

## ESTUDIO DE LA RELACIÓN ENTRE EL NIVEL DE RAZONAMIENTO CIENTÍFICO Y EL GRADO DE ABSTRACCIÓN DEL MODELO SITUACIONAL

Lidia Aurora Hernández Rebollar, Ana Laura Pérez Castro, Josip Slisko Ignjatov y José Antonio Juárez López

lhernan@fcfm.buap.mx, anita\_alpc@hotmail.com, jslisko@fcfm.buap.mx, jajul@fcfm.buap.mx

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Reporte de investigación

Modelación

Superior

### RESUMEN

Se reportan los resultados de una investigación inicial acerca de la relación entre el nivel de razonamiento científico, de acuerdo al puntaje en una prueba estandarizada conocida como “Prueba de Lawson”, y el grado de abstracción del modelo situacional que estudiantes de física y matemáticas construyen cuando resuelven un problema matemático en un contexto de física. La hipótesis que se desea probar es que los estudiantes con un nivel de razonamiento formal construyen un modelo situacional abstracto, mientras que los estudiantes con un nivel de razonamiento concreto construyen un modelo situacional realista. El estudio se aplicó a estudiantes de física y matemáticas del nivel superior y los datos recabados se analizan tanto cuantitativamente como cualitativamente.

**PALABRAS CLAVES:** Modelo situacional, Resolución de problemas, Razonamiento científico.

### INTRODUCCIÓN

Una de las áreas de la Educación Matemática que ha sido ampliamente investigada es la resolución de problemas matemáticos, desde la implementación de las estrategias generales propuestas por Polya, G. (1976) hasta el estudio de los procesos cognitivos que participan en esta actividad matemática. Las dificultades o los bloqueos, tanto conceptuales como emocionales de los estudiantes también han sido consideradas en múltiples investigaciones, ya que el desempeño de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos define el éxito o el fracaso de cada estrategia de enseñanza. Es por esto que, desde hace tiempo, se intenta tener información sobre las causas que afectan tal desempeño de los estudiantes para poder mejorarlo. En la opinión de Galbraith, P. y Stillman, G. (2006), las dificultades para los alumnos aumentan bastante cuando los problemas y sus soluciones implican un proceso de modelación matemática. Varios investigadores han planteado, tanto teórica como experimentalmente, que el proceso de modelación consiste de varias fases (Blum, W. and Ferri, R. B., 2009). La primera fase es la construcción de un modelo mental de la situación a la que se refiere el problema (modelo situacional), y es necesaria para la comprensión de un problema matemático y su posterior resolución (Borromeo Ferri, R. 2006).

Los resultados que se presentan en este reporte tienen que ver con la construcción del modelo situacional en la resolución de un problema matemático, en un contexto de física, que involucra

un tiro parabólico. El estudio forma parte de una investigación más amplia sobre la importancia del proceso de construcción del modelo situacional y sus dificultades. En este trabajo se desea estudiar la posible relación que existe entre el grado de abstracción del modelo situacional y el nivel de razonamiento científico (concreto, en transición o formal), al menos, en estudiantes de física y matemáticas. El modelo situacional se estudia a través de los dibujos que realizan los estudiantes acerca de la situación que plantea el problema. Los dibujos se clasifican de acuerdo a su grado de abstracción y, una vez categorizados, se estudia su relación con el puntaje, que los mismos estudiantes obtienen, en una prueba de razonamiento científico conocida como Prueba de Lawson (Lawson, A., 1995). La conjetura que deseamos comprobar es que, entre mayor sea el nivel de razonamiento científico de un estudiante de física y matemáticas, mayor será el grado de abstracción del modelo situacional que construye cuando resuelve un problema.

