



## ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS A PREGUNTAS SOBRE PROBABILIDAD DE ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Sandra Areli Martínez Pérez  
martinezp@cinvestav.mx  
CINVESTAV-IPN, CCH-UNAM  
Medio Superior

### Resumen

El presente trabajo trata de responder a la pregunta ¿Cuál es la estructura de las respuestas de los estudiantes a los problemas de un cuestionario sobre probabilidad conjunta? Para hacerlo, se analizan las respuestas que dieron 19 estudiantes de bachillerato a 3 preguntas de probabilidad, propuesta en un estudio de Lecoutre; dos de ellos con la misma estructura matemática y el tercero pide comparar los anteriores. Las preguntas se refieren a situaciones de probabilidades compuestas y son de respuesta cerrada con la petición adicional de que 'justifiquen sus respuestas'. Para analizarlas se definió una jerarquía basada en la Metodología SOLO. Se observó que en el problema 1, la mayoría de los estudiantes respondieron correctamente, mientras que en problema 2 tuvieron dificultad para contestar, así como para poder identificar que ambos casos son iguales. En general, se observaron, 5 modelos empleados para justificar las respuestas elegidas y dichos modelos fueron jerarquizados con la Metodología SOLO.

**Palabras clave:** *Espacio muestra, equiprobabilidad, posibilidad.*

### 1. INTRODUCCIÓN

La probabilidad es muy importante en las sociedades actuales debido a que proporciona modelos para entender los fenómenos masivos en los que interviene la incertidumbre. Sin embargo, su tratamiento en los niveles preuniversitarios es muy escaso. Por otro lado, es un conocimiento común que los conceptos de la probabilidad son muy difíciles de aprender y enseñar, si lo que se pretende con la enseñanza es que los estudiantes entienda y utilicen este conocimiento y no sólo aprenda recetas para reproducir procedimientos o aplicar fórmulas. Una de las formas de empezar a resolver estos problemas es desarrollar instrumentos para explorar el pensamiento de los estudiantes. En este trabajo se retoma un cuestionario de Lecoutre para caracterizar la manera en que razonan sobre problemas de probabilidad conjunta.

Muchos cuestionarios o preguntas reportadas en investigaciones didácticas proporcionan instrumentos para explorar el razonamiento de los estudiantes. Shaughnessy (1992) explica que los razonamientos de los alumnos indican diferentes niveles de sofisticación conceptual y las ideas sobre los eventos aleatorios están determinadas por la experiencia y por la instrucción.

En este trabajo se ha elegido un cuestionario de tres preguntas de probabilidad diseñados por Lecoutre (1992) con el objetivo de explorar las nociones básicas de probabilidad conjunta que tienen los estudiantes de Bachillerato de la muestra elegida. Surge sin embargo, el problema de cómo analizar las respuestas de los estudiantes. Para esto se ha elegido la metodología SOLO, pues permite organizar tales respuestas en diferentes niveles estructurales. Este nos permite formular la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es la estructura de las respuestas de los estudiantes a los problemas del cuestionario de Lecoutre?



## 2. MARCO TEÓRICO

El trabajo de Lecoutre (1992), hace uso de problemas que presentan la misma estructura matemática pero diferentes elementos y redacción, esto con el objetivo de proporcionar evidencias de las intuiciones o interpretaciones naturales en probabilidad. Dentro de los errores mencionados por Lecoutre (1992) está el sesgo de equiprobabilidad, el cual “es una tendencia de los estudiantes a pensar que los resultados de una experiencia aleatoria tienen la misma probabilidad” (Sánchez, 2009).

Batanero y Sánchez (2005), estudiaron las concepciones y las falsas concepciones en probabilidad que tienen los estudiantes y que unos de los errores que se pueden identificar es el sesgo de equiprobabilidad.

De acuerdo con Lecoutre (1992), los estudiantes usaron 5 modelos en la resolución de los problemas que aplicó: Modelo correcto, se usa el método lógico o combinatoria para dar la respuesta correcta y piensan que los dos problemas son iguales. Modelo construcción, los estudiantes dicen que los dos problemas son diferentes; el primer problema lo resuelven con lógica y el segundo problema lo atribuyen casualidad. Modelo condicional, mencionan que hay equiprobabilidad en los resultados de cada problema. Modelo de posibilidad, mencionan que son los resultados de cada problema son equiprobables por casualidad. Modelo de números, es más probable obtener un par con elementos idénticos; se basa en el número de elementos.

