, sostiene que el cálculo mental es aquel que se trabaja con datos exactos, mientras que en el cálculo estimado y el cálculo aproximado no. Estos dos últimos, los distingue por la procedencia de los datos: en el primer caso los datos son el resultado de un juicio o valoración y en el segundo proceden de la medición con instrumentos de medida que por muy finos que sean siempre tienen un margen de error.

La definición de aproximación se concibe en el sentido de Segovia, Castro, Rico y Castro (1989), quienes la definen como “...es encontrar un resultado suficientemente preciso para un determinado propósito...”. El término precisión, lo conciben en el sentido de que una aproximación debe ser lo más cercana posible a un valor exacto y este proceso lo entienden como algo totalmente controlable, es decir, se aproxima tanto como la situación lo requiera. Sostienen además, que el proceso de aproximación tiene como herramientas los teoremas del cálculo aproximado o teoría de errores y los algoritmos de lápiz y papel o con calculadora.

El proceso de construcción del concepto de cálculo aproximado, toma como base a la Teoría de la Actividad. De acuerdo con Linares (1995), la construcción de conceptos matemáticos desde esta teoría se sustenta de una serie de acciones mentales y prácticas, por ello se concibe a la acción como la piedra angular de toda actividad. Afirma además, que en la ejecución de toda acción, siempre se presentan tres fases que se interrelacionan: *Orientación*, *Ejecución* y *Control*. La parte orientadora de la acción está relacionada con la utilización por el individuo del conjunto de condiciones concretas, necesarias para el exitoso cumplimiento de la acción (una tarea) dada. A través de la parte ejecutora se transforma el objeto (como objetivo y condiciones) de la acción, el cual puede ser real o conceptual. El aspecto de control, persigue la valoración de la acción, al confrontar resultados que se van obteniendo en la ejecución.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Desde el punto de vista metodológico es un estudio de tipo cualitativo, con carácter interpretativo. Se sustenta en una situación de aprendizaje, constituida por cuatro tareas, organizadas en tres secciones, las cuales situaron a los estudiantes a trabajar en un ambiente de lápiz y papel. Las tareas se aplicaron en una sesión de cincuenta minutos y fueron resueltas en equipos de cuatro integrantes.

En el proceso total de elaboración de conceptos matemáticos y sus definiciones, Ballester, *et al.* (1992), distinguen entre *definir un concepto* e *introducir un concepto*. Definir un concepto implica arribar a una elaboración exacta de su definición, mientras que introducir conceptos, significa que los estudiantes conozcan las características que definen al concepto pero no una definición explícita de él. Así visto, la construcción del concepto de cálculo aproximado, quedó a nivel de enunciar sus características, esto es, se introdujo un concepto. La vía que se siguió, fue la inductiva, la cual consiste en partir de ejemplos para llegar a la definición, es decir, el concepto se desarrolla a partir de descripciones, explicaciones hasta llegar a introducir el concepto; en otras palabras, se parte de lo particular para llegar a algo general (Ballester, et al, 1992). En ese proceso, se llevaron a cabo las siguientes acciones, contenidas en las fases de *Orientación*, *Ejecución* y *Control*:

- a) *Asegurar el nivel de partida*. Consistió de las consideraciones previas tomadas en cuenta respecto de los conocimientos de partida y del uso de determinadas herramientas, como: que fueran capaces de realizar operaciones básicas, reconocer números enteros positivos con su parte decimal y compararlos, el valor posicional de los números decimales, así como del uso de la calculadora.
- b) *Motivar y orientar hacia el objetivo*. Inicialmente se motivó a los estudiantes a través de las tareas, que los situaron a trabajar en problemas que involucraron el uso de medidas obtenidas con instrumentos de medición convencionales y no convencionales en la determinación de perímetros de regiones rectangulares. Luego, se motivó todo el proceso, por ejemplo, la vía de solución y el control. La orientación hacia el objetivo se dio en dos momentos, uno durante la fase de *orientación* y la otra, en la de *ejecución*.
- c) *Poner a disposición objetos de análisis (representantes y no representantes del concepto en cuestión)*. Con base en su resolución de tareas, los estudiantes debían reconocer las características del cálculo aproximado. En estas tareas, se ofrecieron datos de la medida del largo y del ancho en términos de dos instrumentos de medición no convencionales (la cuerda y la varilla) y uno no convencional (el flexómetro). Otro tipo de condiciones dadas, consistieron en la medida de longitud en metros, de la cuerda y la varilla.
- d) *Analizar los objetos respecto a características comunes y no comunes*. Consistió de los datos que se dieron en términos de la cuerda y la varilla, estos les proporcionarían valores aproximados (característica común) diferentes (característica no común) a uno real. Por otro lado, se les situó a trabajar con medidas tomadas con un flexómetro, las cuales eran exactas.
- e) *Establecer un sistema de características necesarias y suficientes*. El trabajo con instrumentos de medición no convencionales obligó a los estudiantes a trabajar, con **datos no exactos**, puesto que a pesar de que las mediciones con estos instrumentos sean muy finas **siempre hay un margen de error**. Estas son dos características esenciales, son las que debían identificar por los estudiantes.

