



## PRACTICAS DE CONTAR, MEDIR Y CALCULAR COMO ALTERNATIVAS DE ENSEÑANZA Y EL REDISEÑO DEL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR

Germán Muñoz Ortega, Emiliano Núñez Constantino

nuce07@live.com.mx

Universidad Autónoma de Chiapas

Básico

### Resumen

El presente trabajo se realizó elaborando un estudio transversal de las prácticas de contar, medir y calcular, desarrolladas ya sean sociales o naturales a las dimensiones: epistemológica, didáctica y cognitiva por medio de la socioepistemología. Se encontró que el desarrollo de estas prácticas ha llevado a la necesidad de expresar de manera simbólica los conocimientos matemáticos, además, que coinciden como lo postula la psicología genética con el desarrollo de los niveles cognitivos. Así también, al identificar conceptos matemáticos del programa de estudios de la educación básica se encontró que estas prácticas están presentes a lo largo de toda la educación de nivel básico. Por lo que desarrollamos una secuencia didáctica que sustente estas prácticas para el rediseño del discurso matemático escolar. Se realizará la puesta en escena y se discutirá formas alternativas en la forma de enseñanza tradicional.

**Palabras clave:** *Prácticas, socioepistemología, rediseño, enseñanza.*

### 1. PROPÓSITOS Y ALCANCE

El propósito del laboratorio es desarrollar una forma complementaria de enseñar conceptos matemáticos en la escuela, su objetivo es mostrar alternativas del uso y variaciones de conceptos matemáticos tocados en la escuela pero de forma superficial, y del cómo además existen otros conceptos útiles para un educando, que no estudia en ninguna forma en su nivel básico.

Derivaciones de la investigación que se ha realizado previo al laboratorio, da como resultado los siguientes puntos a discutir:

- A. En primer lugar se observa que en el sistema escolar se enseña de entrada el sistema de numeración en base 10. Dejando a educando sin posibilidad de entender el conteo, desde el punto de vista cognitivo completo; se bloquea al educando al solo percibir la base 10.
- B. La segunda observación es que todo el plan de estudios tiene detrás de las estructuras matemáticas las nociones de las prácticas de contar, medir y calcular, debido a que estas son las que dieron origen a las estructuras matemáticas formalizadas.
- C. La tercera observación que ha resultado de este análisis tiene como objeto las ciencias exactas. Desde el punto de vista físico, ha llevado al ser humano a la necesidad de contar, medir y calcular; el entendimiento de ese entorno lleva al hombre a descubrir siete magnitudes básicas en la naturaleza:
  - i. longitud,
  - ii. masa,
  - iii. tiempo,
  - iv. corriente eléctrica,
  - v. la temperatura,
  - vi. cantidad de sustancia,
  - vii. intensidad luminosa



- D. Las cuales por convención tienen un nombre, un símbolo, una unidad de medida y un símbolo de la unidad de medida. En la educación básica se estudian solo longitud en mucha mayor medida, además, masa, y tiempo. De hecho los resultados de análisis didáctico hacen notar que solo se mide longitud, masa y tiempo de las siete unidades básicas, además de áreas, volumen, velocidad, de las unidades derivadas y una específicamente social (de economía) sobre dinero, dejando casi indefenso al educando de lo que hay en el entorno.

## 2. MARCO TEÓRICO

De la socioepistemología “*existen dos maneras en las que se manifiesta la actividad práctica: una es la acción de la naturaleza, y la otra, las prácticas sociales que los seres humanos ejercen sobre el conocimiento. Las acciones deliberadas del hombre sobre el conocimiento determinan cambios en el contenido de los objetos, los cuales merecen un estudio a través de ciertas condiciones.*” (Camacho, 2006, p. 134).

En términos de un análisis comparativo con la enseñanza tradicional se ha señalado que:

...el enfoque socioepistemológico comparte la tesis, de la semiótica cultural, que confiere a la actividad humana la función de producción del objeto, aunque el énfasis socioepistemológico no está puesto ni en el objeto preexistente o construido, ni en su representación producida o innata; sino más bien se interesa en modelar el papel de la práctica social en la producción de conocimiento a fin de diseñar situaciones para intervención didáctica (Cantoral, et al, 2006, p. 86).

La situación didáctica se desarrolló con la Ingeniería Didáctica, con la observación que con el enfoque socioepistemológico se parte de las prácticas.

