EL USO DE MANIPULABLES PARA PROPICIAR LA COMPRENSIÓN DEL SIGNIFICADO DE ECUACIONES LINEALES EN LA ESCUELA SECUNDARIA

Paola Tonanzy García Mendívil, Jorge Ruperto Vargas Castro
paolatonanzy76@gmail.com; rvargas@gauss.mat.uson.mx
Universidad de Sonora
Básico

Resumen
El presente trabajo se enfoca en una experiencia didáctica con estudiantes de secundaria, en el que se muestra la aplicación de una secuencia didáctica que coadyuvó en la comprensión del significado de ecuaciones lineales; mediante la utilización de manipulables (balanza concreta y simulada, utilizando GeoGebra), en donde los manipulables se propusieron como un medio didáctico para crear un ambiente apropiado que desencadenó en el aprendizaje de dicho objeto matemático.

Palabras clave: *Secuencia, ecuaciones lineales, manipulables, representaciones semióticas.*

1. INTRODUCCIÓN

Está experiencia didáctica se desarrolló en el nivel básico, concretamente en una escuela secundaria de Hermosillo, Sonora; y el tema matemático de estudio fue ecuaciones lineales, ubicado en el tema de patrones y ecuaciones, que viene señalado en el eje temático Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico, establecido en la currícula de Matemáticas de la actual reforma educativa en México. Buscándose corresponder a uno de los ocho propósitos del estudio de las Matemáticas para la educación secundaria que señala el programa de estudio; y el cual es que “modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones” (SEP, 2011, p. 14).Es importante que el estudiante domine este tema porque formará parte imprescindible de otros contenidos matemáticos a lo largo de su formación académica.

La utilización de manipulables (balanza concreta y simulada, utilizando GeoGebra) se propusieron como recurso mediático para propiciar la comprensión del significado de dicho objeto matemático en estudiantes de secundaria, de entre 13 y 15 años de edad, mediante una manipulación activa de dicho aparato a través del contacto directo de este con los estudiantes, empleando las piezas concretas únicamente como un puente hacia el entendimiento de ideas abstractas; es importante mencionar que al utilizar manipulables, no comprometa toda la atención de los alumnos, desplazando la propia reflexión matemática.

Los manipulables poseen un carácter exploratorio propiciando la comunicación, discusión y reflexión de los estudiantes en la resolución de problemas. Como lo señala la teoría cognitiva de Piaget (1961), el conocimiento lógico-matemático es el que construye el niño al relacionar las experiencias obtenidas en la manipulación de objetos. El conocimiento lógico-matemático surge de una *abstracción reflexiva*, ya que este conocimiento no es observable y es el niño quien lo construye en su mente a través de las relaciones con los objetos, desarrollándose siempre de lo más simple a lo más complejo, teniendo como particularidad que el conocimiento adquirido una vez procesado no se olvida, ya que la experiencia no proviene de los objetos sino de su acción sobre los mismos, el adulto que acompaña al niño en su proceso de aprendizaje debe planificar didáctica de procesos que le permitan interaccionar con objetos reales, que sean su realidad: personas, juguetes, ropa, animales, plantas, etc.; Piaget menciona que la enseñanza debe ser planeada para permitir que el estudiante manipule los objetos de su ambiente, transformándolos, encontrándoles sentido, hasta estar en condiciones de hacer inferencias lógicas y desarrollar nuevos esquemas y nuevas estructuras mentales.

2. Fundamentos Teóricos

A continuación mostramos algunos elementos de la Teoría de las Representaciones Semióticas de Duval, los cuales son el referente teórico en el que se enmarca la elaboración de este trabajo.

Cuando hacemos matemáticas siempre utilizamos algún tipo de representación, debido a que los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción o a través de una experiencia intuitiva inmediata; por lo tanto en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, emplear diversas representaciones es inevitable.

Cabe señalar que "no se debe confundir al objeto matemático con su representación, pues a mediano o largo plazo, esta confusión provoca una pérdida de comprensión". (Duval, 1998, p.173). El autor sostiene que todo acceso a los objetos matemáticos (ecuaciones, funciones…) pasa necesariamente por las representaciones semióticas. Sin embargo, no se puede confundir nunca un objeto matemático y su representación, el objeto puede tener otras tantas representaciones diferentes de las que uno ve.

