

## LAS FRACCIONES Y LOS PROFESORES EN FORMACIÓN INICIAL DE PRIMARIA. CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA

Ana María Reyes Camacho, Leticia Sosa Guerrero  
anyreca0712@hotmail.com, lsoa@mate.reduaz.mx  
Universidad Pedagógica Nacional, Universidad Autónoma de Zacatecas  
Superior

### Resumen

Este trabajo identifica el conocimiento de los profesores en formación inicial de primaria sobre qué es una fracción, cuáles son sus significados y qué habilidades tienen para su enseñanza. En esta investigación nos enfocamos en el modelo Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) propuesto por Ball, Thames & Phelps (2008), desde donde obtenemos información del conocimiento común del contenido, el conocimiento especializado del contenido y el conocimiento del contenido y enseñanza durante su estancia en la escuela normal, a partir de un cuestionario que evidencia asocian una fracción con dividir, además denota una carencia sobre los significados de las fracciones (parte-todo y medida, cociente, razón y operador). Respecto a la enseñanza de fracciones se muestra no han definido el papel que debe desempeñar el alumno y el profesor, lo cual permitirá actuar en investigaciones posteriores cuya esencia sea la práctica.

**Palabras clave:** *Formación inicial de profesores, MKT, fracciones.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El estudio del conocimiento matemático de los profesores de primaria es un campo de investigación interesante por el impacto que tiene en la población escolar. Rojas (2010) reporta que existen estudios nacionales e internacionales acerca del rendimiento de los alumnos en matemáticas que dan cuenta de los bajos resultados en el ámbito de las fracciones. La UNESCO informa que una de las posibles causas es la deficiente competencia de un porcentaje elevado de profesores para abordar el trabajo docente, quizá ligado a la falta de actualización en el magisterio. De ahí que se destaque como uno de los factores vinculados al avance de la educación “la calificación de los docentes en la implementación de las distintas reformas educativas que están en curso en varios países” (UNESCO, 2011, p.83) como México.

La reforma en Educación Normal a partir del Plan de Estudios 2012, pretende que los profesores en formación inicial adquieran el conocimiento disciplinar de asignaturas como matemáticas con el propósito de favorecer el desarrollo de sus competencias docentes coherentes con lo que propone la reforma en la educación primaria. De acuerdo con Ríos (2007):

El futuro profesor debe ser conocedor, en la medida de lo posible, del “saber sabio” pues el dominar más contenido del que se va a enseñar le permite tener una visión más amplia y profunda de cómo enseñar y le permite hacer conexiones y transferencias entre los diversos saberes matemáticos (p.121).

La formación inicial de un profesor de primaria en el campo de las matemáticas le demanda una variedad de conocimientos que en varias ocasiones omite en la escuela normal y en la escuela primaria, situación que le impide analizar las producciones de los alumnos para favorecer la gestión del contenido de fracciones en el aula. Por lo anterior, nuestro trabajo pretende evidenciar el conocimiento que poseen y ponen en acción en la escuela normal, constituyendo un primer

acercamiento a una necesidad social, el cual se define a partir de la pregunta: ¿Qué conocimiento común y especializado del contenido y conocimiento del contenido y enseñanza sobre fracciones evidencia un profesor en formación inicial de primaria durante su estancia en la escuela normal?

Para dar respuesta a esta pregunta nos hemos propuesto como objetivo: Comprender e identificar el conocimiento común del contenido, el conocimiento especializado del contenido y el conocimiento del contenido y enseñanza en relación a las fracciones que el profesor en formación inicial de educación primaria posee.

