



INCORPORACIÓN DE ELEMENTOS TECNOLÓGICOS PARA LA RESIGNIFICACIÓN DE LA DERIVADA A TRAVÉS DEL USO DE GRÁFICAS

Irma Margarita Rodríguez Flores, José Iván López Flores
irmargarita25@hotmail.com, ivan.lopez.flores@gmail.com

Universidad Autónoma de Zacatecas

Superior

Resumen

El presente documento describe el avance de investigación que hasta el momento se ha realizado para abordar los efectos de la incorporación de la tecnología para la resignificación del conocimiento matemático, específicamente en el tema de derivada, que si bien aparece en los cursos de nivel superior, y especialmente en las distintas ingenierías, por lo regular el aprendizaje de la derivada se queda en sólo memorizar algoritmos para resolver ejercicios propuestos por el profesor, teniendo como consecuencia que el aprendizaje no sea funcional. Se propone entonces que la derivada no sea vista sólo como un objeto algorítmico de la matemática, sino que se considere lo que permite que este conocimiento surja apoyándose de situaciones que logren resignificar la derivada a través del uso de gráficas incorporando la herramienta tecnológica.

Palabras clave: *Uso de gráficas, Resignificación, Tecnología, Derivada, Modelación.*

1. INTRODUCCIÓN

La matemática que se enseña en los distintos niveles para que el aprendizaje de los alumnos sea funcional y articulado, debería adaptarse a las necesidades y contextos que se encuentren en cada comunidad estudiantil. En particular, en nivel superior y más específicamente en las distintas ingenierías, si bien las materias de matemáticas son de tronco común, estas matemáticas no necesariamente satisfacen las necesidades de cada carrera, pues aunque el conocimiento que se les proporciona es muy necesario para su trayectoria universitaria, muchas veces los estudiantes no encuentran sentido o uso que les muestre la importancia de adquirir el conocimiento matemático. Esto se debe a que las clases de matemáticas por lo regular se imparten de manera tradicional, es decir, el profesor espera que el estudiante aprenda algún algoritmo, fórmula o teorema enfocándose principalmente en el objeto matemático y basándose en ese conocimiento, que por lo regular es sólo memorístico, lo repita y haga ejercicios similares.

Sin embargo, el conocimiento matemático no sólo puede adquirirse memorísticamente, pues hay investigaciones que comprueban que para aprender temas específicos de la matemática, de tal manera que este conocimiento sea significativo, es crucial apoyarse del uso de gráficas. En nuestro caso particular para resignificar la derivada; y es que cuando se aborda este tema, es muy común que los estudiantes realicen las operaciones algorítmicas necesarias para derivar, pero eso no quiere decir que realmente hayan entendido lo que ésta significa, mucho menos se dan cuenta del gran abanico de aplicaciones que tiene la derivada, la cual aparece frecuentemente en otras materias que cursan los estudiantes durante su carrera, como en el caso de Mecánica de Fluidos.

Resulta entonces que con el uso de las gráficas se genera conocimiento, que se apoya de situaciones intencionadas que se centran principalmente en los argumentos para realizar procedimientos no necesariamente algebraicos, por lo que no se enfoca en las definiciones, ya que se da prioridad a un aprendizaje funcional (Cen, 2006; Cordero, Cen y Suárez, 2010; Lara, 2007; Parra, 2008; Suárez, 2008). Para el caso de este trabajo, se aborda específicamente la problemática que conlleva resignificar la derivada apoyada con un instrumento tecnológico; y es



que se ha identificado que el conocimiento matemático que es enseñado en las distintas ingenierías, privilegia esta enseñanza de la matemática como algo ya establecido. Esto puede deberse a que el sistema didáctico a considerado la construcción de conocimiento como la adquisición de objetos matemáticos formados por conceptos y definiciones, porque se admite como una organización estática y determinada, su existencia no depende del humano, sino que preexiste a él (Parra, 2008).

Sin embargo, se debe considerar que la matemática al ser creada no tuvo fines didácticos, sino que surgió por necesidades de una sociedad en un determinado tiempo para resolver cierto problema. Se intenta entonces considerar la enseñanza y aprendizaje de una manera diferente a lo que actualmente sucede en las aulas donde se enseña matemáticas, pues se enseña al objeto como algo ya establecido, por lo que se pretende cambiar esta visión de objetos a prácticas, donde la situación que se le presente al alumno sea fundamental para que se vaya construyendo su conocimiento y que éste sea funcional.