f) *Formular la definición o explicación.* Consistió en la descripción de las características esenciales de nuestro objeto de estudio a saber, el cálculo aproximado. Consecuentemente, se esperaba que una vez que los estudiantes reconocieran las características esenciales del cálculo aproximado, las incluyeran en la definición que se les pidió acerca del cálculo aproximado.

A. Los participantes

La investigación se desarrolló con cuarenta estudiantes (11–13 años de edad) que cursaban el séptimo grado, en una escuela secundaria general ubicada en la ciudad de Chilpancingo, Guerrero. Los antecedentes académicos básicos de los participantes consistieron de conocimientos acerca de: números fraccionarios, sus relaciones y sus operaciones, cálculo de perímetro en polígonos regulares, las operaciones básicas, así como, para resolver problemas contextualizados.

B. La situación de aprendizaje

La situación de aprendizaje se estructuró en tres secciones: a) “Para aprender”, b) “Síntesis”, y; c) “Ejercicios”. La primera tuvo como finalidad que los estudiantes identificaran las características esenciales que constituyen el cálculo aproximado, esto es, que: a) se trabaja con datos no exactos, y; b) proceden de la medición con instrumentos de medida que por muy finos que sean siempre tienen un margen de error. La sección síntesis por su parte, tuvo como finalidad que los estudiantes establecieran a modo generalización, una definición de cálculo aproximado. Y en la última sección como su nombre lo indica, se plantearon algunos ejercicios, para que los estudiantes aplicaran sus conocimientos acerca del concepto (objeto de estudio) en otras situaciones, así también, se les pidió que dieran ejemplos de otros instrumentos de medida (ya sea de capacidad, volumen o peso) mediante los cuales se pueden obtener datos aproximados.

B.1. Tareas en sección *Para aprender*

Esta sección se constituyó de dos tareas. La primera ubicó a los estudiantes a determinar en metros, el perímetro de un terreno rectangular dadas las medidas de sus lados en términos de dos instrumentos no convencionales, una cuerda y una varilla, de los que se sabía cuántos metros medía cada uno. Luego, se les situó a comparar ambos datos, a fin de que se percataran de que no eran números exactos y además, que eran diferentes, debido a los instrumentos de medición. Mientras que en la tarea dos, debían obtener el perímetro del mismo terreno, solo que ahora con las medidas de los lados, tomadas directamente con un flexómetro. El valor al que arribaron en esa ocasión, fue exacto. Al final de esta tarea, se les pidió comparar las medidas de los perímetros obtenidas como resultado de las mediciones hechas con los tres instrumentos, a objeto de que reconocieran: a) que los dos primeros son valores aproximados y que b) aun cuando las mediciones con estos instrumentos sean muy finas siempre hay un margen de error en los cálculos, por los instrumentos de medición no convencionales usados.

B.2. Tareas en sección *Síntesis*

La tarea de esta sección tuvo como fin que los estudiantes arribaran a una definición de cálculo aproximado, y se les planteó través de las preguntas siguientes: ¿Qué entienden por cálculo aproximado? ¿Por qué crees que al trabajar con instrumentos de medición no convencionales se obtienen valores aproximados?

B.3. Tareas en sección *Ejercicios*

Esta sección se planteó a modo de repaso de lo aprendido. Las tareas consistieron de un problema y una pregunta. El problema, se ubicó en el mismo contexto que las tareas 1 y 2 de la primera sección, sin embargo las medidas del terreno eran distintas. En la pregunta, se les pidió que nombraran tres instrumentos con los cuales se obtienen valores aproximados al realizar cálculos (volumen, peso, longitud).

