

EVIDENCIAS DE LA DIVERGENCIA ENTRE LA VISUALIZACIÓN Y EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO.

Ayala, C. ^a, Lobos, C. ^b, Ortiz, E. ^c, Parra, Y. ^d

^aUniversidad San Sebastián;
camilo.ayala.bravo@gmail.com^a, yocelyn.parra@uss.cl^{ab}

Resumen

El presente estudio tiene por objetivo exponer las principales problemáticas que intervienen en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje asociados a la geometría elemental. Apoyados por la literatura y a través de un cuestionario de tres preguntas; se pondrá en evidencia cómo estudiantes de 8° básico han ido construyendo sus conocimientos geométricos en base a aprendizajes memorísticos y desconexos; lo que presenta un gran obstáculo en el posterior proceso de desarrollo y apropiación de habilidades como la visualización, razonamiento y justificación. Con base en las respuestas obtenidas identificamos que la noción de ciertos elementos principales de la geometría están construidas por apreciaciones visuales más que por características y/o representaciones conceptuales.

Palabras clave: visualización, justificación, razonamiento, geometría.

INTRODUCCIÓN

La Geometría ha evolucionado significativamente desde Euclides hasta Gauss. No es de extrañar que con la aparición de las matemáticas modernas su enseñanza se haya redireccionado priorizando el aprendizaje de habilidades algebraicas, mecánicas y memorísticas (Abrate, Delgado & Pochulu, 2006).

Diversas son las investigaciones donde se evidencia que en la educación formal, los contenidos de geometría son presentados como el producto acabado de la actividad matemática. La enseñanza tradicional ha enfatizado la memorización de fórmulas y definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas. (Gamboa & Ballester, 2010, p.127). De la misma manera los profesores han priorizado la enseñanza de la matemática en otras áreas y han desplazado los contenidos de geometría hacia el final de los cursos, lo que implica, en variados casos, la exclusión de estos tópicos o su atención de manera superficial. La enseñanza de la geometría desde este enfoque ha sido considerada como una disciplina difícil y sin utilidad para la mayoría de los estudiantes (Abrante, et al., 2006). El propósito de este estudio es evidenciar; cómo estudiantes de octavo básico se enfrentan a la resolución de problemas que requieren de visualización, argumentación y justificación.

ANTECEDENTES.

En la actividad matemática no solo se evidencian dificultades en la resolución de tareas que involucran conceptos propios de la geometría. Barrantes (2004) establece que en las últimas décadas la enseñanza de la geometría se ha visto caracterizada por una fuerte tendencia a la memorización de conceptos y propiedades que muchas veces se basan en conceptos previos, y la resolución automática de problemas en los que se tratan aspectos más bien aritméticos.

Por su parte Bález e Iglesias (2007) señalan que, la enseñanza y aprendizaje de la geometría presenta dificultades, debido a que los profesores pueden o no abordar todos los contenidos geométricos contemplados en los programas de estudio. Para el caso en que sí se desarrollan, se enfatiza el uso de fórmulas y el cálculo de áreas, no fortaleciendo la apropiación de habilidades como la visualización, el razonamiento y la justificación. Torregosa y Quezada (2007), definen la visualización al proceso o acción de transferencia de un dibujo a una imagen mental de un objeto o viceversa. Una acción de visualización se presenta cuando se expone un dibujo geométrico estático, para el cual se requiere establecer relaciones o identificar algunas propiedades que permitan conocer, con mayor profundidad, aquel dibujo. Esta habilidad de visualización es fundamental para el aprendizaje de la geometría como lo señala Hernández y Villalba (2001) al determinar que la geometría es una manera de pensar y entender, es decir una forma de razonamiento deductivo al relacionar un ejemplo y un modelo.

Según lo señalado por Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta (2004) la importancia de la geometría radica fundamentalmente en el proceso de razonamiento que puede llevar a cabo un estudiante. Aunque la dificultad en la enseñanza de la geometría se suscita en la transición de la descripción de figuras a un proceso formal, basado en razonamientos y argumentación.

Elementos teóricos y metodológicos

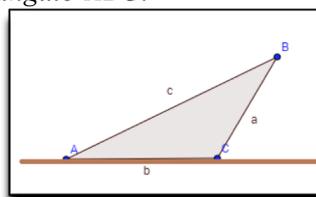
El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Más aún, para lograr un aprendizaje significativo es necesario construir una interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido y, a su vez, las habilidades visuales deben ser guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia (Castiblanco et al., 2004).

Duval, (1995) distingue cuatro tipos de aprehensión figural en el registro de visualización geométrica: la *Aprehensión Perceptual* refiere al reconocimiento y nombramiento de figuras geométricas, en diferentes lugares y orientación; *Aprehensión Operatoria* centrada sobre las modificaciones posibles de una figura de partida y por consiguiente sobre las reorganizaciones perceptivas que estas modificaciones introducen para resolver un problema; *Aprehensión Discursiva* de una figura privilegia exclusivamente el estatus que el enunciado concede a sus proposiciones. Por tanto, se debe tener en cuenta que las figuras por si mismas no constituyen un registro de tratamiento autónomo, es decir, no basta con un simple reconocimiento perceptivo en ellas para asignarle propiedades particulares (Marmolejo, 2010 p.18); *Aprehensión Secuencial* se requiere siempre que haya que construir una cifra o describir su construcción.