En cuanto a la tecnología, es un apoyo que ha influenciado la enseñanza de la matemática a tal grado que en ocasiones llega a ser un recurso muy necesario en los cursos, sin embargo no siempre es aprovechado al máximo, por lo que aunque se sustente la construcción del conocimiento por medio de prácticas como punto de partida para reorganizar el conocimiento matemático y el rediseño del discurso escolar, hacer uso de esta importante herramienta nos dirige a una mejor experiencia de aprendizaje, ya que se comprueban los argumentos que llegarán a manifestar los estudiantes que estén en proceso de adquisición de conocimiento.

En la investigación de Parra (2008), que se describe en los antecedentes, se lograron identificar elementos del uso del conocimiento matemático que permiten una matemática funcional y articulada, esto es, un conocimiento incorporado orgánicamente en el alumno que lo transforma y transforma su realidad. Particularmente para lograr la resignificación de la derivada en el tema específico Conservación de Masa de Mecánica de Fluidos por medio del uso de gráficas. Sin embargo, no se realizó una confrontación más profunda en los estudiantes al hacer uso de las gráficas, por lo que proponemos retomar las ideas de Parra (2008) e implementarlas con el uso de tecnología para analizar cómo la incorporación de la tecnológica a la situación propuesta por Parra (2008) afecta la resignificación del concepto de derivada en una situación de acumulación de un fluido. Además, se pretende dar cuenta de que la implementación de la tecnología es un recurso que debe utilizarse de tal manera que se aproveche al máximo, en nuestro caso particular, para que haya una mayor confrontación de las argumentaciones presentadas por los participantes.

Se espera también proporcionar información con base en este estudio, que en efecto, al igual que afirma Parra (2008), la graficación como argumentación es de gran utilidad para la construcción de conocimiento. De esta manera la hipótesis que se plantea en esta investigación es que el uso de la graficación con la incorporación de la tecnología, haciendo uso del software C-Imaz, permite una confrontación más profunda de las argumentaciones de los estudiantes para resignificar la derivada en un dominio distinto de la matemática, como la Conservación de Masa en Mecánica de Fluidos.

Con el análisis de las afirmaciones y justificaciones, así como la confrontación utilizando el medio tecnológico, se pretende un mejor aprendizaje del cálculo en el tema de derivada, ya que aunque suelen presentarse aplicaciones de ésta, en ocasiones sólo son vistas de manera muy superficial y en realidad no queda en el estudiante un aprendizaje significativo, mucho menos funcional, por lo que esta investigación intenta proveer información necesaria, para que en un

futuro se considere aplicable en el aula la situación con estudiantes de ingeniería que vayan a cursar Mecánica de Fluidos.

2. ANTECEDENTES

Esta investigación se basa principalmente en el trabajo de Parra (2008), cuya problemática de investigación se enfoca en nivel superior, específicamente en ingeniería, y consiste en la ausencia de Marcos de Referencia en el discurso matemático escolar que permita resignificar la derivada. Parte del supuesto de que no hay situaciones que permitan al estudiante poner en uso su conocimiento y que además den evidencia del desarrollo de la matemática en el sistema didáctico. Esto se debe a que el discurso matemático se enfoca principalmente en los conceptos, algoritmos y fórmulas, por lo que excluyen situaciones que permitan que el conocimiento surja de manera natural a través de su práctica y experiencia, como es el caso de la resignificación de la derivada, que surge de problemas de movimiento en respuesta a las necesidades del desarrollo de la sociedad.

Para hacer frente a la problemática, elaboró, implementó y analizó el diseño de una situación para resignificar la derivada en mecánica de fluidos apoyándose en la práctica social de la graficación, donde las gráficas se convierten en argumentos para justificar procedimientos. El resultado de la investigación dio evidencia de que el conocimiento se construye y se resignifica con el uso de gráficas. Además proporcionó un marco de referencia para resignificar la derivada con la unión de tres elementos, como lo son: la Derivada en el Sentido de Lagrange; la Conservación de Masa y el Uso de las Gráficas.

La investigación de Parra (2008) hace referencia a algunos antecedentes que retomamos para nuestro trabajo, como son los resultados que Cantoral y Mirón (2000), presentan, donde se reporta que caracterizar la derivada como la pendiente de una recta tangente no es suficiente para el estudiante, ya que en situaciones gráficas el estudiante ante relaciones funcionales como $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, logra incorporar un significado a los coeficientes A y C , pero no para B . Utilizan la significación del concepto de derivada en el sentido de Lagrange en lugar del de Cauchy, y se realizó el diseño de una situación en un ambiente tecnológico apoyándose en el uso de calculadoras graficadoras cuyas actividades consistieron en relacionar de forma gráfica y numérica, la primitiva f y su derivada f' . Se realizaron tres fases, la primera de preparación que consistió en el manejo de la calculadora graficadora, la segunda en el desarrollo de diseños de ingeniería y la tercera y última llamada de institucionalización, donde se buscaba el establecimiento de un cierto acuerdo sobre los conocimientos generados por los estudiantes en las distintas fases.