Consideramos que el conocimiento común del contenido que se relaciona con el conocimiento matemático y las habilidades necesarias del profesor en formación para resolver las tareas que los alumnos de la escuela primaria están realizando, y el conocimiento especializado del contenido cuyo conocimiento está constituido por el conocimiento matemático y las habilidades que son propias de la profesión de los profesores, nos permitirán conocer e identificar si se establecen relaciones entre ambos cuando señalan los significados de las fracciones o subconstructos del megaconcepto, mismos que Llinares y Sánchez (1997) expresan como: parte-todo (la fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes en contextos continuos y discretos) y medida (cuando se utiliza una unidad arbitraria para determinar cuántas veces cabe en una cantidad medible), cociente (asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro bajo la interpretación de división indicada  $a:b = a/b$ ), razón (las fracciones son usadas como “índice comparativo” entre dos cantidades de una magnitud) y operador (la fracción como una sucesión de multiplicaciones y divisiones, o a la inversa). Por otra parte, avanzar en el estudio del conocimiento del contenido y enseñanza nos guiará a identificar las cuatro formas de conocer los contenidos matemáticos relativos a las fracciones, las cuales identifica Kieren (1993) como: “conocimiento etnomatemático, intuitivo, técnico-simbólico y axiomático-deductivo” que los profesores en formación inicial ponen en juego al enseñar dicho contenido a partir de las producciones de los alumnos. En cuanto a la lente teórica para atender a nuestra pregunta de investigación consideramos lo que a continuación se menciona.

## 2. MARCO TEÓRICO

Ser profesor es una tarea compleja, ya que el conocimiento profesional necesario en cada profesión es un conocimiento muy específico de ésta. Al respecto, Climent y Carrillo (2007) señalan que:

La consideración conjunta de la formación inicial y permanente (Carrillo, Coriat y Oliveira, 1999), permite centrar la atención en el inicio del estudiante para maestro en modos de aprendizaje que potencian su desarrollo continuo, enfocando la formación inicial desde una perspectiva profesional que contempla qué necesita saber el profesor para enseñar matemáticas y para su mejora continua en tal tarea (p. 308).

El conocimiento del profesor y la enseñanza han sido investigados bajo distintos marcos de referencia, tal es el caso de Shulman (1986) y sus colegas que investigan el crecimiento del conocimiento en la enseñanza, donde se supone que la mayoría de los profesores comienzan con algo de experiencia en los contenidos que enseñan. Sin embargo, para comprender el conocimiento que crece en la mente de los docentes, con énfasis en el contenido, sugiere tres categorías: 1) Conocimiento del contenido, 2) Conocimiento didáctico del contenido y 3) Conocimiento curricular.

De acuerdo con Sosa (2011) desde los años ochenta, se ha venido discutiendo y profundizando el estudio del conocimiento profesional de los profesores, puntualizando sobre qué conocimiento matemático posee el profesor y qué conocimiento matemático debería poseer para el ejercicio de su función docente. Aspectos que pretendemos analizar desde la formación inicial respecto al contenido de fracciones, a través del modelo teórico MKT, mismo que retoma principalmente el estudio realizado por Shulman (1986). En esta investigación, ese modelo nos brinda elementos para comprender el conocimiento matemático para la enseñanza que evidencia un futuro profesor durante su estancia en la escuela normal. Cabe mencionar que el MKT tiene su origen en la práctica de los profesores, pero en este momento lo retomamos como un antecedente para realizar investigaciones futuras desde la práctica. Ball et al (2008) plantean el estudio del MKT a través de dos dominios: conocimiento del contenido (CK, por sus siglas en inglés -Content Knowledge) y el conocimiento didáctico del contenido (PCK, por sus siglas en inglés -Pedagogical Content Knowledge). El CK está subdividido en tres subdominios: Conocimiento común del contenido (CCK), Conocimiento especializado del contenido (SCK) y Horizonte matemático (HCK). Y el PCK en: Conocimiento del contenido y estudiantes (KCS), Conocimiento del contenido y enseñanza (KCT) y Conocimiento curricular (KCC). A continuación describimos brevemente cada uno de los subdominios del modelo, pero en esta investigación nos enfocamos en el CCK, el SCK y el KCT, los cuales son parte de los dominios del MKT.

**CCK** se refiere al conocimiento matemático y a las habilidades necesarias para resolver las tareas que los estudiantes están realizando, es un conocimiento no necesariamente de los profesores.

**SCK:** Conocimiento constituido por el conocimiento matemático y las habilidades que son propias de la profesión de los profesores, el SCK incluye el conocimiento que permite a los profesores conocer la naturaleza matemática de los errores que cometen los alumnos y razonar si alguna de las soluciones que dan sus alumnos podría funcionar en general o no.

**HCK:** Es considerado como el conocimiento de la trayectoria de un contenido matemático a lo largo de las diversas etapas educativas, así como las conexiones intra y extramatemáticas.

**KCS:** este subdominio incluye las habilidades que tienen los profesores para predecir lo que a los alumnos les parecerá interesante, motivante, fácil, difícil, aburrido o agobiante.