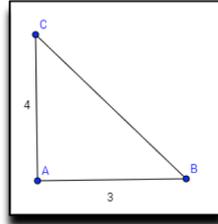
Este trabajo se trata de un estudio exploratorio, que indaga en tres estudiantes de 7° y 8° básico su actividad matemática cuando se enfrentan a tareas que involucran en su diseño el uso de las aprehensiones de tipo perceptiva, secuencial y discursiva

El estudio se apoya de un cuestionario formado por tres preguntas. A cada estudiante se le facilitan todos los instrumentos geométricos que han de permitir dar respuesta a las tareas planteadas.

1. Construya si es posible, un triángulo con segmentos de medidas 3, 4 y 7 centímetros.
2. Determine la altura del siguiente triángulo ABC:



3. Observe la siguiente figura:



¿Cuál es la medida del segmento \overline{CB} ? Justifique su respuesta.

Levantamiento de conjeturas

Previo a la aplicación de los reactivos se levantaron conjeturas respecto de las respuestas que podrían emerger, las cuales luego se contrastaron con las producciones estudiantiles que se obtuvieron en la fase de aplicación del instrumento.

En la pregunta 1, se estima que los estudiantes tendrán dificultades en la construcción del triángulo, posiblemente su construcción se apoyará de dibujos arbitrarios que ignorarán la propiedad de desigualdad triangular.

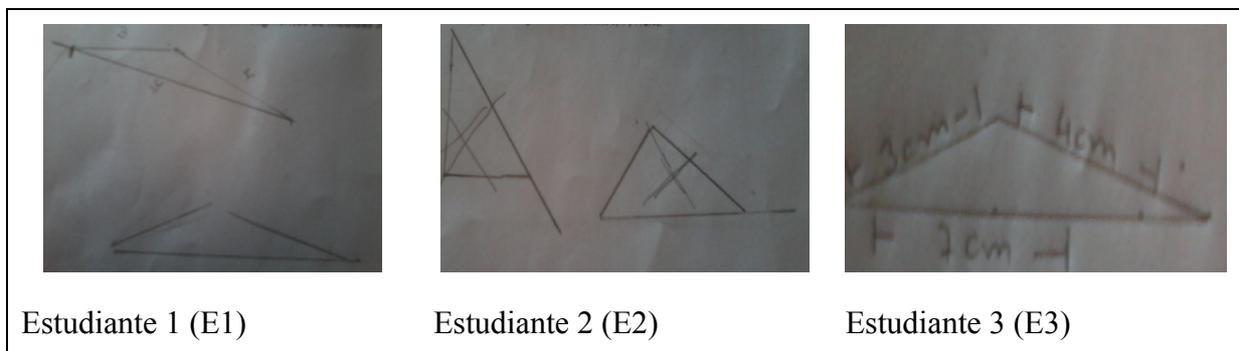
Por otro lado en la pregunta 2 dada la peculiaridad de la figura, se espera que los estudiantes tengan dificultades para dar respuesta a lo planteado considerando la altura del triángulo como el segmento desde el punto medio del segmento \overline{AC} al punto B. Lo cual es incorrecto.

Finalmente para la pregunta 3, se prevé que dada la representación de la figura, los estudiantes utilicen el teorema de Pitágoras asumiendo que el ángulo $\angle BAC$ es recto, aun cuando no se explicita en la tarea que la figura corresponde a un triángulo rectángulo.

RESULTADOS

A continuación se presentan las respuestas obtenidas posterior a la aplicación de los reactivos y se realiza una breve interpretación de los mismos. Cabe destacar que estas respuestas no necesariamente concuerdan con las conjeturas anteriormente planteadas.

Para el caso de la pregunta 1: Todos los estudiantes realizan la construcción del triángulo a pesar de que por propiedad de desigualdad triangular no es posible su construcción.



Estudiante 1 (E1)

Estudiante 2 (E2)

Estudiante 3 (E3)

Figura 1: Respuestas Estudiantes Pregunta 1

En la pregunta número 2, El estudiante (E1) señaló la altura del triángulo por simple observación el segmento perpendicular desde el punto medio, del segmento \overline{AC} , hasta el segmento \overline{AB} . Por otro

lado, el estudiante (E2) se acerca a una respuesta correcta, sin embargo no establece las condiciones propias de la definición de altura para un triángulo (perpendicularidad y punto medio). Finalmente, (E3) señaló la altura del triángulo como el segmento comprendido desde un eventual punto medio de \overline{AC} al punto B lo que coincide con la conjetura señalada.