El enfoque teórico de Duval sobre registros de representación considera que no hay conocimiento que pueda ser movilizado por un sujeto sin una actividad de representación y que la utilización de varios sistemas de representación es esencial para el ejercicio y el desarrollo de las actividades cognitivas fundamentales.

En la misma obra Duval hace notar que las representaciones semióticas no solo son indispensables para fines de comunicación, sino que son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma.

También el autor define las representaciones semióticas como producciones humanas constituidas por el empleo de signos y que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significación y de funcionamiento. Un enunciado en lengua natural, una figura geométrica, una gráfica, una expresión algebraica son representaciones semióticas que pertenecen a sistemas semióticos diferentes.

Dicho autor señala que para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación, debe permitir tres actividades cognitivas fundamentales:

1. La formación de una representación identificable dentro de un registro dado. Por ejemplo, el enunciado de una frase, la elaboración de un dibujo o esquema, de una gráfica, la escritura de una expresión algebraica, etcétera.
2. El tratamiento de una representación, que es la transformación de esta representación en el registro mismo donde ha sido formada. El tratamiento es una transformación interna de un registro. Por ejemplo, la transformación equivalente de una expresión algebraica.
3. "La conversión de una representación que es la transformación en una representación dentro de otro registro conservando la totalidad o solamente una parte del contenido de la representación inicial" (Duval, 1998, p. 175). Por ejemplo, la transformación de una expresión algebraica en una gráfica, o viceversa).

En la actividad matemática es esencial poder movilizar y coordinar varios registros de representación semiótica en una situación, y poder escoger entre un registro y otro.

Duval da tres razones para justificar lo anterior:

1. La conveniencia del tratamiento.
2. La complementariedad de los registros. Toda representación es cognitivamente parcial con respecto a lo que ella representa y de un registro a otro, no son los mismos aspectos del contenido de una situación los que se representan.
3. "La conceptualización implica una coordinación de registros de representación. El tener acceso a varios registros es fundamental para no confundir el objeto matemático con sus representaciones, y también para poder reconocerlo en cada una de ellas" (Duval, 1998, pp. 181-182).

Duval llama semiosis a la aprehensión de las representaciones semióticas y noesis a la aprehensión conceptual. Afirma que no hay noesis sin semiosis, lo que significa que no hay acceso al objeto matemático sino a través de sus representaciones semióticas.

El diseño de la secuencia promueve la articulación de los registros de representación: verbal, tabular, gráfico y algebraico, y así como el realizar un tratamiento adecuado en cada registro de representación, haciendo uso como recurso didáctico de la balanza concreta y virtual, a través del software de geometría dinámica GeoGebra; que vuelva asequible en los estudiantes, la construcción de los significado del concepto matemático ecuaciones lineales.

Un estudiante que aprende el tema de ecuaciones es necesario que tenga claro que existen varias representaciones para una misma ecuación. La aprehensión del concepto matemático demanda entonces que éste sea identificado en sus diversas formas de representación.

Cuando un estudiante tiene acceso a todas las representaciones de un objeto matemático, es capaz de identificarlas, darle un tratamiento adecuado en cada registro de representación y además hacer una articulación coherente de los diferentes registros de representación sin contradicciones, el estudiante puede acceder a ese conocimiento y apropiárselo. Sin embargo, esta articulación entre diferentes registros de representación no es espontánea, y debe por tanto ser objeto explícito de enseñanza.

En la teoría de Duval, el proceso de reformulación o tránsito de cualquiera de las representaciones equivalentes a cualquier otra de ellas constituye un tratamiento dentro del mismo registro de representación.

3. MÉTODO

Mediante el planteamiento de un cuerpo de actividades, se buscó la vinculación entre las diferentes representaciones de ecuaciones lineales, como condición necesaria para la aprehensión efectiva de dicho concepto en los estudiantes de la escuela secundaria. Se planteó que a partir de la situación del equilibrio de la balanza, una representación icónica tangible como registro de partida, el estudiante realizara la conversión a la representación en el registro verbal (lengua natural). Posteriormente se establece que el estudiante a partir de la representación hecha del registro verbal, lleve a cabo una actividad de conversión a la representación en el registro tabular; en este registro tabular se le da un tratamiento para poder llegar a la conversión de la representación en el registro gráfico; y del registro gráfico se llevó a cabo una conversión al registro algebraico, como registro de llegada; mediante una situación contextualizada como lo es el uso de las balanzas.