Como se ha mencionado para analizar las respuestas de los estudiantes se utiliza la metodología SOLO, que se describirá brevemente en seguida. Esta metodología está basada en una teoría neo-Piagetana elaborada por Biggs y Collis (1991). Según estos autores existen 5 modos de representación, que definen los niveles de abstracción, los cuales constituyen las bases de cada etapa de desarrollo. Dichos modos son: Sensomotor (desde el nacimiento), el infante solo puede interactuar respondiendo motrizmente a estímulos sensoriales. Icónico (alrededor de los 18 meses), las acciones adquieren un grado mayor de abstracción al representarse en forma de imágenes o íconos. Concreto-simbólico (alrededor de los 6 años), se hace uso de sistemas simbólicos para plantear situaciones; esta etapa se relaciona con un conocimiento declarativo. Formal (alrededor de los 14 años). El pensamiento formal se refiere a sistemas de representación más abstractos, donde todo el conocimiento se puede incrustar, además sirve para generar hipótesis y nuevo conocimiento acerca del mundo. Post-Formal (a partir de los 20 años). Involucra procesos metacognitivos del conocimiento y pensamiento.

Dentro de cada modo existen cinco niveles de crecimiento y desarrollo cognitivo, lo que define la taxonomía SOLO (*Structure of the Observed Learning Outcome*), formando un ciclo. Estos niveles son: Preestructural (P). El individuo manifiesta poco o nulo entendimiento sobre una tarea. Las respuestas que proporciona son erróneas o inexistentes; Uniestructural (U). El individuo sigue un procedimiento, de manera mecánica. Identifica sólo un aspecto relevante de la tarea; Multiestructural (M). El individuo es capaz de identificar y enumerar varios aspectos importantes de la tarea pero aún no las relaciona; Relacional (R). El individuo relaciona los aspectos importantes de la tarea.

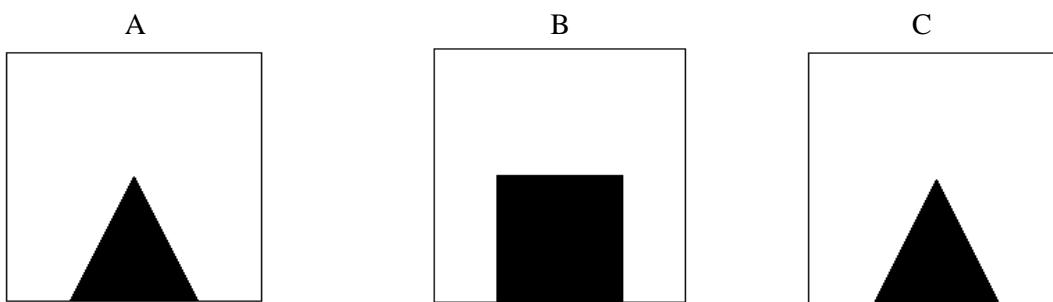
De acuerdo al modelo multinomial de Biggs y Collis (1991), los estudiantes de bachillerato han alcanzado el modo Formal, ya que su edad supera los 14 años.

En esta investigación se asignó un nivel de acuerdo a la forma en que se resolvió el problema; después se comparó con los modelos propuestos con Lecoutre (1992), si existen coincidencias entonces cada modelo tendrá asignado un nivel en la Taxonomía SOLO.

### 3. METODOLOGÍA

Es este estudio se utiliza el instrumento (ver Tabla 1), elaborado por Lecoutre (1992) que consiste en tres preguntas. La primera pregunta se refiere a una situación en la que debe formar una figura geométrica con diversas piezas. La segunda pregunta es un problema equivalente al anterior en un contexto de dulces de sabores en cajas; la tercera pregunta trata sobre la comparación de las primeras dos. Se aplicó a 19 estudiantes de bachillerato del CECyT #9, del IPN; 10 cursaban segundo año y 9 cursaban tercer año. Se hizo la clasificación de las respuestas de los estudiantes, con ayuda de la metodología SOLO.

