



SECUENCIA DIDÁCTICA EN LA JERARQUÍA DE OPERACIONES EN PRIMER SEMESTRE DEL NIVEL MEDIO SUPERIOR

Irma Maciel Calixto, Leticia Sosa Guerrero
imacciell@hotmail.com, lsosa@mate.reduaz.mx
Universidad Autónoma de Zacatecas
Medio superior

Resumen

En esta investigación se diseñará una secuencia didáctica que favorecerá la comprensión de la jerarquía de operaciones en el Nivel Medio Superior, la cual pondrá en juego el conocimiento contextualizado y la representación simbólica de expresiones algebraicas. La finalidad es identificar los errores y dificultades mostrados por los estudiantes, con el objetivo de diseñar e implementar una secuencia didáctica que involucren material didáctico y los errores detectados, haciendo uso de la ingeniería didáctica como metodología de investigación y de la teoría de situaciones didácticas como marco teórico, para reestructurar el conocimiento anterior y lograr un nuevo conocimiento.

Palabras clave: *Secuencia, dificultades, jerarquía, aprendizaje, bachillerato.*

1. INTRODUCCIÓN

Debido a la problemática que se ha observado sobre la forma de reducir expresiones algebraicas independientemente del tiempo y del lugar (Rico, 1994; Palarea, 1998), y a que pocas investigaciones (Palarea, 1998, Butto y Rojano, 2009; Amaya, 2009) se han dedicado a proponer alternativas para subsanar esas dificultades que muestran los estudiantes; el interés por analizar los errores, obstáculos y dificultades que los estudiantes del Nivel Medio Superior (NMS) presentan, es con el objetivo de diseñar e implementar una secuencia en la jerarquía de operaciones, útil para generar un aprendizaje significativo que ayude a los estudiantes a lograr una mayor comprensión y reestructuración del conocimiento total produciendo una acomodación” (Ruano, Socas y Palarea, 2008, p. 62).

El álgebra es una de las principales bases de matemáticas y de otras asignaturas (Davis y Hersh, 1988), por ello, existe la necesidad de conocer de qué forma pueden ser aprovechados los errores que muestran los estudiantes al reducir expresiones algebraicas que involucran la jerarquía de operaciones.

En el diseño se usará el enfoque constructivista (Kush y Ball, 1986) y se hará uso de la noción de juego (Rodríguez-Domínguez, Cañadas, Molina y Castro, 2012) pues se ha comprobado que cuando el estudiante interactúa con la actividad, relaciona los conceptos con el medio para lograr un nuevo aprendizaje que sea significativo, en donde el conocimiento contextualizado relaciona la naturaleza cognitiva del individuo con la naturaleza del contenido (Moreira, 1994).

Debido a que el aprendizaje en las matemáticas depende de la comprensión de métodos (Hitt, 2001), procedimientos y conceptos matemáticos, la pregunta en la que gira nuestra investigación es si ¿Existe un tratamiento didáctico que sea útil para corregir los errores mostrados por los estudiantes al reducir expresiones que involucra la jerarquía de operaciones?

Para dar respuesta a esta pregunta la investigación se desarrollará tomando en consideración las siguientes etapas:

- Identificar las dificultades y errores que muestran los alumnos al reducir expresiones.
- Diseñar una secuencia didáctica que ayude a la comprensión y reestructuración de las concepciones para reducir expresiones que contienen operaciones jerárquicas.
- Aplicar la secuencia didáctica con el objetivo de motivar a los alumnos para que vayan construyendo su conocimiento, al reflexionar, descubrir y construir la forma correcta para la reducción de expresiones algebraicas.