### MARCO TEÓRICO

En la resolución de un problema verbal de matemáticas o de física, que requiere de la modelación, consideramos que para el primer paso, la comprensión del problema (Polya, G. 1976), es indispensable la construcción del “modelo situacional” (MS), que, de acuerdo a Van Dijk, T. y Kintsch, W. (1983), es la imagen mental de la situación que el sujeto construye a partir de las relaciones entre la base textual y sus conocimientos previos. En este trabajo estamos considerando que el modelo situacional que construye un estudiante, cuando lee un problema de matemáticas o de física, puede ser, por lo menos parcialmente, conocido y analizado a través de los dibujos que éste realiza sobre la situación que plantea el problema. Lo anterior ya ha sido utilizado en investigaciones previas como en Hernández, Slisko y Benítez (2012). En esta ocasión, se observa el grado de abstracción de dichos dibujos, y se definen ciertas categorías que se explican más adelante.

Un estudio semejante es el que realizan Hegarty, M. y Kozhevnikov, M. (1999) en el cual observan las representaciones visuales espaciales a través de los dibujos que realizan los estudiantes y que clasifican en esquemáticos y pictóricos. Al estudiar la correlación de esta categorización con el desempeño en la resolución de un problema matemático, dichas investigadoras obtienen que quienes usan representaciones esquemáticas tienen un mejor desempeño que quienes usan representaciones pictóricas. En la investigación que se presenta ahora, la relación que se estudia es entre el grado de abstracción del modelo situacional y el puntaje en la prueba de Lawson que determina el nivel del razonamiento científico. Esta prueba se basa en la taxonomía de Piaget, y fue diseñada por Lawson, A. (1995). Consta de 12 preguntas, con respuesta de opción múltiple, que requieren de diferentes tipos de razonamiento científico y deben de ser justificadas. Este test ya ha sido validado para su uso en el aula (Coletta, V. et al, 2005; Lawson, A. 1995). De acuerdo al puntaje logrado en esta prueba, se obtiene la clasificación siguiente: los alumnos que obtienen un puntaje de 0 a 4 tienen un razonamiento concreto, los que obtienen un puntaje de 5 a 8 se encuentran en la etapa de transición y, por último, aquellos alumnos cuyo puntaje está entre 9 y 12 tienen un razonamiento científico formal.

### MÉTODO

Este es un estudio de tipo mixto cuyo objetivo es estudiar la posible relación entre el nivel de razonamiento científico, determinado a través de los puntajes en la prueba de Lawson, y el tipo de modelo situacional de un problema de física, clasificado según el grado de abstracción del dibujo que realiza quien resuelve el problema.

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

En primer lugar, se estudia la relación de las variables mencionadas mediante las gráficas de las mismas. En segundo lugar, se analizan algunos de los dibujos realizados por los alumnos. Previo a estos dos momentos, se describen la muestra, los instrumentos de recolección de datos, y la categorización de los mismos.

El problema de física que se aplicó se puede resolver con el contenido de la materia Mecánica 1. Su formulación se presentará más adelante. La muestra constó de 34 estudiantes del 2do. semestre de las carreras de física y matemáticas de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP. Los estudiantes resolvieron el problema mencionado y la prueba de Lawson dentro del horario de clases cuando cursaban la materia Mecánica 2, en el semestre de primavera 2013.

El primer instrumento de investigación consta del problema y de 2 preguntas que se pueden resolver con la ayuda de las ecuaciones de tiro parabólico y algunos conocimientos básicos de trigonometría. El segundo instrumento fue la Prueba de Lawson. A continuación se presentan el problema y las preguntas del primer instrumento.

*Un chico golpea una pelota contra la portería con una velocidad inicial de 13 m/s y con un ángulo de  $45^\circ$  respecto del campo; la portería se encuentra a 13 m. Determinar:*

a) *¿Qué tiempo transcurre desde que dispara hasta que la pelota llega a la portería?*  
b) *¿Entra la pelota a la portería?, ¿por qué?*