En la investigación de Rosado (2004), se reporta la falta de marcos de referencia para resignificar la derivada de una función polinómica. Su estudio se realizó bajo las aproximaciones teóricas de la socioepistemología y de APOE. De esta última recurrió a la descomposición genética con el fin de asumir la existencia de un argumento llamado comportamiento tendencial de las funciones, como argumento del estudiante, en el contexto gráfico que posibilita la nueva construcción de la propiedad de linealidad del polinomio. Para el diseño de la situación se apoyó de la Socioepistemología, en donde implementó tres momentos de la situación didáctica para identificar la propiedad de linealidad para construir una argumentación gráfica, para que la derivada como pendiente de la recta tangente a una curva en un punto se resignifique como la linealidad del polinomio. Además obtuvo como resultados datos importantes para la construcción del marco de referencia que fueron sobre la función y la forma del conocimiento matemático,

sobre el uso de la modelación y sobre la epistemología de práctica, esto es, se generaron esquemas para incorporar usos de gráficas, su función y forma, la alternancia de dominios, para futuros rediseños de situaciones. Esto fue útil para evidenciar que las gráficas son argumentaciones que permiten construir significados.

Dolores (1996), hace un estudio histórico del concepto de derivada, un análisis de los libros de texto y de los distintos programas curriculares de México, Japón y de otros países de América y Europa. Observa que en los libros de texto se da preferencia al trabajo algorítmico de la derivada, dejando de lado el estudio de los fenómenos de variación y cambio que fue lo que históricamente dio origen a la derivada y que sin embargo los estudiantes no siempre logran asociar estas ideas claves del cálculo en la resolución de problemas. Sugiere la necesidad de salir de lo tradicional y diseñar nuevos textos que consideren la derivada como el concepto central del curso de cálculo y que mediante procedimientos inductivos, heurísticos o de analogía se descubran los conceptos, relaciones y procedimientos esenciales del cálculo a partir de problemas en contextos.

En Lara (2007) se hizo énfasis en identificar los marcos de referencia donde el conocimiento matemático adquiere sentido y significación fuera del dominio matemático, puesto que en ambientes escolares específicos, como es el caso de las ingenierías, la matemática que se imparte no considera las necesidades exclusivas de cada carrera, por lo que el conocimiento matemático se considera ajeno a otras áreas del conocimiento como en el caso de Mecánica de Fluidos.

Para abordar esta problemática se centró en la revisión de libros de texto de Mecánica de Fluidos para estudiar el uso de las gráficas en esta área en particular, con el objetivo de crear un marco de referencia para que la matemática que se enseña, en el caso de cálculo diferencial e integral, adquiera funcionalidad y que no sea ajeno a otros temas abordados durante la carrera. Bajo esta revisión de los libros de Mecánica de Fluidos, se identificaron categorías de uso de gráficas como lo son: la variación numérica para las propiedades de los fluidos, la comparación de las distintas propiedades de los fluidos, la interpretación de un fluido en un escenario físico, entre otras.

En el estudio de Suárez (2008) su objetivo fue la creación de un marco de referencia epistemológico que incorpore los elementos de funcionamiento y forma de uso de gráficas en la modelación del movimiento de tal manera que se determine un nuevo uso de las gráficas que resignifique la variación asociada a los fenómenos de cambio, por lo que se pretende precisar el marco de referencia para la modelación escolar anclada en la graficación. Realizó un diseño de situación para trabajar con estudiantes las secuencias llamadas situaciones de modelación de movimiento, con la hipótesis de que la variación se resignifica a través de la categoría de modelación-graficación y se obtuvo como resultado que esta situación que se sustenta en la socioepistemología de la modelación-graficación propicia una resignificación de la variación.