2. MARCO TEÓRICO

Bajo la propuesta de la Dirección General de Bachillerato (DGB) con respecto a la educación de los estudiantes, se menciona que ésta debe estar basada en el desarrollo de competencias, que involucre un conocimiento de la materia y un desarrollo con equipos de trabajo diverso, en donde el estudiante pueda interactuar y tener capacidad para crear o sugerir cambios acorde a la situación (DGB, 2013). Por lo que es necesario generar en los alumnos competencias que los prepare a los cambios, una competencia está definida como “la capacidad de movilizar recursos cognitivos para hacer frente a una nueva situación, con buen juicio, a su debido tiempo, para definir y solucionar verdaderos problemas” (Perrenoud, s. f., citado en DGB, 2013, p. 5). El objetivo es lograr que los estudiantes generen interés por involucrarse en la situación planteada para que movilicen su conocimiento, interactúen y reflexionen con la situación.

La teoría de situaciones didácticas involucra al alumno para que construya el significado a partir de un conjunto de problemas planteados por el maestro, con el objetivo de que el alumno se adapte a la situación, logre que la noción funcione localmente (Brousseau, 1983, citado en Farfán, 1997) y pueda construir su propio significado del concepto. La situación es la propuesta didáctica que manejará el profesor para poner en juego algunos conceptos en el alumno. Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza (2005) mencionan que la teoría de situaciones ha alcanzado resultados interesantes, pues “estudia y modela fenómenos didácticos que ocurren cuando un profesor se propone a enseñar una noción, un teorema o un procedimiento a sus estudiantes” (Cantoral *et al*, 2005, p. 41); y permite diseñar y explorar secuencias de clase concebidas por el profesor con el fin de disponer de un medio para el aprendizaje.

3. MÉTODO

Para el tratamiento de los errores, se utilizará la ingeniería didáctica como metodología de investigación, la cual hace referencia al trabajo del ingeniero, pues utiliza la toma de decisiones apoyada del control de componentes que guían la experimentación en clase (Brousseau, 1983, citado en Farfán, 1997, p. 13) y “hace uso del registro de los estudios de caso, cuya validación es [...] interna” (Artigue, 1995, p. 37). Se tomará en consideración como objeto de estudio el “sistema didáctico, alumno-profesor- saber” (Cruz, 2008, p. 16), que tiene relación con el análisis preliminar de la ingeniería didáctica. La imagen 1 muestra la relación que existe entre el triángulo didáctico y la ingeniería didáctica.



Imagen 1. Recreación tomada del sistema didáctico propuesto por Ferrari (2001, p. 45).

La ingeniería didáctica surgió en Francia en la década de los 80's al hacer referencia con el trabajo del ingeniero, utiliza objetos y problemas mucho más complejos que la ciencia no puede tomar en consideración, pero se apoya del conocimiento científico (Artigue, 1995). Además dentro de los objetivos de la ingeniería didáctica se encuentra el “intentar captar la complejidad del proceso de enseñanza-aprendizaje en situación escolar” (Ferrari, 2001, p. 61), pues esta metodología se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las realizaciones didáctica en clase [...] sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza” (Artigue, 1995, p.36); y en segundo lugar por “el registro de los estudios de caso cuya validación es interna y basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori” (Ferrari, 2001, p. 61).

La realización didáctica consistirá en utilizar una micro-ingeniería pues el objetivo es crear y aplicar una secuencia didáctica de forma local a un grupo de estudiantes, quienes pondrán en juego ciertos saberes que reestructuraran y corregirán para construir y generar nuevos conocimientos. Con ello se analizarán los resultados y comportamientos que se observen dentro del salón de clase, además en ésta micro-ingeniería “las investigaciones tienen por objeto el estudio de un determinado tema y toman en consideración la complejidad de los fenómenos en el aula” (De Faria, 2006, p. 3).

La ingeniería didáctica como metodología de investigación, se caracteriza por la forma en que se registran y validan los datos, por ello Artigue (1995) menciona que las fases de la ingeniería didáctica son: análisis preliminar, concepción y análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori y evaluación.