**KCT:** Incluye las habilidades que tienen los profesores para saber qué representaciones son más adecuadas para enseñar un contenido específico y usar diferentes métodos y procedimientos para enseñar ese contenido matemático. El KCT incluye también la capacidad que tiene el profesor para "...decidir con qué ejemplo empezar, cuáles usar para profundizar en el contenido. [...] qué aportaciones de los alumnos tomar en cuenta, cuáles ignorar y cuáles destacar para usarlas posteriormente" (Ball et al., 2008, p. 401).

**KCC:** Hace referencia al conocimiento de los contenidos y los planes de estudio.

Es importante citar que el contenido del conocimiento profesional del profesor está siendo ampliamente estudiado en la Matemática Educativa. Sin embargo, en nuestra investigación pretendemos estudiar una parte del conocimiento profesional a través de los subdominios: CCK, SCK y KCT, mismos que integran el modelo MKT.

### 3. MÉTODO

La investigación está inscrita en el paradigma interpretativo (Latorre, Del Rincón y Arnal, 1996) porque pretendemos comprender e interpretar tres subdominios del MKT (CCK, SCK y KCT) en la formación inicial de los profesores de primaria. La población está constituida por 20 profesores en formación que llevaron el curso de Aritmética: su aprendizaje y enseñanza, en primer semestre durante el ciclo escolar 2012-2013 en una escuela normal del estado de Zacatecas.

El instrumento utilizado para la recogida de información es un cuestionario de respuesta abierta, conformado por dos partes. La primera está integrada por cuatro preguntas que surgen de los programas de la licenciatura y los programas de estudio de educación primaria. Las cuestiones formuladas pretenden poner de manifiesto sus conocimientos sobre los subdominios: CCK y SCK. En la segunda parte se agregan tres preguntas que atienden a dos planteamientos con el propósito de conocer sus conocimientos y habilidades para enseñar fracciones en función del subdominio: KCT. El primer planteamiento se tomó de lo que pasó en una clase de matemáticas de un profesor en formación, mientras que el segundo se obtuvo del cuestionario aplicado por Cortina, Cardoso y Zúñiga (2012) en un trabajo de investigación sobre fracciones en primaria.

En este estudio, los datos recogidos en el cuestionario los analizaremos apoyados en Castro (2010), a partir de un análisis de carácter cualitativo, el cual se lleva a cabo mediante un proceso inductivo en el que se identifican una serie de temas en función de los cuales realizamos una organización de los datos en categorías y subcategorías (McMillan & Schumacher, 2005, citado en Castro, 2010) en función de cada una de las interrogantes. A este análisis se sigue otro de carácter cuantitativo al agregarse porcentajes a las categorías y subcategorías de acuerdo al número de respuestas obtenidas en cada una de ellas.

### 4. RESULTADOS

La exposición de los resultados obtenidos en esta investigación se realizará en dos partes, atendiendo a las características del cuestionario. En la primera parte abordaremos lo que respecta a los subdominios: CCK y SCK.

#### Pregunta 1. ¿Qué es una fracción? (CCK)

Las respuestas expresadas se agruparon en tres categorías: dividir con un 40%, identificar la fracción como parte de un entero por el 35% de los profesores en formación y, el 25% hace referencia a la fracción como dos números que reciben un nombre específico. (Véase Tabla 1)

Tabla 1. Categorías y subcategorías	Recuento	Porcentaje
Dividir	4	20%
Dividir en partes	1	5%
Dividir en partes iguales	3	15%
Parte de un entero	7	35%
Dos números	1	5%
Nominador y denominador	1	5%
Dividendo y números	1	5%
Dominador y denominadores	1	5%
Numerador y denominador	1	5%
Total	20	100%

**Pregunta 2. Plantea un problema que se resuelva con fracciones (CCK)**

Para esta pregunta, las categorías que se formularon atienden a los subconstructos que definen las fracciones (Llinares y Sánchez, 1997). En el subconstructo la relación parte-todo se ubica el 80% de los profesores en formación que conceptualizan las fracciones como la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes en contextos continuos. En la segunda categoría, la fracción como cociente se encuentra el 15% de los profesores en formación que asocian la fracción a la operación de dividir un número natural por otro bajo la interpretación de división indicada  $a:b = a/b$ . La categoría donde los profesores en formación identifican a la fracción como una sucesión de multiplicaciones (5%), se denomina fracción como operador.