A continuación se presentan las fases de la Ingeniería didáctica según Artigue (1995):

- Primera fase: Análisis preliminares

Resulta del análisis previo de tres dimensiones propias de la ingeniería didáctica, el análisis epistemológico de los conceptos a estudiar, del análisis didáctico de la enseñanza tradicional para ubicar los conceptos o identificar la ausencia de dichos conceptos en la educación, para el estudio e importancia de dicho concepto y el análisis de cognición de los estudiantes, para determinar obstáculos y las ventajas en el aprendizaje de los conceptos.

- Segunda fase: Concepción y análisis *a priori*.

En esta fase el investigador toma la decisión de actuar sobre un determinado número de variables del sistema no fijadas por las restricciones. Estudiado el medio social e identificando contenidos en el que se enfoca la enseñanza; se buscan alternativas de enseñanza no dependientes del sistema educativo, realizando un diseño que minimice las restricciones, mejore la construcción del conocimiento, apoyado de un estudio con las ventajas epistemológicas, cognitivas y didácticas. A dicho diseño didáctico se le hará un análisis *a priori* de los resultados esperados a modo de validación interna, esto se puede obtener realizando un análisis esquemático de la situación con pruebas controladas para obtención de resultados previos, como un análisis de control significado, este análisis será la base para un conjunto de hipótesis.

- Tercera fase: Experimentación.



La puesta en escena pretende realizar un análisis con el objetivo de perfeccionar la adquisición de conocimiento para los educandos; de la cual es importante obtener información de las observaciones realizadas, así como de las producciones de los estudiantes en la secuencia didáctica.

- Cuarta fase: Análisis *a posteriori* y validación.

El análisis *a posteriori* se basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación.

La validación afirma o descarta hipótesis, con la confrontación que se lleva a cabo entre el análisis *a priori* y el análisis *a posteriori*.

Es importante mencionar que en esta parte de validación que no solo se debe prestar atención a la validación de hipótesis o resultados esperados, sino que los resultados no esperados, son a la luz de una investigación datos de igual importancia, otorgando en sí mismos, luego de su análisis consecuencias relevantes e incluso otros resultados validos o que den respuestas diferentes a la construcción del conocimiento.

### 3. MÉTODO

Se dará una introducción al cómo surge el diseño de la secuencia didáctica, la cual es una forma de variar el discurso matemático escolar, pero al mismo tiempo es, una muestra clara de lo que se deja de enseñar en el nivel básico. Se pretende con este laboratorio a través del discurso y de la secuencia didáctica, elaborada desde las prácticas contar, medir y calcular; sembrar una semilla para el currículo y la profesionalización docente. Los objetivos a alcanzar en el laboratorio son evidenciar con la secuencia que es posible:

1. A través del conteo desarrollar el sistema de numeración posicional en distintas bases.
2. A través de la medición desarrollar unidades de medida arbitrarias y utilizar magnitudes presentes en el entorno, y desarrollar métodos de uso.
3. A través del cálculo, buscar la creatividad del educando, al apuntar a la matematización del saber para lograr una generalización, elaborada por ellos mismos, es decir, se busca que comenzando desde las prácticas y buscar puntos de convergencia que se reflejen en forma matemática.

Posteriormente discutir algunos puntos que podrían ser consecuentes y tener relevancia hacia el rediseño del discurso matemático escolar:

- A. El niño en la escuela solo aprende a contar en base 10. Dado que el experimento en el laboratorio desarrolla el conteo en distinta base ¿Qué otras bases numéricas se podrían enseñar en educación básica que favorezcan el sistema de numeración posicional?
- B. La secuencia didáctica busca que el educando estudiara conceptos matemáticos que estudia en la escuela de forma incompleta, ya que no se les explica cómo surgen dichos conceptos, ni cómo funcionan ¿Podría adaptarse esta secuencia completa para estudiantes de primaria?
- C. Es posible medir con unidades de medida que no se discuten en nivel básico ¿Cómo rediseñar el discurso escolar a partir de otras unidades de medida?
- D. Dado que en la escuela solo se estudian con 3 magnitudes y unidades de medida ¿Cómo introducir las 7 magnitudes básicas del sistema internacional de unidades y las



magnitudes que derivan de estas? o ¿Cuáles son pertinentes para estar en el currículo escolar? Pues creemos se deben estar presentes en la educación básica.