4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

El análisis de los resultados toma como base las explicaciones verbales y no verbales de los 10 equipos (a los que llamamos: E1, E2, ..., E10) en el proceso de resolución de las tareas relativas al cálculo aproximado. Los resultados del análisis se presentan por tarea.

En equipo, los estudiantes hicieron una lectura de la tarea 1, luego procedieron a transformar a metros la medida del ancho y el largo de la región rectangular, provenientes de mediciones con una varilla y una cuerda. Esta acción se motivó a partir de la lectura de la tarea, que pedía la medida del perímetro sin indicar los procedimientos a realizar.

Se observó, que al transformar los datos proporcionados en términos de una varilla y una cuerda a metros, una mayoría de equipos reconoció que las medidas obtenidas eran no exactas y además, diferentes, debido a los instrumentos (véase Figura 1).

Una vez hechas las transformaciones, procedieron a determinar la medida del perímetro. Como resultado de este proceso, sólo seis equipos dieron como respuesta la que cumplía con las exigencias de la tarea, del resto, encontramos que uno tuvo errores procedimentales y tres de ellos, que en lugar del perímetro, calcularon la medida del área (Figura 2). Independientemente del tipo de respuesta, los estudiantes analizaron los datos y al igual que en la etapa anterior, argumentaron que *no eran exactos* y además, que *son diferentes*; nuevamente lo atribuyeron a los instrumentos de medición (Figura 1).

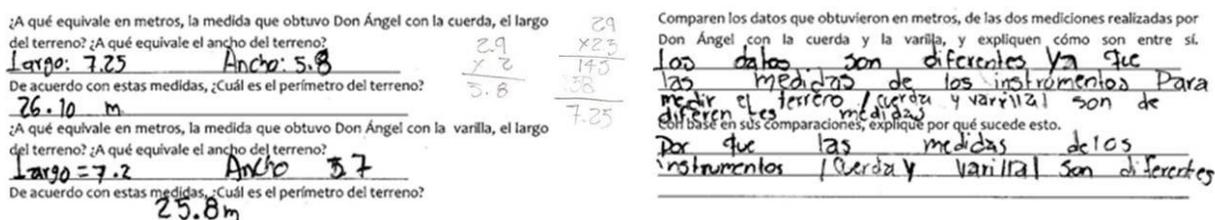


Figura 1. Transformaciones y comparación de los datos dados obtenidos por E3.

En la figura anterior, además de las respuestas, se observan formas de proceder. Por ejemplo, que E3 multiplicó el número de veces que cabía la varilla (o la cuerda) en el ancho y el largo de la región rectangular, por lo que mide en metros cada instrumento.



Figura 2. E2 determinó el área de la región.

En lo que se refiere a la tarea 2, se situó a los estudiantes a determinar la medida del perímetro de la región rectangular con la que trabajaron en la tarea 1. En esta tarea, las medidas del largo y ancho estaban dadas en metros, en la que se explica que el instrumento utilizado para medir la región rectangular fue un flexómetro. Luego de obtener el perímetro con base en estos datos, debían comparar su resultado con las medidas de los perímetros obtenidos en la tarea 1 y a partir de ello, reflexionar acerca de qué valores son aproximados y por qué.

En la obtención del perímetro con las medidas dadas en metros, se observó que la respuesta de una mayoría de equipos cumplía con las exigencias de la tarea. Asimismo, que tres equipos continuaron con una concepción errónea de la fórmula para obtener el perímetro, es decir, calcularon el área de la región rectangular.

Como resultado de la comparación que llevaron a cabo respecto de esta nueva medida de perímetro de la región rectangular con las obtenidas en la tarea 1, los estudiantes ofrecieron argumentos como los siguientes: a) *que los perímetros son diferentes*, esto debido a que *los valores obtenidos con la cuerda y la varilla*, y b) *que no son exactos* (Figura 3). Estos argumentos, son los que caracterizan al cálculo aproximado.

Con base en lo que observaron de los datos obtenidos en las dos actividades, elaboren un reporte en el que expliquen cómo se comportan los datos de acuerdo al instrumento que usan para medir.

que con los principales instrumentos que se utilizan no son tan exactos

Figura 3. Argumentos descritos por E7.