**Pregunta 3. ¿Cuáles son los significados de las fracciones que se presentan en los libros de texto de educación primaria? (SCK)**

En relación a los significados de las fracciones que se plantean en los libros de texto, persisten conocimientos del subdominio CCK (65%) y se hacen presentes las operaciones básicas con fracciones (10%) al igual que su significado en la recta numérica (5%). Mientras que el 20% atiende a otros que no hacen referencia a un subconstructo en específico. (Véase Tabla 2)

Tabla 2. Categorías y subcategorías	Recuento	Porcentaje
Dividir	6	30%
Dividir en partes iguales	1	5%
Repartir	1	5%
Repartir en partes iguales	3	15%
Parte-todo	2	10%
Recta numérica	1	5%
Operaciones básicas con fracciones	2	10%
Otros	4	20%
Total	20	100%

**Pregunta 4. ¿De qué formas se pueden estudiar las fracciones en la educación primaria? (SCK)**

Esta pregunta da la libertad para que el profesor en formación conteste en función de toda la información que se aborda en la educación primaria, donde nuevamente se observa que el mayor porcentaje corresponde a lo que expresaron en el CCK (Dividir, repartir) con un 60%, mientras que sólo un 15% avanza en el conocimiento más preciso del significado de las fracciones que se abordan en dicho nivel (recta numérica y operaciones con fracciones) y, finalmente, un 25% externa un significado que no se encuentra definido en la educación primaria.

En la segunda parte de esta presentación de resultados se abordan dos planteamientos realizados a los profesores en formación, mismos que aportan información sobre el subdominio: KCT.  
**Planteamiento 1. En una clase de matemáticas, se pide a un alumno de tercero de primaria que represente  $\frac{1}{4}$  en una figura rectangular. Actividad que resuelve como se muestra a continuación:**

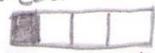

**Pregunta a) Ante esta situación, si tú fueras su maestro ¿qué realizarías? (KCT)**

En las respuestas obtenidas se identificaron tres categorías, es decir, tres tareas que el docente en formación manifiesta puede realizar después de que el alumno resolvió la actividad, entre las cuales se encuentran: explicar, cuestionar y otros. Cuestionar, es la categoría donde los profesores en formación piden al alumno que explique cómo resolvió dicha actividad. Sin embargo, las acciones que siguen a la tarea de Cuestionar-explicación alumno son diversas, motivo por el cual se agruparon en subcategorías, que en conjunto alcanzan un 60% de las respuestas. La subcategoría Cuestionar-explicación alumno-explicación maestro (verbal-un cuarto) alcanzó un 20%. En algunas de las respuestas no hay una definición precisa sobre las dimensiones de la explicación; ya sea orientada a los tipos de expresión simbólica (sintáctica) y/o significados de las expresiones simbólicas (semántica). Obsérvese.

a) Ante esa situación, si tú fueras su maestro ¿qué realizarías?  
 Como primero le preguntaría al alumno el porque de su respuesta y si no sabia como explicarme el niño, pues le explicaba un poco sobre las fracciones y para dejarles un poco mas claro le dejaria unos ejercicios de fracciones de tarea.

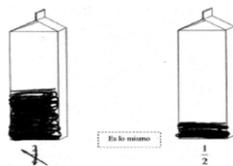
Cada una de las siguientes subcategorías ubicó al 10% de los encuestados: *Cuestionar-explicación alumno*, *Cuestionar-explicación alumno-maestro propone análisis para descubrir error* y *Cuestionar-explicación alumno-explicación maestro (modelos gráficos-un entero)*. En esta última el profesor en formación recurre a modelos gráficos para explicar situaciones de uso de las fracciones (Godino y Batanero, 2004). Cabe mencionar que el modelo geométrico más usual en la representación gráfica de fracciones es el rectángulo (Linares y Sánchez, 1997), mismos que emplean algunos docentes en formación en sus respuestas:

a) Ante esa situación, si tú fueras su maestro ¿qué realizarías?  
 Primariamente una justificación por parte del alumno, después hacer una reflexión "si juntamos las partes tenemos 1 entero pero solo queremos 1/4 de el, es decir, dividit la pizza en 4 y solo tomar 1" ante esta reflexión dejarla actuar.