c) *Antes de resolver el problema realiza un dibujo que te ayude a resolverlo.*

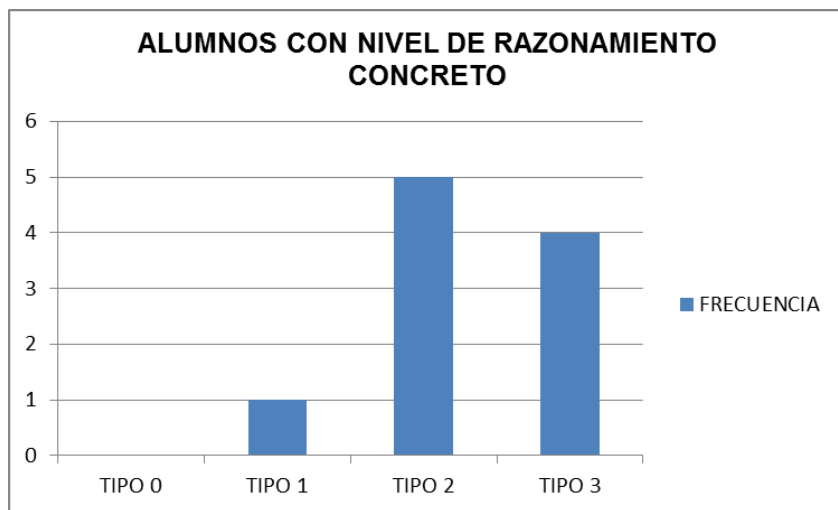
Los dibujos realizados por los estudiantes se clasificaron de acuerdo a su grado de abstracción como se describe en la Tabla 1.

Tipo de dibujo	Descripción
0	Contiene solo elementos realistas de la situación como, cancha, balón, niño y portería. Además, estos pueden estar detallados.
1	Es un dibujo mezclado en el que aparecen más elementos realistas que matemáticos.
2	Es un dibujo mezclado en el que aparecen más elementos matemáticos que realistas.
3	Es un dibujo abstracto de la situación en el que no aparece ningún elemento realista. Éste puede ser un triángulo con los datos del problema o un esquema con el ángulo, la trayectoria del balón y la distancia.

**Tabla 1.** Clasificación de los dibujos de acuerdo a su grado de abstracción.

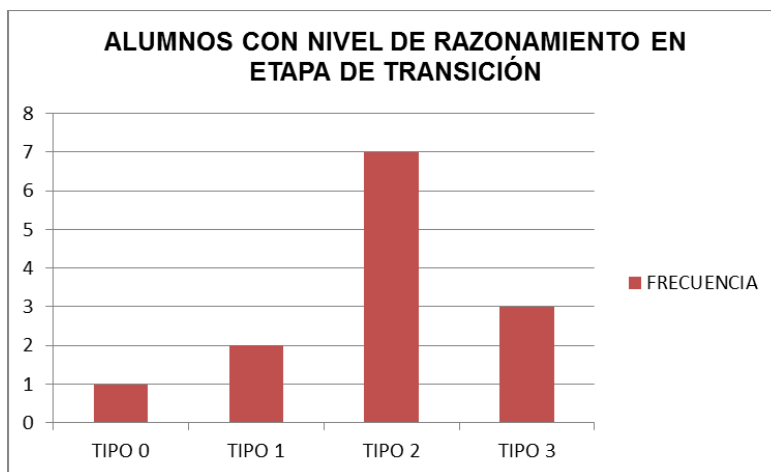
### RESULTADOS

El primer análisis de los resultados se realiza observando la cantidad de dibujos de cada tipo en cada uno de los niveles de razonamiento científico. Recordemos que el nivel de razonamiento científico se divide en 3 niveles, concreto, en transición y formal, y los dibujos se consideran de 4 tipos, tal y como se definieron en la Tabla 1.