3. MARCO TEÓRICO

La aproximación teórica en la que se apoya esta investigación es la socioepistemología. Ésta se centra en lo que permitió que cierto objeto matemático surgiera, y no tanto en el objeto en sí, el cual llega en ocasiones a carecer de sentido en los estudiantes, pero que aún así no se debe dejar de lado, sino que también debe considerarse. La importancia de tener en cuenta lo que permite que el objeto matemático surja se sustenta en las prácticas que norman el nacimiento de un conocimiento, las cuales se denominan prácticas sociales, y con base en estas prácticas explicar los procesos de construcción, adquisición y difusión del saber matemático (Cantoral, Farfán,

Lezama, Martínez-Sierra, 2006). El uso de las gráficas se ha considerado una práctica en la cual el estudiante pone en uso su conocimiento a partir de los funcionamientos y formas de las matemáticas (Cordero, 2007). Para esto se formulan epistemologías sobre las prácticas sociales que generan conocimiento matemático (Cantoral y Farfán, 2003).

El modelo del conocimiento que es utilizado por los sistemas educativos da mayor énfasis a los objetos matemáticos, esto se ve reflejado en los planes curriculares, y que aunque son importantes para el conocimiento, sólo se limita a entender a éste como algo que ya existe anterior a la experiencia de los grupos humanos, lo que influye a que en ocasiones no se le dé un sentido a este conocimiento, por esta razón no se debe dejar de lado las prácticas que fueron necesarias para la construcción de tal conocimiento (Cen, 2006). Esto se debe a que la matemática ha surgido de la creación del humano, de su propia actividad, su experiencia, por lo que es razonable considerar el aprendizaje del estudiante no desde un sentido memorístico, sino desde un sentido basado en argumentaciones, fundamentos, usos que permitan la construcción del conocimiento que logre en el estudiante que la adquisición de conocimiento tenga sentido, intención, una razón de ser, a diferencia de la típica enseñanza que en ocasiones lo único que provoca en los estudiantes es confusión y aversión hacia la matemática.

Esta investigación al igual que en Parra (2008), considera a la práctica social como la fuente de reorganización de la obra matemática y del rediseño del discurso matemático escolar (Cordero, 2007). Lo cual se lleva a cabo identificando las prácticas sociales que dan cuenta del conocimiento matemático, las cuales se reinterpretan para ser reproducidas en el sistema didáctico por medio de situaciones en donde dicha práctica se convierte en argumentación que reflejará que sí se ha generado conocimiento matemático en respuesta de la situación (Parra, 2008). Práctica social es considerada como las acciones de un grupo social que tiene significados propios e intención, ubicado en un contexto histórico o actual, que actúa de acuerdo con ideologías predominantes y utiliza a la matemática como herramienta para construir conocimiento (Cordero, 2001, citado en Cordero, Cen, Suárez, 2010).

La Socioepistemología ha hecho énfasis en los aspectos epistemológicos del conocimiento, esto es, en lo que permite que un conocimiento surja. De tal forma que estos indicadores pueden ser llevados al salón de clases, que considera para la construcción del conocimiento al humano como principal actor por medio del lenguaje de las herramientas, que en nuestro caso es el uso de las gráficas.

Como ya se mencionaba anteriormente, se considera al uso de las gráficas como generadoras de conocimiento, es decir, como una práctica social, pues con base en la reflexión de ellas, se pueden identificar componentes esenciales que permiten al estudiante hacer uso de su conocimiento, incorporando significados basados en su experiencia a los objetos matemáticos, que permitirán construcciones mentales que se reflejarán en sus argumentos alejados de formalismos que son igualmente válidos que los que se realizan con rigor (Parra, 2008).

Para lograr este objetivo, tal como menciona Cordero (2006), debemos ir conociendo los métodos del uso de las gráficas, comprenderlas de acuerdo a su funcionamiento y forma, al igual que sus resignificaciones a través de las actividades que generan las prácticas institucionales.

A la construcción del conocimiento matemático a través de su mismo uso donde se debate entre su funcionamiento y forma acorde a lo que organiza el grupo humano en un dominio distinto de la matemática (Parra, 2008), es lo que consideramos como resignificación.



La resignificación se presenta tanto en el uso del conocimiento como en lo que norma la práctica social, de manera opuesta al desarrollo conceptual del conocimiento. Los usos dependerán de la situación específica, por lo que se formula que la graficación tiene una función orgánica, que será el funcionamiento en la situación expresada en alguna forma (Cen, Cordero, Suarez, 2010). Como dependen de la situación viven en una relación dialéctica, los cuales debaten entre sus funcionamientos y formas de las gráficas (Cordero, 2008).

En Parra (2008) para favorecer un conocimiento funcional, se diseñó una situación didáctica que da cuenta de la importancia de los usos del conocimiento para resignificar la derivada en un dominio distinto al de la matemática, como es la Conservación de Masa en Mecánica de Fluidos, la cual es tratada con la epistemología del uso de las gráficas para establecer la variación de la acumulación del fluido, cuyo funcionamiento es establecer el comportamiento de la acumulación y la forma es por medio de establecer las diferencias de entrada y salida.