- E. Si no se estudian todas las magnitudes ¿Cuáles son las condiciones para que estén dentro del currículo escolar?
- F. El cálculo en la educación básica es en su mayoría formal y se enfoca a los algoritmos, en primaria de suma, resta, multiplicación y división, y en secundaria en raíces cuadradas, exponentes, monomios y polinomios lineales y cuadráticos mediante aritmética y geometría. ¿Son estas todas las ecuaciones que existen en el entorno del educando?
- G. Si siguen una relación con otras ciencias, desde la reforma de 1993 los contenidos matemáticos son los mismos y los contenidos en ciencias han cambiado, ¿estarán obsoletos los contenidos matemáticos? ¿Tendrá esta forma tradicional de enseñar matemáticas que ver la deficiencia en ciencias? ¿Es necesario rediseñar los contenidos tanto matemáticos como físicos?

#### 4. DISEÑOS DIDÁCTICOS

La presente secuencia didáctica tiene como objetivo dotar al educando de elementos que refuercen la abstracción matemática de su entorno físico. Se procura pueda ser elaborada en contextos rurales o urbanos con materiales económicos o simplemente tomar los que estén al alcance como piedras, semillas, recipientes, varas de madera., etc. Los materiales no son estrictamente específicos sino flexibles para adaptarse a lo que se tenga al alcance de una institución escolar.

Para realizar la secuencia se utiliza el siguiente material:

- 137 piedras o semillas
- 3 contenedores de plástico
- 26 bolsas de plástico
- 4 varas de madera, palillos, ramas de árbol
- 1 caja de papel cascaron o cartón color blanco 10x10x10 cm. (largo x ancho x alto)
- 7 velas
- Cerillos

Preparación de la secuencia didáctica:

1. El docente debe enumerar los tres contenedores de plástico y nombrarlos A, B, C; respectivamente las cuales deben contener: 2. Envase A: veintitrés piedras o semillas. 3. Envase B: treinta y cinco piedras o semillas. 4. Envase C: setenta y nueve piedras o semillas.

Extractos de la secuencia:

Inicio de muestra de secuencia.

##### Actividad 1

¿Sabes contar? Pongamos a prueba esta habilidad, en la antigüedad antes que se conviniera contar con el sistema de numeración de base 10, y tener una matemática formalizada, la civilización maya contaba en base 20 y también lo hacía en base 5; esto lo hacían para facilitar la observación astronómica u otras necesidades como piedras para una construcción o semillas para alimentarse.

Realiza la siguiente actividad, trataremos de poner a prueba esta habilidad.

1. Cuenta el grupo de semillas A, siguiendo las siguientes indicaciones, anota tus observaciones y procedimientos en la hoja R2:
  - i. Junta las semillas, agrupando en cada bolsita, cinco semillas, si sobran semillas, es decir, que no logras juntar otro grupo de 5 semillas colócalas en la hoja R2 donde indica semillas sueltas.
  - ii. Ahora agrupa las bolsitas de cinco en cinco y las únelas con una vara, anota el número de varas en la hoja R2 donde se indica.
  - iii. Si te sobran bolsas, es decir, sino logras juntar otro grupo de 5 bolsas para unir las con las varas; colócalas en la hoja R2 donde se indica.
  - iv. Si juntas cinco varas acomódalas en una caja, cuenta las cajas.
  - v. Coloca el número de varas, bolsas y semillas sueltas en la hoja R2 en la línea de abajo donde se indica.

### Preguntas

1. ¿Qué número obtuviste con el grupo de semillas A? \_\_\_ \_\_\_ \_\_\_
2. ¿Qué número obtuviste con el grupo de semillas B? \_\_\_ \_\_\_ \_\_\_
3. ¿Qué número obtuviste con el grupo de semillas C? \_\_\_ \_\_\_ \_\_\_
4. ¿Qué significa el cero en la pregunta 2, del grupo de semillas B? ¿Explica por qué queda en cero?
5. ¿Qué significa el cero en la pregunta 3, del grupo de semillas C? ¿Explica por qué queda en cero?
6. ¿Qué notas de las agrupaciones de 5 que contaste?
7. ¿Podieras colocar otra cifra, como el 5, 6, 7, 8 u 9, en la forma de conteo que usaste con agrupamientos de 5? ¿Por qué?
8. Conclusiones: Anota tus conclusiones (debate con tu equipo)

### Actividad 2

Ahora nos toca medir, has aprendido a medir longitudes, tiempo, pesos; pero ¿Has medido la intensidad luminosa? Pues es lo que haremos a continuación.