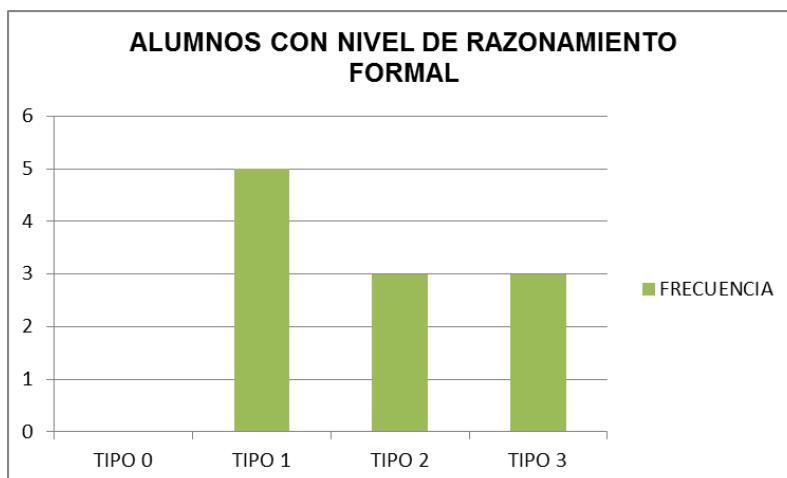
**Gráfica 1.** Tipos de dibujo realizados por alumnos con nivel de razonamiento concreto.

En la Gráfica 1 podemos observar que 10 alumnos se encuentran en el nivel de razonamiento científico concreto, y que de éstos, 4 realizan un dibujo Tipo 3, 5 hacen un dibujo Tipo 2, un alumno realiza un dibujo Tipo 1. Ningún alumno realiza un dibujo Tipo 0. Como es posible notar, la mayoría de los alumnos que en la prueba de Lawson tienen un puntaje bajo realizan un dibujo Tipo 2 o 3, es decir, realizan dibujos que tienen más elementos matemáticos que elementos realistas.



**Gráfica 2:** Tipos de dibujo realizados por los estudiantes de razonamiento científico en transición.

En la Gráfica 2 podemos observar que 13 alumnos se encuentran en la etapa de transición, y que de éstos, 3 realizan un dibujo Tipo 3, 7 realizan un dibujo Tipo 2, 2 realizan un dibujo Tipo 1, y uno más realiza un dibujo Tipo 0. Lo anterior significa que más de la mitad de los alumnos que se encuentran en etapa de transición (53%) realizan dibujos Tipo 2, es decir, realizan dibujos mezclados, pero con más elementos matemáticos que realistas. Además, se observa que la mayoría de estos alumnos (76%) realizan dibujos Tipo 2 o 3.



**Gráfica 3.** Tipos de dibujo realizados por los estudiantes de razonamiento científico formal.

Como podemos observar en la Gráfica 3, 11 alumnos tienen un nivel de razonamiento formal, y de éstos, 3 realizan dibujos Tipo 3, 3 realizan dibujos Tipo 2 y 5 realizan dibujos Tipo 1. Ningún estudiante realiza un dibujo Tipo 0. Lo anterior significa que los alumnos que en la prueba de Lawson tienen un puntaje alto realizan, en su mayoría (72%), dibujos Tipo 1 o 2, y solo algunos (27%) de Tipo 3. Es decir, estos estudiantes hicieron en su mayoría dibujos mezclados pero con más elementos realistas que abstractos.

Observando los 3 grupos de alumnos, los que presentan un nivel de razonamiento concreto son los que realizan el mayor número de dibujos con más elementos abstractos que realistas, lo cual es contrario a lo que se esperaba. Mientras que en este grupo, el 90% hace un dibujo con grado de abstracción alto, se tiene que, en el grupo de los estudiantes con nivel de razonamiento formal, apenas un 54% hace este tipo de dibujo (Tipo 2 o 3). De tal manera, la hipótesis de que los estudiantes con un nivel de razonamiento formal harían más dibujos abstractos que los de nivel concreto no se cumple, los datos muestran que los estudiantes con pensamiento concreto utilizaron más elementos matemáticos que realistas en sus dibujos y por tanto, un grado de abstracción mayor.

Considerando ahora al total de los alumnos, encontramos que el tipo de dibujo que prevalece es el Tipo 2, pues el 44% de los alumnos hacen este tipo de dibujo, mientras que solo el 29% realiza un dibujo Tipo 3. Lo anterior significa que, la gran mayoría de los alumnos (73%), utiliza dibujos con elementos matemáticos más que con elementos realistas. En general, los dibujos de estos alumnos están mezclados pero con mayor presencia de elementos matemáticos.