El registro de partida, está expresada mediante la representación icónica de la balanza y el desarrollo de la actividad conduce a los estudiantes a establecer la conexión debida con las otras cuatro representaciones que señala Duval.

En las actividades se manipulan las balanzas realizando las operaciones que equivalen a las operaciones algebraicas, paulatinamente se representan los equivalentes algebraicos; el estudiante corrobora que efectivamente el equilibrio (o desequilibrio) refleja la relación entre los contenidos de canicas de ambos lados (izquierdo y derecho), ya sea de equivalencia, cuando hay equilibrio, o de mayor que, cuando hay desequilibrio; el realizar modificaciones en los contenidos manteniendo siempre el equilibrio en la balanza, sabrá que si agrega o quita cierta cantidad o proporción de un lado, tiene que realizar lo mismo del otro lado; al final del proceso el pasaje de registro de representación semiótica favorece el aprendizaje de los objetos matemáticos.

Primeramente los estudiantes trabajan con balanzas concretas, haciéndole preguntas adecuadas que le permita en principio construir la noción del concepto matemático ecuación lineal, en donde al inicio trabaja individualmente, después en equipos, así como compartir en colectivo, promoviendo la participación de todos para crear un clima de discusión e intercambio de opiniones. Después se utilizan balanzas simuladas en GeoGebra para que se empiece el proceso de abstracción de la noción del concepto matemático. Y por último la utilización de applets elaborados en GeoGebra para que en los estudiantes se construya el concepto de ecuación lineal.

La puesta en escena de la secuencia didáctica se tuvo como escenario un grupo de estudiantes de la Escuela Secundaria General No. 4 *Profesor Rubén Gutiérrez Carranza* ubicada en calle Reforma y José María Mendoza de Hermosillo, Sonora, y que cursan el segundo año escolar.

El trabajo de implementación y observación se llevó a cabo durante 10 sesiones de 50 minutos cada una, en el aula asignada para la clase y en un laboratorio de cómputo, en donde se trabajó en la computadora, resolviendo las tareas propuestas en las hojas de trabajo.

En un primer momento los estudiantes manipularon la balanza concreta, las Figuras 1 y 2 ilustran la balanza concreta; en la Figura 1 muestra a la balanza en equilibrio (refleja la misma cantidad de canicas en ambos lados de los platillos), mientras que en la Figura 2 se ve representado el desequilibrio.

En un segundo momento se trabajó con la balanza simulada, véase Figura 3, utilizando las características dinámicas del GeoGebra.

Y como última etapa se utilizaron applets de GeoGebra, para que los estudiantes construyeran el concepto de ecuación lineal a través de sus diversas representaciones. Este tipo de tecnología tiene la ventaja de estar dentro de los considerados software libres.

La correspondencia entre los elementos de la ecuación y los de la balanza son los siguientes:

- Una ecuación se representa mediante una balanza en equilibrio: en los platillos del lado izquierdo de la balanza se representa el primer miembro y en los platillos del lado derecho de la balanza se representa el segundo miembro.
- Los términos independientes de una ecuación se representan mediante canicas depositadas en tapaderas descubiertas.
- Los términos con incógnita se representan mediante tapaderas cubiertas, que representarán las cantidades a descubrir (incógnita).
- Los números enteros serán representados con canicas.

Figura 1. Balanza concreta.

Figura 2. Balanza concreta.