*Figura 1*

En el esquema de la Figura 1 (lado derecho) representa la maqueta de una habitación, cual requiere cierta intensidad luminosa. El brillo luminoso (lado izquierdo) es el que se requiere con cierta cantidad de velas que ilumina las paredes para tener una iluminación apropiada en la habitación.

Cuando mides longitudes la unidad de medida es una parte de la longitud puede ser arbitraria, o convenida como metro; cuando mides tiempo la unidad de medida es una parte del tiempo, puede ser arbitraria o convenida como segundo. Al igual la luz para medir su intensidad la medida es una parte de ella, puede ser arbitraria como vela, bujía, lumbre o convenida como la candela (cd) que originalmente es la luz (manantial luminoso) aproximado que emite una vela en una dirección sobre un sólido.

Elige tu unidad de medida (crea una unidad): \_\_\_\_\_

1. ¿Cuántas unidades de medida de intensidad luminosa utilizaste para lograr el brillo luminoso de la Figura 1?
2. ¿Qué acciones realizaste para obtener la medida?
3. Escribe ¿Cómo representarías matemáticamente las acciones que realizaste?

### Actividad 3

Llegó el momento de calcular, que uses lo que has aprendido a lo largo de tu educación básica.

Si un edificio (figura 2) de 4 niveles, tiene en cada nivel 4 cuartos, y tiene una intensidad de iluminación de 5 candelas en cada cuarto. Entonces:

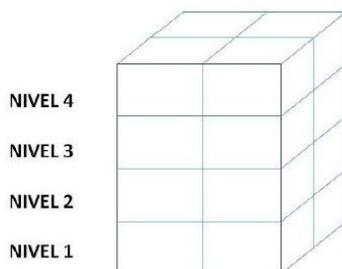


Figura 2

- ¿Cuántas candelas necesitas para iluminar todo el edificio?
- ¿Qué operaciones realizaste matemáticamente para obtener el resultado?

Fin de muestra de secuencia.

## 5. CONSIDERACIONES FINALES

Las aportaciones de la secuencia son relevantes, se ha probado con estudiantes de secundaria de tercer grado, en un contexto urbano, sus aportaciones han dado incluso luz a investigaciones futuras.

Encontramos resultados de enorme relevancia ante lo esperado y lo realmente obtenido y lo evidenciaremos a manera de dejar el debate sobre este escrito:

1. Se comparó el diseño de la secuencia a través de los resultados esperados “*a priori*” con los resultados no esperados “*a posteriori*” y se encontró que un estudiante si es capaz de construir desde las prácticas un concepto matemático.
2. A través de agrupamientos físicos se construyó el sistema de numeración posicional rescatando principalmente, el uso de cero y la posición de los números.
3. Fueron capaces de crear su unidad de medida (de una magnitud nunca utilizada de intensidad luminosa), explorando formas y métodos para utilizarlas.
4. Se observa la aparición de la modelación mediante la influencia de las praxeologías, en los procesos de aprendizaje de los estudiantes.
5. Las producciones de los estudiantes fueron muy variadas, pero convergentes, lo cual promueve la creatividad científica, y refuerza sus argumentos ante la construcción del conocimiento matemático. (Algo muy poco explorado y valorado en la institución escolar, debido a los tiempos de enseñanza).

6. La observación de que el sistema de numeración posición la utilización de la base es en sí, una medida, esto se hace evidente en la pregunta 7 de la Actividad 1, donde se esperaba que respondieran que no se podían usar otras cifras como el 5, 6, 7, 8, o 9 en las agrupaciones de 5. Sin embargo los educandos interpretaron “si es posible agrupar con cifras diferentes de 5” por lo cual su respuesta fue que sí, dejando en evidencia que el uso de la base es tomada como una unidad de medida. Era difícil imaginar en primera instancia que esto era así, sin embargo las evidencias respaldan esta deducción, dejando a tela de juicio para el lector si esto es de esta manera o se podría tener una interpretación diferente.
7. Se observa la aparición de la predicción en el momento de que educando intenta calcular. Esto quiere decir que la predicción estudiada en distintos trabajos en la disciplina de Matemática educativa, dentro de estudios socioepistemológicos, sí aparece, siempre que se quiera calcular.
8. Se observa la aparición de la convención, cuando ellos identifican sus modelos generales debaten para representar una formula general, la formalización es por convención, un elemento que no se discute, en ningún nivel de la educación básica.
9. Se demostró a través de una secuencia didáctica que no hay prioridad en la formalización y que la práctica favorece el entendimiento y la construcción del conocimiento matemático.