Enseguida analizaremos algunos de los dibujos realizados por estos estudiantes.

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

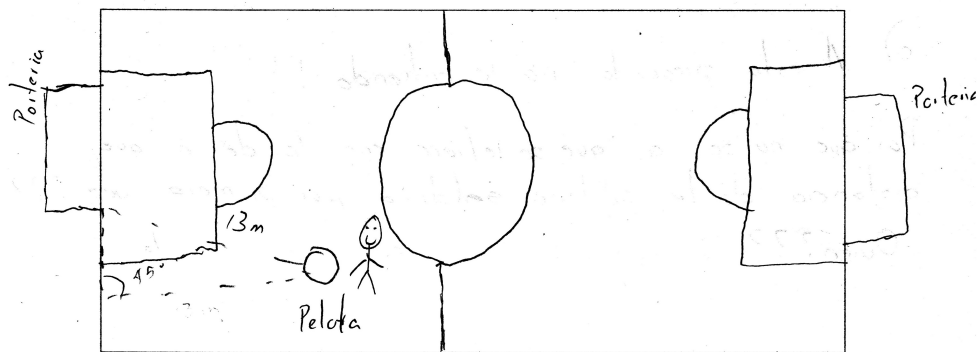


Imagen 1. Dibujo Tipo 0

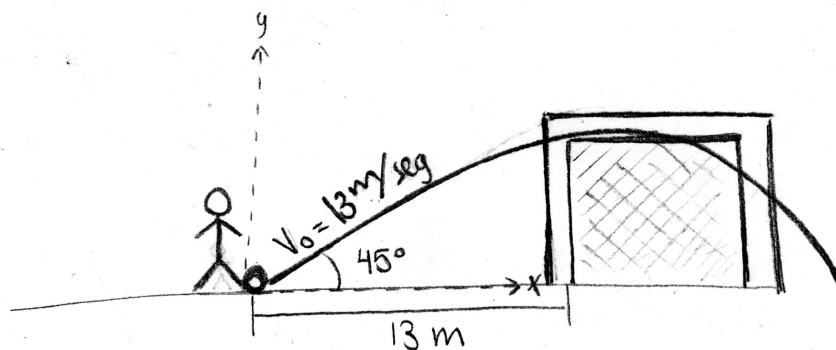


Imagen 2. Dibujo Tipo 2

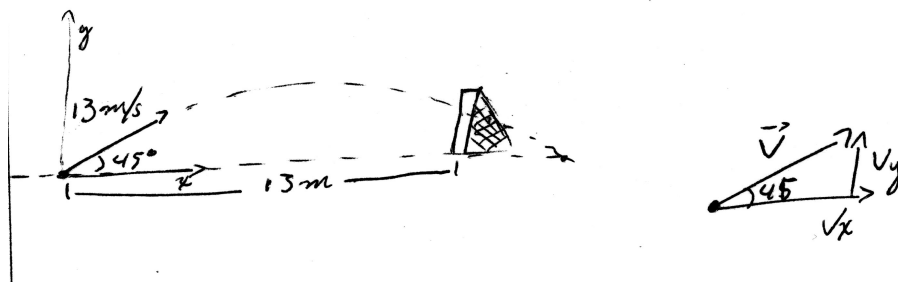


Imagen 3. Dibujo Tipo 3

En la Imagen 1 se presenta un dibujo Tipo 0 realizado por un estudiante con nivel de razonamiento en transición. Observamos que es completamente realista, es decir, en su modelo de la situación no consideró elementos matemáticos, inclusive aparece la cancha de futbol completa.

En la Imagen 2 se presenta un dibujo Tipo 2. Este es el tipo de dibujo que predomina en estos estudiantes, en él están mezclados tanto elementos realistas de la situación como elementos matemáticos. Los dibujos Tipo 1 son muy semejantes al Tipo 2, como el que se presenta en esta

imagen, la diferencia entre ellos es, por ejemplo, que en los Tipo 1 no aparecen los ejes o algún otro elemento matemático propio del problema, además de que contienen más detalles en el niño, la pelota o la portería.