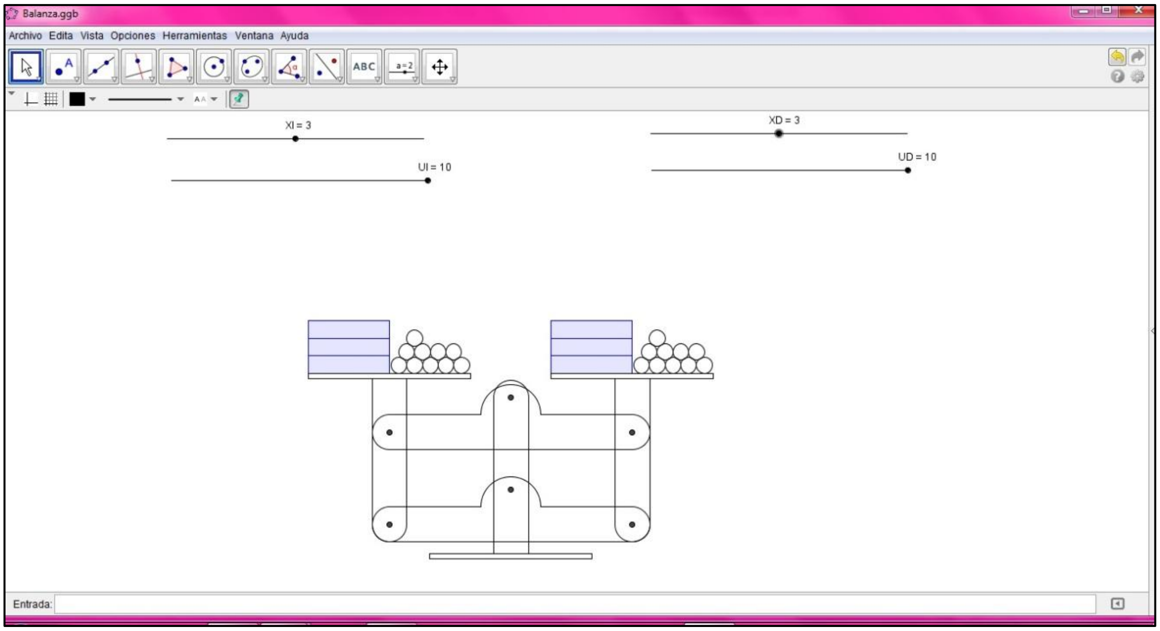

Figura 3. Balanza simulada.

4. RESULTADOS

En las actividades se manipularon las balanzas realizando las operaciones que equivalen a las operaciones algebraicas, paulatinamente se representaron los equivalentes algebraicos; los estudiante corroboraron que efectivamente el equilibrio (o desequilibrio) refleja la relación entre los contenidos de canicas de ambos lados (izquierdo y derecho), ya sea de equivalencia, cuando hay equilibrio, o de mayor que, cuando hay desequilibrio; el realizar modificaciones en los contenidos manteniendo siempre el equilibrio en la balanza, supieron que si agregaban o quitaban cierta cantidad o proporción de un lado, tenían que realizar lo mismo del otro lado; al final del proceso el pasaje de registro de representación semiótica favoreció el aprendizaje del objeto matemático.

La utilización del software de geometría dinámica, GeoGebra, permitió enriquecer el ambiente de aprendizaje de los estudiantes, permitiendo explorar la conexión dinámica entre las representaciones de ecuaciones lineales, favoreciendo el desarrollo autónomo de los estudiantes.

5. CONCLUSIONES

Los manipulables (balanzas concretas y simuladas) crean un ambiente en donde se facilita la construcción del conocimiento sin mecanizaciones, haciendo énfasis en que las ecuaciones al igual que la balanza, tienen que conservar el equilibrio o la igualdad para encontrar la solución. Despertando la curiosidad y el interés de los estudiantes, donde aprende de una forma activa y creativa.

Las experiencias con los manipulables son sólo un punto de partida que hay que abandonar en algún momento, para construir el conocimiento matemático a través de una abstracción y formalización crecientes, en donde la orientación de la enseñanza y del aprendizaje esté situada en un continuo que vaya de lo manipulativo, práctico y concreto hasta lo esencialmente simbólico, abstracto y formal.

La inclusión dentro del aula de clase de un modelo como la balanza, puede dotar de significado a los símbolos, facilitando en los estudiantes, los procesos de desarrollo de aprendizaje y resolución de las ecuaciones lineales.

El uso de la computadora en el campo educativo ha potenciado la posibilidad de la explotación de los recursos de representación semiótica en la enseñanza de las matemáticas.

6. REFERENCIAS

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II*, (pp. 173-201). Grupo Editorial Iberoamérica: México.

Piaget, J. (1961). *La formación del símbolo en el niño*. Madrid: Fontanella.

Secretaría de Educación Pública (2011). *Programas de Estudios 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Secundaria. Matemáticas.* México: SEP.