Es entonces, que el marco teórico de la socioepistemología incorpora de manera sistémica las cuatro componentes para la construcción social del conocimiento: su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza (Cantoral y Farfán, 2003)

4. MÉTODO

La investigación es de tipo cualitativa, la población que se estudiará son los estudiantes de la carrera de Ingeniería en Energía de la Universidad Politécnica de Zacatecas UPZ. Se retomará y realizarán los cambios pertinentes como implementar la herramienta tecnológica a la situación propuesta por Parra (2008) para resignificar la derivada en Mecánica de Fluidos y de esta manera favorecer un conocimiento funcional apoyándonos de la graficación como práctica social.

En una primera fase de la investigación, se retomarán los aspectos epistemológicos, didácticos y cognitivos para rediseñar la situación que Parra (2008) plantea, incorporando elementos tecnológicos para el modelado de las situaciones. Asimismo, se realizará un análisis *A priori* con las hipótesis de investigación que son las respuestas que se esperan de los estudiantes, en donde están implícitos los objetivos de las cinco situaciones cuyo objetivo es que el alumno establezca La Conservación de la Masa. Las situaciones consisten en trazar gráficas que represente el registro de la cantidad de agua acumulada con el objetivo de que se establezca la correspondencia entre las manipulaciones de las llaves con lo que sucede con el contenedor o volumen de control a través de las gráficas para que resignifique los puntos de inflexión, mínimos, máximos, el crecimiento o decrecimiento de una gráfica. Esto en cada una de las situaciones en las que se irán aplicando con la finalidad de que se resignifique la derivada en la conservación de masa.

Posteriormente se implementará la situación modificada, y durante la puesta en escena se utilizará una videgrabadora que almacene lo que realizaron los estudiantes de Ingeniería en Energía de la UPZ. Además se les darán las instrucciones necesarias, como el tiempo que tienen para resolver la actividad, entre otras (esta fase constituye la recolección de datos).

Después se hará el análisis *A posteriori* con las hipótesis de la investigación que consiste en las respuestas orales y escritas de los estudiantes durante la aplicación del diseño de la situación. Al final se realizará la confrontación de los análisis mencionados para validar el trabajo y establecer las conclusiones sobre lo que se cumplió o no de la hipótesis de la investigación.

5. REFLEXIONES

Las investigaciones reportadas en los antecedentes muestran epistemologías robustas de aspectos que tienen que ver con el uso de gráficas en situaciones en su mayoría experimentales, algunas con el uso de la tecnología. En particular nuestro estudio parte de la epistemología y diseño de situación propuesto por Parra (2008), una situación que si bien permite identificar y caracterizar los elementos que se ponen o deberían poner en juego, dejan las afirmaciones y argumentaciones de los alumnos participantes a un nivel de hipótesis, por lo que consideramos que la incorporación del software C-Imaz dará una perspectiva diferente a la situación propuesta, ya que esta tecnología permitirá a través de múltiples realizaciones la eventual prueba de las afirmaciones hechas.

6. REFERENCIAS

- Cantoral, R., Farfán, R. M. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6 (1), 27-40.
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa*, número especial, 83-102.
- Cantoral, R. y Mirón, H. (2000). Sobre el estatus de la noción de derivada: De la epistemología de Joseph Louis Lagrange, al diseño de una situación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3 (3), 265-292.
- Cen, C. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de Maestría. Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, Distrito Federal.
- Cordero, F. (2008). El uso de las Gráficas en el Discurso del Cálculo Escolar. Una visión Socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte iberoamericano*. (pp. 265-286). México DF, México: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Cordero, F., Cen, C., Suarez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: Una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13 (2), 187-214.
- Dolores, C. (1996). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada en el bachillerato*. Tesis doctoral. Ciudad de la Habana, Cuba.
- Lara, A. G. (2007). *Categoría de Uso Gráficas en los libros de texto de Mecánica de Fluidos*. Tesis de Maestría. Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, Distrito Federal.
- Mirón, H. (2000). *Naturaleza y posibilidades de aprendizaje en un ambiente tecnológico: una exploración de las relaciones f y f' en el bachillerato interactuando con calculadores gráficas*. Tesis doctoral, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.
- Parra, T. G. (2008). *El Uso de las gráficas en Ingeniería. Una resignificación de la derivada*. Tesis de Maestría. Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, Distrito Federal.



- Rosado, P. (2004). *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.
- Suárez, L. (2008). *Modelación-Graficación. Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico*. Tesis de Doctorado. Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, Distrito Federal.