**Tabla 1.** Instrumento para explorar el razonamiento de los estudiantes (Lecoutre 1992).



*Figura 1*

1. En una caja puse las tres tarjetas, mostradas en la Figura 1, y voy a sacar dos de ellas. Con las dos tarjetas elegidas, voy a ser capaz de construir ya sea una casa o un rombo. ¿Crees que existe
  - a) la misma posibilidad de obtener una casa o un rombo? ¿Por qué?
  - b) mas posibilidad de obtener una casa que un rombo? ¿Por qué?
  - c) mas posibilidad de obtener un rombo que una casa? ¿Por qué?
  - d) si es imposible para ti dar una respuesta, explica ¿Por qué?
2. En una caja, hay tres dulces, dos son sabor naranja y uno es sabor limón. Si saco dos dulces. ¿Crees que existe
  - a) la posibilidad de obtener un dulce sabor limón y un dulce sabor naranja es igual a la posibilidad de obtener dos dulces sabor naranja? ¿Por qué?
  - b) mas posibilidad de obtener un dulce sabor limón y un dulce sabor naranja? ¿Por qué?
  - c) mas posibilidad de obtener dos dulces sabor naranja? ¿Por qué?
  - d) si es imposible para ti dar una respuesta, explica ¿por qué?
3. Ahora compara las dos situaciones consideradas en las preguntas 1 y 2.
  - a) Si crees que las dos situaciones son iguales, explica ¿por qué?
  - b) Si crees que las dos situaciones son diferentes, explica ¿por qué?
  - c) Si crees que existe contradicción en las dos respuestas que diste, explica ¿por qué? ¿Cómo explicarías esa contradicción?



#### 4. RESULTADOS

Las respuestas de los estudiantes fueron categorizadas dentro de los cinco niveles de la Taxonomía SOLO, considerando los siguientes aspectos:

- Relacional. El estudiante elige la opción adecuada argumentando su respuesta con el uso de la lógica o de la combinatoria.
- Multiestructural. El estudiante usa lógica o combinatoria pero no llega a la respuesta correcta.
- Uniestructural. El estudiante responde correctamente pero no argumenta su respuesta.
- Preestructural. El estudiante no responde correctamente y no manifiesta conocimiento alguno.

Se hizo la categorización de los resultados solamente para el inciso a) de cada problemas, debido a que fue la única pregunta que los alumnos resolvieron. En la Tabla 2, se observa que el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel relacional en la pregunta 1 es mayor que el porcentaje de estudiantes para este nivel en las preguntas 2 y 3. Esto debido a que en la pregunta 1, se menciona de forma explícita como deben ser las combinaciones para formar la casa o el rombo mientras que en el problema 2 se reduce el porcentaje de estudiantes, pues el problema que se presenta, ya es un problema clásico en probabilidad, en el cuál es necesario que el estudiante describa los casos posibles. Para el problema 3, se les dificultó identificar que en esencia los problemas 2 y 3 son el mismo, y que la diferencia radica en la redacción en la que son presentados.

Tabla 2. Resultados generales

n = 19				
Pregunta	Preestructural	Uniestructural	Multiestructural	Relacional
1	26%	26%	0	48%
2	26%	58%	0	16%
3	11%	74%	0	15%

En la Tabla 3, se observa que el porcentaje de estudiantes en nivel relacional en las preguntas 2 y 3 es muy pequeña, es decir, muy pocos resolvieron correctamente el problema 2, y no identificaron la igualdad de los problemas 2 y 3, a pesar de que ya habían recibido instrucción en Probabilidad y Estadística.

Tabla 3. Resultados de los estudiantes de tercer año.

n = 9				
Pregunta	Preestructural	Uniestructural	Multiestructural	Relacional
1	11%	33%	0	56%
2	44%	33%	0	23%
3	11%	66%	0	23%

En la Tabla 4, se observa que el porcentaje de estudiantes en nivel relacional para la pregunta 1, es casi la mitad del total los estudiantes, a pesar de que no han tenido instrucción en Probabilidad y Estadística, esto podría indicar que dominan bien algunos conceptos, pero por otro lado hay la misma cantidad de alumnos en el nivel preestructural, con lo cual se puede notar que no dominan los conceptos básicos vistos en el nivel anterior. Para las preguntas 2 y 3, es más notable la ausencia de conocimientos o la falta de relación entre ellos, el porcentaje de alumnos que se

encuentran en el nivel relacional para las preguntas 2 y 3, es muy baja, mientras que el porcentaje de alumnos que no argumentaron su respuesta es alto.