En la subcategoría *Cuestionar-explicación alumno-explicación alumnos* se encuentra el 5% de las personas encuestadas, al igual que en *Cuestionar-explicación alumno-explicación maestro (modelos gráficos-un cuarto)* (5%). La segunda categoría se denomina Explicar (35%). La subcategoría *Explicar-institucionalización del saber (modelos gráficos-un cuarto)* (20%). Mientras que *Explicar-problema*, *Explicar-institucionalización del saber (verbal-un cuarto)* y *Explicar-institucionalización del saber (modelo gráfico-un entero)* agrupan el 15% de las respuestas. Otros (5%), categoría donde el profesor en formación únicamente interpreta la producción del alumno sin especificar las tareas que el docente debe realizar.

**Planteamiento 2.** Se pidió a un niño de sexto de primaria comparar la cantidad de leche contenida en dos cartones, tomando como referencia la fracción escrita al pie. Enseguida el alumno marcó el nivel de leche en cada cartón y destacó con una "x" la fracción mayor, tal como se muestra en la siguiente evidencia:



**Pregunta a) ¿Por qué crees que el alumno contestó de esa manera?**

**Pregunta b) Como docente de este alumno, ¿qué realizarías ante esa situación? (KCT)**

La interrogante **a)** pretende que los profesores en formación encuentren justificación a la *Respuesta del alumno*, motivo por el cual sólo se identifica esta categoría. En la subcategoría *Aprendizaje de los números naturales* se ubica el 85% de los encuestados. De acuerdo con Llinares (2003) cuando los estudiantes se inician en el manejo de símbolos (fracciones), sin considerar los significados implícitos, los alumnos pueden cometer “errores que muestran la influencia que ejerce lo aprendido sobre los números naturales en este nuevo dominio numérico” (p. 206), tal como se aprecia:

a) ¿Por qué crees que el alumno contestó de esta manera?  
Debido a que no tiene noción de lo que representan las frac  
Y la escogió por que contenía números mayores.

La respuesta del profesor en formación ejemplifica lo que se enuncia, es decir, que no existe una relación sintáctica y semántica en el uso de las fracciones. Otros (15%), es la subcategoría que agrupa los encuestados cuya respuesta no atiende a lo solicitado.

En el cuestionamiento **b)**, los profesores en formación identifican diferentes *Tareas del docente* (categoría). Las subcategorías *Explicar-institucionalizar saber (verbal)* y *Explicar-institucionalizar saber (modelos-gráficos)* ubican el 60%, donde prevalece la participación activa del docente. *Cuestionar-explicación alumno-explicación maestro* y *Cuestionar-explicación alumno-explicación alumnos* agrupan el 40% de las respuestas de los profesores en formación, los cuales identifican que los niños deben llegar a la respuesta en forma grupal o individual, sin que el docente los anticipe. Además hace referencia a que éste debe tener paciencia para que los niños evolucionen en sus concepciones y proponer análisis que les permitan descubrir el error por sí mismos (Pujadas y Eguiluz, 2000).

## 5. CONCLUSIONES

A partir de la información obtenida en la encuesta, se evidencia que el profesor en formación de primaria retoma la mayoría de las concepciones que posee sobre el CCK de fracciones al responder a los cuestionamientos que aportan información sobre el SCK. Sin embargo, en éste último se denota una carencia sobre los significados que toman las fracciones en la educación primaria (parte-todo y medida, cociente, razón y operador), sólo en el subdominio SCK se interpreta a la fracción en la recta numérica. Aunque las operaciones con fracciones prevalecen en ambos subdominios (suma y resta de fracciones con igual denominador) en la realización de algunos de los problemas se remarcan carencias en el dominio de contenidos de fracciones, tanto para resolver los problemas como para identificar con un lenguaje matemático preciso los elementos de la fracción. En este subconstructo de la fracción como relación parte-todo y medida se recurre con frecuencia a la representación en contextos continuos (área).

En lo que respecta al KCT, concluimos que el profesor en formación no ha definido el papel que debe desempeñar el alumno y el profesor durante la enseñanza de las fracciones. En el primer planteamiento el maestro participa para propiciar que el alumno justifique su respuesta y luego apoyarlo. En el segundo, el maestro interviene para institucionalizar el saber, dejando de lado la participación del alumno. Sin embargo, en ambos casos se recurre a la interpretación de la fracción como medida en contextos continuos, tomando como base la representación en modelos gráficos (rectángulos y círculos).