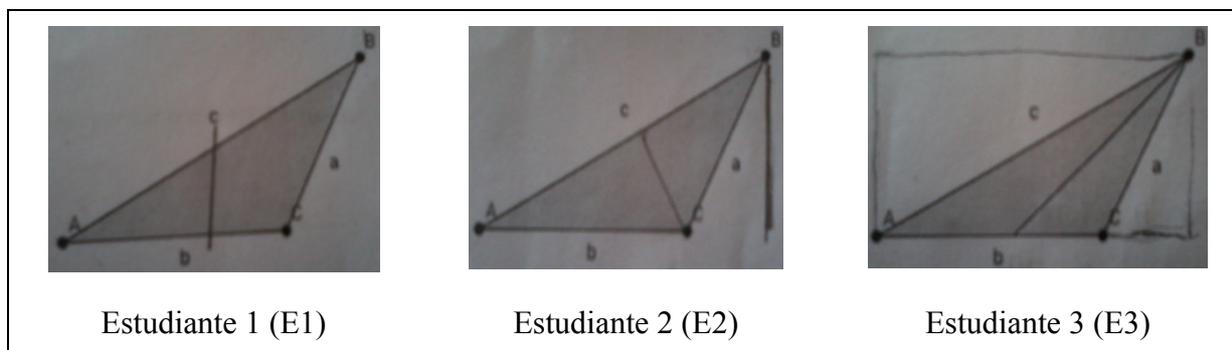


Figura 2: Respuestas Estudiantes Pregunta 2

Para el caso de la pregunta 3 se describen los procedimientos realizados por cada uno de los estudiantes: El estudiante (E1) –Mide el segmento \overline{CB} utilizando una regla métrica, obteniendo como resultado 5,2 cm.– En el caso del estudiante (E2)–solo escribe el número 5 como respuesta a la pregunta planteada– Finalmente el estudiante (E3)–utiliza el teorema de Pitágoras para determinar la medida del segmento \overline{CB} –.

CONSIDERACIONES FINALES

Luego de analizar y contrastar las respuestas de los estudiantes con los antecedentes teóricos y nuestras conjeturas, podemos concluir que respecto a la pregunta 1, los estudiantes logran identificar atributos físicos de la figura geométrica planteada, sin embargo, desconocen las propiedades matemáticas asociadas a ella, en este caso se desconoce que la construcción de un triángulo está dotada de propiedades.

Por otro lado, en la pregunta número 2 los estudiantes presentaron dificultades para determinar la altura del triángulo, esto debido a la peculiaridad del ejemplo dado. Evidentemente los estudiantes no están familiarizados con este tipo de representaciones figurales, sin embargo existen aproximaciones que evidencian un acercamiento a la noción de altura de un triángulo.

Con respecto a la pregunta número 3 cada estudiante establece una estrategia para responder a la problemática planteada. Se presume que los estudiantes (E2) y (E3) asumen visual y perceptivamente que el triángulo dado corresponde a un triángulo rectángulo. Esto se evidencia en las respuestas dadas pues ninguno de ellos realiza una verificación del tipo de triángulo presentado y proporcionan respuestas a partir de procesos memorísticos más que comprensivos. Esta situación se condice con lo propuesto por Báez e Iglesias (2007) quienes señalan que la actividad matemática enfatiza el uso de fórmulas y no el de apropiación de habilidades de visualización, argumentación y justificación.

Con base en lo descrito anteriormente, es necesario fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría, a través de problemáticas que involucren en su diseño aspectos que le permitan al estudiante transitar por todos los tipos de aprehensiones figurales, además de propiciar análisis de propiedades, de regularidades y formulación de conjeturas para avanzar hacia una comprensión y sentido de los procesos de justificación.

Referencias

- Abrate, R., Delgado, G. & Pochulu, M. (2006). *Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática*. *Revista Iberoamericana de Educación*.
- Baez, R. & Iglesias, M. (2007). *Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL "El Mácaro"*. *Enseñanza de la Matemática*, 12-16, Número extraordinario, 67-87.
- Barrantes, M. (2004) *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para Maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. (Tesis doctoral)*. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas, Facultad de Educación, Universidad de Extremadura. España.
- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. y Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Enlace Editores Ltda.
- Gamboa, R. & Ballesteros, E. (2010). *LA enseñanza y aprendizaje de la geometría secundaria, la perspectiva de los estudiantes*. *Revista Electrónica Educare*, 14(2), p.125-142.
- Hernández, V. & Villalba, M. (2001). *Perspectivas en la Enseñanza de la geometría para el siglo XXI. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON. Traducción del documento original*.
- Marmolejo, G. 2010. *La visualización en los primeros ciclos de la educación básica. Posibilidades y complejidad*. *Revista Sigma*, 10(2), p. 10-26.
- Mineduc. (2011a). *Programa de Estudio para Octavo Año Básico Unidad de Curriculum y Evaluación*. Santiago de Chile. doi :978-956-292-342-2.
- Torregosa, G. & Quezada, H. (2007). *Coordinación de procesos cognitivos en Geometría*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(2), 275-300.