Haciendo un comparativo de las Tablas 3 y 4, se puede ver que la cantidad de estudiantes en el nivel relacional para las tres preguntas es casi la misma, es decir, que respondieron correctamente con o sin instrucción. Pero observando el nivel preestructural de ambas tablas para las tres preguntas, existen diferencias, por ejemplo, en la pregunta 2 hay más estudiantes en nivel preestructural en tercer año que en segundo año

Tabla 4. Resultados de los estudiantes de segundo año.

n = 10				
Pregunta	Preestructural	Uniestructural	Multiestructural	Relacional
1	40%	20%	0	40%
2	20%	70%	0	10%
3	10%	80%	0	10%

Finalmente, la Tabla 5 muestra los resultados a partir de considerar el sesgo de equiprobabilidad.

Tabla 5. Resultados en base a respuestas

n = 19				
	+R1	=	+R2	$\zeta$
P1	13 (0.68)	4 (0.21)	2 (0.10)	0 (0)
P2	11 (0.58)	4 (0.21)	3 (0.1)	1 (0.05)

+R1 es más probable una casa (P1); es más probable obtener limón – naranja (P2)

= existe igual probabilidad de obtener casa y rombo (P1); existe igual probabilidad de obtener dos sabores y un sabor (P2)

+R2 es más probable obtener un rombo (P1); es más probable obtener naranja – naranja (P2)

Se observa que hubo pocos estudiantes que consideraron equiprobabilidad en los eventos; la mayoría obtuvo la respuesta correcta en la pregunta 1, mientras que para la pregunta 2 fueron pocos los que la obtuvieron; los porcentajes se acercan mucho a los obtenidos por Lecoutre (1992).

## 5. CONCLUSIONES

En el problema 1, se esperaba que la mayoría de los alumnos respondieran correctamente ya que se mostró como debían ser las combinaciones, haciendo uso de figuras, sin embargo menos del 50% de los estudiantes lo logró (ver Tabla 2). Por otro lado, el porcentaje de alumnos de tercer grado en el nivel relacional, también es bajo, considerando que ya recibieron instrucción, mientras que en segundo año el porcentaje es de igual forma bajo, pero en este caso podría justificarse por el hecho de que no han recibido instrucción. El porcentaje de alumnos en el nivel uniestructural, no es despreciable, pero en este caso no puede decirse mucho ya que los estudiantes en este nivel, contestaron correctamente pero no argumentaron su respuesta.

Para el problema 2, se observó que hubo más dificultad pues las opciones no estaban representadas gráficamente. Respondiendo a la pregunta de investigación ¿Cuál es la estructura de las respuestas de los estudiantes a los problemas del cuestionario de Lecoutre? Con base en los resultados se puede determinar que la estructura de las respuestas, es uniestructural, ya que



identifican algunos elementos, no los relacionan en su totalidad y sus respuestas carecen de argumentación.

Los modelos que usaron los estudiantes en la resolución de los problemas en esta investigación, coinciden con los modelos descritos por Lecoutre, mismos que fueron clasificados con la Taxonomía SOLO (ver Tabla 6).

Tabla 6. Clasificación de los modelos

Nivel	Modelo
Relacional	Correcto
Multi-estructural	Construcción
Uni-estructural	Números, Condicional
Pre-estructural	Posibilidad

## 6. REFERENCIAS

Batanero, C. & Sánchez, E. (2005). What is the nature of high school students' conception and misconception about probability? *Mathematics Education Library* (pp. 241 – 262). A.J. Bishop, Monash University, Melbourne, Australia.

Biggs, J. B., & Collis, K.F. (1991). Multimodal Learning and the Quality of Intelligent Behavior. En H. A. H. Rowe (Ed.), *Intelligence: Reconceptualization and measurement* (pp. 57-76). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Lecoutre, M. (1992). Cognitive Models and Problems Spaces in “Purely Random” Situations. *Educational Studies in Mathematics* 23, 557-568.

Sánchez, E. (2009). La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. *Educación Matemática* 21(2), 39-77 Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516672003>.

Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and Orientations. En D. A. Grouws, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 465-494). New York: Macmillan Publishing Company.