En las explicaciones de algunos de los profesores en formación se denota que recurren a representaciones de las fracciones que carecen de una relación sintáctica y semántica. Por lo tanto, el acceso al conocimiento etnomatemático, el cual se define como aquel que poseen los alumnos (situaciones que viven a diario), se encuentra limitado por las acciones de los profesores en formación. Más aún, se observa que se tratan de retomar las aportaciones de los alumnos sobre fracciones a partir del conocimiento intuitivo, que de acuerdo con Kieren (1993) “supone el uso de instrumentos cognitivos (mecanismos constructivos), representaciones y el uso informal del lenguaje”.

Avanzar en el conocimiento de los contenidos relativos a las fracciones a través del conocimiento técnico-simbólico (resultado de trabajar con experiencias simbólicas de los números racionales) y el conocimiento axiomático-deductivo (conocimiento de la estructura matemática) durante esta etapa de formación inicial de los profesores, aún no se ha logrado, ya que varias respuestas remarcan carencias en el dominio de contenidos de fracciones.

En este estudio presentamos los resultados correspondientes a un primer acercamiento a la caracterización y comprensión del CCK, SCK y KCT que el profesor en formación inicial de primaria, bajo el Plan de estudios 2012, evidencia durante su estancia en la escuela normal y, a la vez, nos ha permitido identificar aquellas formas de conocer los contenidos matemáticos relativos a las fracciones que retoman los profesores en formación para enseñar este contenido a partir de las producciones de los alumnos. Además de identificar dónde se tiene carencia de conocimiento, y que en investigaciones posteriores pueden ser objeto de estudio en la práctica del profesor..

## 6. REFERENCIAS

- Ball D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Castro, E. (2010). *Fraccionar y repartir: un estudio con maestros en formación inicial*. Granada: España. Tesis de maestría publicada en [http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Elena\\_Castro.pdf](http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Elena_Castro.pdf)
- Climent, N. y Carrillo, J. (2007). El análisis de clases de matemáticas en la formación inicial del maestro. Un estudio exploratorio. *Investigación en Educación Matemática*, 11, 307-314.
- Cortina, J. L., Cardoso, E. y Zúñiga, C. (2012). El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6° de primaria. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(1), 70-85. Consultado en <http://redie.uabc.mx/vol14no1/contenido-cortinacardozo.html>
- Godino, J. y Batanero, C. (2004). *Didáctica de la matemática para maestros. Manual para el estudiante*. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat.maestros/>
- Kieren, T. E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. En T. P. Carpenter, E. Fennema y T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research*. (pp. 50-84). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Latorre, A., Del Rincón, D., y Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Hurtado ediciones.
- Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En Ma. del C. Chamorro (Coord.). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson-Prentice Hall. Colección: Didáctica Primaria.



- Llinares, S. y Sánchez, M. (1997). *Fracciones*. España: Síntesis.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2011). Informe Regional sobre la Educación para Todos en América Latina y el Caribe. Santiago de Chile: OREALC/ UNESCO.
- Pujadas, M. y Eguiluz, L. (2000). *Fracciones ¿un quebradero de cabeza?* Buenos Aires, Argentina: Novedades educativas.
- Ríos, Y. (2007). Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. [En línea] *Revista Omnia* vol. 13, 120-157. Universidad del Zulia, Venezuela.
- Rojas, N. (2010). *Conocimiento y enseñanza para la calidad matemática de la instrucción del concepto de fracción: estudio de caso de un profesor chileno*. Granada: España. Tesis de maestría publicada en [http://masteres.ugr.es/didacticamatematica/pages/investigacion/fin\\_master](http://masteres.ugr.es/didacticamatematica/pages/investigacion/fin_master)
- Secretaría de Educación Pública (2012). Acuerdo número 649 por el que se establece el Plan de Estudios para la Formación de Maestros de Educación Primaria. México: Diario Oficial de la Federación.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento Matemático para la enseñanza en bachillerato. Un estudio de dos casos*. Huelva: España. Tesis doctoral publicada en <http://hdl.handle.net/10272/4509>.