En el análisis preliminar se involucran las componentes del triángulo didáctico, como lo es el surgimiento del concepto en la parte epistemológica (el cual se encuentra en desarrollo), en la parte cognitiva la noción o la forma en que los estudiantes interpretan el concepto y en la parte didáctica la forma en que el contenido es enseñado y que se apoya por las propuestas que se muestran los libros de textos.

Posteriormente en la parte del análisis a priori, se pretende identificar los errores más comunes presentados por los estudiantes, para de ahí implementar una situación de juego que involucre al alumno para que cuestione la validez de los procedimientos, pueda reestructurar sus concepciones erróneas y mejore la comprensión. Pues se pretende propiciar en el alumno interés por reflexionar, analizar, explorar, conjeturar y validar ideas a través de la confrontación que él mismo pueda realizar (Ferrari, 2001).

En la etapa de experimentación se aplicarán la secuencia planeada, se registrarán las reacciones de los estudiantes y las intervenciones que hará el profesor, en esta etapa se hará uso del contrato didáctico que muestra la forma en que debe de relacionarse el profesor y el alumno al momento de enseñar un saber concreto, pues se pone en uso la devolución y la implicación del concepto. Además se utilizará la idea de Kush y Ball (1986) quienes caracterizan algunas formas para enseñar, una de ellas es el constructivismo, que involucra al docente del tal forma que sea facilitador del aprendizaje, pues los estudiantes son los responsables de validar, defender y conjeturar sus ideas.

En la validación se analizarán los resultados obtenidos con el objetivo de confrontar el análisis a priori y el a posteriori, para mencionar la validez y utilidad que tendrá la actividad propuesta, para mejorar la comprensión del concepto.

La secuencia didáctica planeada se aplicará a estudiantes de NMS que forman parte del grupo de alumnos del primer semestre del plantel EMSaD “Los Cardos”, además puesto que se ha observado que algunos estudiantes de tercer semestre siguen presentando dificultades para reducir expresiones algebraicas que involucran la jerarquía de operaciones, se les aplicará la secuencia a estudiantes que muestren dificultades, con el objetivo de observar los cambios que se dan en su aprendizaje, al analizar la fundamentación que dan para usar cierto procedimiento y avalar si es correcta o no la reducción.

4. RESULTADOS PARCIALES

Algunos de los resultados obtenidos se enfocan al análisis preliminar que incluye el análisis didáctico, epistemológico y cognitivo; engloba además el estudio de contenidos sobre la jerarquía de operaciones y el análisis sobre las concepciones que muestran los estudiantes al reducir expresiones algebraicas. Actualmente se encuentra en proceso la parte histórica del surgimiento del concepto, con base en lo que se obtenga del análisis preliminar, se elegirán las variables que se incluirán en el diseño de la secuencia didáctica, la cual tendrá como objetivo ayudar a generar una mejor comprensión del concepto.

El desarrollo de la investigación está en proceso en los aspectos del diseño de la secuencia didáctica para el NMS, posteriormente ésta se aplicará para su validación y a través de la recopilación de los datos se realizará el análisis de los resultados.

Algunos de los resultados encontrados dentro del análisis preliminar, son los siguientes:

Análisis didáctico

En algunos de los libros utilizados en la EMS (García, 2008; Ibáñez y García, 2009; Pulido y Vélez; 2011; Cuellar, 2012) con respecto al contenido de la jerarquía de operaciones, se observó que aún que se muestran un enfoque en competencias, aún falta desarrollar e incluir actividades didácticas, donde el alumno se sienta involucrado al hacer uso del contrato didáctico de tal forma que muestre interés en la comprensión y reflexione acerca de la jerarquía de operaciones.

A pesar de que algunos libros de texto comienzan a mostrar situaciones didácticas en la suma, resta o multiplicación de expresiones algebraicas, es necesario que estas situaciones se extiendan para expresiones algebraicas que involucren las cuatro operaciones básicas (donde se aplica la jerarquía de operaciones) con el objetivo de generar una comprensión del contenido.