En la Imagen 3 se presentan dos dibujos realizados por el mismo estudiante. El primero es mezclado y el segundo es abstracto. Este estudiante permite observar el proceso que siguió en la construcción del modelo de la situación, primero con algunos elementos realistas (como la portería con red) y después la abstracción de la situación. Los dibujos similares al segundo dibujo de este alumno son los que se consideraron de Tipo 3 y que fueron realizados más por los estudiantes de pensamiento concreto que los de pensamiento formal.

### CONCLUSIONES

En este trabajo se pudieron clasificar los dibujos de los estudiantes encuestados, de acuerdo a su grado de abstracción y se consideró que estos dibujos representaban el modelo de la situación que los estudiantes construyeron cuando leyeron el problema. La hipótesis de que los estudiantes con un nivel de razonamiento científico formal (Lawson, A., 1995) realizarían más dibujos abstractos de la situación que los de nivel de razonamiento concreto no se pudo comprobar, inesperadamente, fueron los de pensamiento concreto los que realizaron dibujos con un grado mayor de abstracción. Debido al tamaño de la muestra, no fue posible realizar una prueba estadística confiable. Sin embargo, observamos que, en este grupo, la gran mayoría logra construir un modelo situacional con un grado de abstracción alto, independientemente de su puntaje en la prueba de Lawson, por lo que consideramos que estos alumnos ya están acostumbrados a este tipo de problemas de física en los que trazar un diagrama o un esquema es muy importante para su resolución.

Para llevar a cabo un estudio de correlación estadístico requerimos aumentar la muestra y para obtener mayor información sobre el proceso de construcción del modelo de la situación es necesario diseñar otro instrumento de recolección de los datos, de tal manera que nos permita conocer si, y qué tanto, los estudiantes distinguen entre el modelo de la situación y el modelo matemático necesario para la solución del problema. No sobra destacar que tal diferencia no se enfatiza en los libros de texto de física y matemáticas. Al contrario, comúnmente el modelo de la situación y el modelo matemático se presentan mezclados. Por ahora, el análisis inicial de los dibujos nos indica que la búsqueda de mayor conocimiento sobre el proceso de construcción del modelo situacional es una línea de investigación interesante que genera algunos resultados sorprendentes. La caracterización de los estudiantes de acuerdo a su nivel de razonamiento científico aporta información valiosa para el diseño de las actividades didácticas, en particular en la resolución de problemas y para la guía que el profesor les pueda brindar.

Aunque este estudio se llevó a cabo con estudiantes de física y matemáticas de nivel superior, consideramos que los resultados podrían extenderse a estudiantes de otros niveles cuando trabajan en la resolución de problemas verbales de matemáticas o de física.

### REFERENCIAS

- Blum, W., and Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, vol. 38 (2).

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

- Coletta, V. P., & Phillips, J. A. (2005). Interpreting FCI scores: Normalized gain, preinstruction scores, and scientific reasoning ability. *American Journal of Physics*, 73(12), 1172-1182.
- Galbraith, P. and Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 143-162.
- Hegarty, M. and Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91 (4).
- Hernández L., Slisko, J. y Benítez L.D (2012). El desempeño de los estudiantes en un problema cuya solución debería ser un número negativo: la influencia del contexto, del lenguaje y del dato sobrante. En Flores, R. (Ed). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 25, 95-104. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Lawson, A. E. (1995). *Science teaching and the development of thinking* (pp. 6-19). Belmont, CA: Wadsworth.
- Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. México, Editorial Trillas.
- Van Dijk y Kintsch (1983) *Strategies of discourse comprehension*, *Monograph Series*, New York, Academic Press. Recuperado el 23 de marzo de 2013 de: <http://www.discourses.org/OldBooks/Teun%20A%20van%20Dijk%20%26%20Walter%20Kintsch%20-%20Strategies%20of%20Discourse%20Comprehension.pdf>