La tarea 3 de la sección *Síntesis* tenía como finalidad que los estudiantes arribaran a una definición de cálculo aproximado, para ello se les planteó una pregunta: ¿Qué entienden por cálculo aproximado? Situación que obligó a los estudiantes a describir sus características esenciales, las cuales ya habían sido identificadas en la sección para aprender.

El análisis a los argumentos presentados por los estudiantes dan cuenta que al menos se presentaron dos definiciones distintas que dan cuenta de lo que comprendieron por cálculo aproximado a partir de su intervención en la situación de aprendizaje. Se observó que dos equipos escribieron que el cálculo aproximado se refiere a *un cálculo no exacto* (inciso a, Figura 5), mientras que el resto (ocho equipos) argumentó que el cálculo aproximado se refería a *las medidas que se acercan a un resultado real o se aproxima a una solución real* (inciso b, Figura 5).

¿Qué entienden por cálculo aproximado?
Medidas que se acercan al resultado real.

(a) Equipo 9

¿Qué entienden por cálculo aproximado?
Un cálculo que no es exacto

(b) Equipo 6

Figura 4. Tipos de definiciones sobre cálculo aproximado.

Por último, en la tarea 3, planteada a modo de repaso de lo aprendido, consistió de un problema el cual se ubicó en el mismo contexto que las tareas 1 y 2 de la primera sección, sin embargo las medidas del terreno eran distintas. Además se pidió a los estudiantes que nombraran algunos instrumentos de medida, ya sea convencionales o no convencionales, de modo que al hacer uso de ellos, proporcionen datos aproximados.

Encontramos que la mayoría de los estudiantes realizaron las transformaciones adecuadas, del número de veces que cabe el instrumento en el largo y ancho a metros, y con ello obtener el perímetro de una la región rectangular, sin embargo observamos que dos equipos debido a la concepción errónea de la fórmula para obtener el perímetro, nuevamente calcularon el área, a pesar de ello afirman que los datos obtenidos son aproximados y además identifican que de los dos instrumentos con los que se obtuvieron las medidas la región rectangular, la cuerda proporcionaba una mejor aproximación, debido a las características de dicho instrumento (véase Figura 5).

Si las medidas reales del terreno son 9.5 m. de largo y 7.3 m. de ancho, cuál de los dos instrumentos utilizados por Don Ángel, proporciona una medida más aproximada al perímetro del terreno. Expliquen por qué.

En el caso de la cuerda tiene una mayor aproximación a la longitud real por ser más flexible y la varilla no puede ser rígida.

Figura 5. Comparación entre los instrumentos (cuerda y la varilla) por E5.

Por otro lado, cuando se pidió a los estudiantes que nombraran tres instrumentos de medida (volumen, peso o longitud), ya sea convencionales o no convencionales con los cuales se obtengan valores aproximados al realizar cálculos, observamos que al menos se reconocen seis instrumentos que proporcionan medidas aproximadas. Los instrumentos que se mencionan son los siguientes: listón, manos, pies, báscula, contenedor de un litro y las reglas y escuadras.

5. REFLEXIONES FINALES

La construcción del concepto de cálculo aproximado se llevó a cabo por la vía inductiva, en un contexto de resolución de problemas. Los resultados evidencian que una mayoría de estudiantes reconoció que los datos provenientes de mediciones hechas con instrumentos no convencionales, dan una medida de perímetro no exacta y además, difieren entre sí. Asimismo, reconocen que aun cuando las mediciones sean muy finas siempre hay un margen de error en los cálculos, debido al uso de los instrumentos de medición ya sean convencionales o no convencionales. Los resultados muestran que los estudiantes arribaron a una definición en términos de las características del objeto matemático en estudio. De este modo, se encontraron al menos dos formas de enunciarlas: a) *las medidas que se acercan a un resultado real o se aproxima a una solución real* y b) *un cálculo no exacto*, todas, ellas atienden las características principales de concebir al cálculo aproximado. Puede decirse además, que los estudiantes fueron capaces de distinguir entre un valor exacto y uno aproximado.

6. REFERENCIAS

- Ballester, S., et al. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo I*. Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Gómez, B. (2005). La enseñanza del cálculo mental. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática* 4, 17-29.
- Linares, G. (1995). *La enseñanza de las matemáticas en la educación superior*. México: Universidad Autónoma de Guerrero.
- Segovia, I., Castro, E., Rico, L. & Castro, E., (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Madrid: Síntesis. Matemática: Cultura y aprendizaje.