Análisis cognitivo

Completando la clasificación hecha por Palarea, varios autores coinciden con algunos de los tipos de obstáculos que presenta, los cuales clasifica en:

- Los *errores por un obstáculo* pueden ser debido a: La falta de clausura (Collins, 1974, tomado de Palarea, 2008; Socas *et al*, 2008), el proceso producto (Davis, 1975, tomado de Palarea, 2008; Kieran y Filloy, 1989) y la concatenación (Kieran y Filloy, 1989).
- Los *errores por ausencia de sentido* pueden ser por la complejidad de los objetos matemáticos y procesos de pensamiento, que se encuentran en: el origen en la aritmética (Ruano Socas y Palarea, 2008; Palarea 1998), los procedimientos por el mal uso de la propiedad distributiva, el uso de paréntesis (Booth, 1984, tomado de Palarea, 1998; Kieran y Filloy, 1989; Socas, 2001; Rico, 1994; Amaya, 2009) y por características propias del lenguaje (Ruano, Socas y Palarea, 1998; Amaya, 2009)
- Los *errores por actitudes afectivas y emocionales* ocasionados por: la falta de concentración (distracción) (Palarea, 1998; Ruano, Socas y Palarea, 2008, Socas 2001), actitudes afectivas y emocionales (Ruano, Socas y Palarea, 2008; Socas, 1997; Socas, 2001), y la falta de habilidad para expresar procedimientos, (Buswell, 1925; Kieran y Filloy, 1989; al igual que Kuzmitskaya, s. f., tomado de Rico, 1994).

5. REFLEXIÓN

Esta investigación se encuentra en el inicio de su desarrollo, pues se está por completar la parte del análisis preliminar. Se pretende que con esta propuesta se logren subsanar o tratar algunos de los errores que muestran los estudiantes a nivel bachillerato, si bien no se atacaran todos, el objetivo es atacar a los más comunes que se observen y tengan similitud con los mostrados históricamente, nuestro objetivo es poder contribuir de forma favorable para lograr la comprensión y uso adecuado del orden jerárquico de las operaciones en la reducción de expresiones algebraicas.

El análisis realizado muestra que la problemática para la comprensión de la jerarquía de operaciones, ha continuado independientemente del tiempo y del lugar, pues a pesar de que existen diversas investigaciones sobre la detección de errores dentro de este contenido, pocas de ellas se han inclinado a buscar alternativa de solución.

En los libros de textos analizados, al revisar el formato del contenido sobre la jerarquía de operaciones y al analizar la forma y la secuencia que tenían los contenidos se observó que continúa predominando una enseñanza tradicionalista e instrumentalista, puesto que en la parte teórica sólo se muestran los procedimientos o pasos para resolver el ejercicio, y no se muestran situaciones o actividades que puedan ser implementadas como herramienta auxiliar para lograr la comprensión del contenido, además de que se muestran después del algoritmo una cantidad de ejercicios propuestos para practicar el algoritmo. Por lo que se pretende encontrar nuevas propuestas que mejoren la comprensión de la jerarquía de operaciones, al hacer uso de material didáctico relacionado con el contexto del estudiante.