### Agradecimientos

Agradezco profundamente a los investigadores que me han formado en la disciplina de la Matemática Educativa, sinceramente son personas muy valiosas para el mejoramiento de la educación en el país. A ellos agradezco su amistad también, la cual corresponde el fruto de este trabajo. Al Dr. Germán Muñoz Ortega, por brindarme su tiempo y sus conocimientos, el cual forma parte de esta investigación. Al Dr. Miguel Solís Esquinca, por brindarme guías y consejos sobre a dónde dirigir la investigación. Al M. C. Cristóbal Cruz Ruiz, por brindarme guía sobre bibliografías, colaborar en pruebas piloto de la secuencia y por discutir puntos de análisis sobre los cuales avanzar.

### 6. REFERENCIAS

- Alsina, A. (2007). ¿Por qué algunos niños tienen dificultades para calcular? Una aproximación desde el estudio de la memoria humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10(3), 315-333.
- Arrieta, J., Buendía, G., Ferrari, M., Martínez, G. y Suárez, L. (2004). Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático. En L. Díaz Moreno (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 17(1), 418-422. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 34-59). Colombia: Grupo editorial Iberoamérica.
- Camacho, A. (2006). Socioepistemología y prácticas sociales. *Educación Matemática* 18 (1), 133-160.
- Cantoral, R. (2001). *Matemática Educativa: Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 17, 1-9. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.



- Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., & Martínez, G. (2006). Socioepistemología y representación, algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Número especial, 83-102.
- Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona, España: SEP-Cooperación Española.
- De Faria, E. (2006). Ingeniería Didáctica. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*, 1(2).
- Díaz, J. y Bermejo, V. (2007) Nivel de abstracción de los problemas aritméticos en alumnos urbanos y rurales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10(3), 335-364.
- Douady, R. (1996). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde. En Barbin, E., Douady, R. (Eds.). *Enseñanza de las matemáticas: Relación entre saberes, programas y prácticas*. Francia. Topiques éditions. Publicación del I.R.E.M.
- Galilei, G., (1984). *El ensayador*. Madrid: Editorial Sarpe.
- García, R. (1996). *Jean Piaget: Epistemólogo y filósofo de la ciencia*.
- García, R. (2000). *El conocimiento en construcción. De las formulaciones de Piaget a la teoría de sistemas complejos*. España: Gedisa.
- Godino, J. (2002). *Matemáticas y Didáctica para maestros (Manual para estudiantes). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. España: Universidad de Granada
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para maestros (Manual para estudiantes)*. España: Universidad de Granada
- Guedj, D., (2011). *El imperio de los números*. Barcelona, España: Ed. Blume.
- Hawking, S., (2010). Dios creó los números. Los descubrimientos matemáticos que cambiaron la historia. España: Ed. Critica.
- Mounoud, P. (2001). *El Desarrollo Cognitivo Del Niño: Desde Los Descubrimientos De Piaget Hasta Las Investigaciones Actuales. Contextos educativos* (4), pp. 53-77. Université de Geneve. Traducción: Sylvia Sastre (Universidad de La Rioja).
- Muñoz, G. (2006). *Dialéctica entre lo Conceptual y lo Algorítmico relativa a un campo de prácticas sociales asociadas al Cálculo Integral: aspectos epistemológicos, cognitivos y didácticos*. Tesis de Doctorado no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Nava, J., Pezet, S., Hernández, G, (2001). *El Sistema Internacional De Unidades (SI)*. Centro Nacional De Metrología, Los Cués, Querétaro, México.
- Rodríguez, R, y Zuazua, E. (2002). Enseñar y aprender matemáticas: del Instituto a la Universidad. *Revista de Educación* 329, 239-256.
- SEP (2011). *Plan de estudios 2011. Educación Básica*. México: Secretaria de Educación Pública.
- SI (2006). *The The International System of Units*. Organisation intergouvernementale de la Convention du Mètre. 8e édition
- Stewart, I. (2009). *Historia de las matemáticas, en los últimos 10,000 años*. España: Ed. Critica.
- Vergnaud, G. (1990). La Théorie des Champs Conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10(13), 133-170.