6. REFERENCIAS

- Amaya, D. (2009). Operaciones con polinomios y productos notables: una propuesta de enseñanza. *Memorias VIII encuentro nacional de Educación Matemática y Estadística*. Escuela de matemáticas y Estadística UPTC. Duitama.
- Artigue, (1995). Ingeniería Didáctica. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación, la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 33-59). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Booth, L. R. (1984). Algebra: Children's Strategies and Errors, (Windsor: NFER Nelson). En M. Palarea (Eds.). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años* (p. 526).
- Buswell, G. y Judd, C. (1925). *Summary of Educational Investigations Relating to Arithmetic*. Chicago: University of Chicago.
- Butto, C. y Rojano M. (2009). Pensamiento algebraico temprano. *X Congreso nacional de investigación educativa. Área 5: educación y conocimiento disciplinares*.
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Cordero F., Alanís, J. A., Rodríguez, R. A. y Garza A. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Cruz, E. (2008). *Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática*. Tesis de maestría no publicada. CICATA- IPN, México.
- Cuellar, J. A. (2012). *Matemáticas 1*. (3ra ed.). México: McGraw Hill.
- Davis, P. y Hersh, R. (1988). *Experiencia Matemática*. Madrid. Editorial Labor.
- De Faria, E. (2006). Transposición didáctica: definición, epistemología, objeto de estudio. *Cuadernos de investigación y formación ene educación matemática,1(2)*. Universidad de Costa Rica. Centro de investigación en Matemática y Meta-Matemática. 1-11
- Dirección General de Bachillerato –DGB- (2013). *Matemáticas 1*. México: Autor
- Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav-IPN, México.
- García, M. A. (2008). *Matemáticas 1 para preuniversitarios*. (2da ed.). México: ESFINGE
- Hitt F., (2001) *El papel de los esquemas, las conexiones y las representaciones internas y externas dentro de un proyecto de investigación en Didáctica de la Matemática* (pp. 165-177). Homenaje al profesor Mauricio Castro (P. Gómez & L. Rico Editores). Universidad de Granada.
- Kieran, C. y Filloy, E., (1989). *El aprendizaje del álgebra desde una perspectiva psicológica*. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México: D. F.
- Kuhs, T. M. y Ball, D. L. (1986). *Approaches to teaching mathematics: mapping the domains of knowledge, skills and dispositions*. East Lansing: Michigan State University, Center on Teacher Education.
- Moreira, M.A. (1994). La teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel. En *Apuntes para Curso Internacional de Postgrado La enseñanza de la Matemática y de las Ciencias - Algunos Temas de Reflexión*. Santiago, Chile.
- Moyles, J. (1990). *El juego en la educación infantil y primaria*. Madrid: Morata.
- Palarea, M. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años* (Tesis doctoral inédita). Departamento de Análisis Matemático, Universidad de la Laguna, España.



- Perrenoud, P (s.f.), Construir competencias desde la escuela. Ediciones Dolmen. Santiago de Chile. Dolmen. En Dirección General de Bachillerato –DGB- (2013). *Matemáticas I*. México: Autor.
- Pulido y Vélez (2011). *Matemáticas I*. (2da ed.). México. Nueva imagen
- Rico, L. (1994). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. En Kilpatrick J., Rico, L. y Gómez, P. (1994), *Educación matemática* (pp. 69-108). Colombia: Grupo editorial Iberoamericana, Colombia.
- Rodríguez- Domínguez, S., Cañadas, M., Molina, M. y Castro, E. (2012). Errores en la traducción de enunciados algebraicos en la construcción de un dominio algebraico. Módulo de representación en matemáticas. *White Paper*. Facultad de ciencias de la educación. Universidad de Granada. España. FWP-MRMO1. 1214-1234.
- Ruano, R. M., Socas, M. y Palarea, M. M. (2008). *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*. PNA, 2(2), 61-74. Recuperado en Marzo de 2013 de <http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Ruano2008Analisis.pdf>
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En Rico, L. (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.
- Socas, M. M. (2001). *Investigación en didáctica de la matemática vía modelos de competencia. Un estudio en relación con el lenguaje algebraico*. Universidad de La Laguna (Documento no publicado).
- Vega, D. C. (2010). *Sentido estructural manifestado por alumnos de 10 de bachillerato en tareas que involucran igualdades notables*. (Tesis de maestría inédita). Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España.
- Villabrile, B. (s.f.). El juego en la enseñanza de la matemática (pp. 16-22). *SOAREM*. Instituto Superior Pedro Vélez. Buenos Aires Argentina.