

## ¿LA MODELACIÓN SIRVE COMO HERRAMIENTA PARA ESTABLECER COMPORTAMIENTOS DE GRÁFICOS SENOSOIDALES MODULADOS POR EXPONENCIALES?

Francisco Jofré Vidal, Carolina Wa Kay Galarza, Jaime Arrieta Vera

francisco.jofre@usach.cl, carolina.wakay@usach.cl, jaime.arrieta@gmail.com

Universidad de Santiago de Chile, Chile. Universidad Autónoma de Guerrero, México

Reporte de investigación

Modelación y aplicaciones y matemática en contexto

Medio – Superior

### RESUMEN

Este trabajo pretende como objetivo responder a la interrogante planteada, y es que si la modelación sirve como herramienta para establecer comportamientos de gráficos senosoidales modulados por exponenciales. Se monta un arreglo experimental donde se filma el móvil y a partir de los datos recogidos con el software Tracker se ajustan gráficamente con el software LDM. Interesa analizar argumentos, herramientas y procedimientos de los estudiantes con la intención de establecer la modelación como herramienta para visualizar gráficos senosoidales y ver como paso a paso la modelación les abre paso al objetivo planeado.

La metodología de esta investigación es la ingeniería didáctica y la perspectiva teórica en que sustentamos nuestro trabajo es la socioepistemología. Este punto es tratado de un punto de vista socioepistemológico por Montiel, que establece en su tesis doctoral (Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica, 2005), un análisis histórico de corte socioepistemológico, identificando tres prácticas de referencia que considera fundamentales, las cuales son “la matematización de la astronomía, la matematización de la física y la matematización de la transferencia del calor”, donde cita lo siguiente:

“Todas ellas reguladas por las prácticas sociales de anticipación, predicción y formalización, respectivamente. Llamaremos a estos tres momentos de construcción social de la función trigonométrica, de donde reconocemos dos cambios en el paradigma que rige la actividad matemática y que son necesarios para estudiar el movimiento y la transferencia de calor...” (Montiel 2005, página 104).

De esto, y para el fenómeno que se analiza y se modela, se desprende el punto a estudiar con respecto al movimiento (la matematización de la física), buscando que los estudiantes anticipen, predigan y formalicen la función trigonométrica presente.

### LA MODELACIÓN COMO PRÁCTICA

Entendemos la modelación como una práctica recurrente de diversas comunidades. La modelación es una práctica que articula dos entidades con la intención de intervenir en una, llamada el modelo, a partir de la otra, llamada lo modelado. La primera fase de la modelación es la interacción con el fenómeno o la experimentación en sentido amplio. Aquí es donde se pretende impactar a los participantes de este taller, para que a través de la modelación logren identificar comportamientos de gráficas senosoidales mediante un experimento o fenómeno.

## LA EXPERIMENTACIÓN Y LA TOMA DE DATOS

El fenómeno a modelar es la trayectoria que sigue una masa atada a una cuerda enrollándose en un poste al girar hasta que se detiene por completo. Así, el móvil sigue una trayectoria en espiral con una velocidad acelerada. Se coloca una video-cámara encima del plano tomando que sirve para tomar los datos necesarios que necesita el experimento. Este video es guardado y luego se exporta para analizarlo con el software Tracker.

Una de las múltiples opciones de este programa, es que permite graficar diversas gráficas, y la que muestra la figura corresponde a la posición versus el tiempo que demora en enrollarse y detenerse la masa que gira alrededor del poste. Al lado izquierdo de la imagen se puede ver el movimiento que realiza esta masa con el rastro que tiene el programa, el cual se obtiene estableciendo cierta cantidad de “pausas” en cierto tiempo (todo configurable, para que así se pueda identificar la gráfica con las variables que haya elegido el usuario).

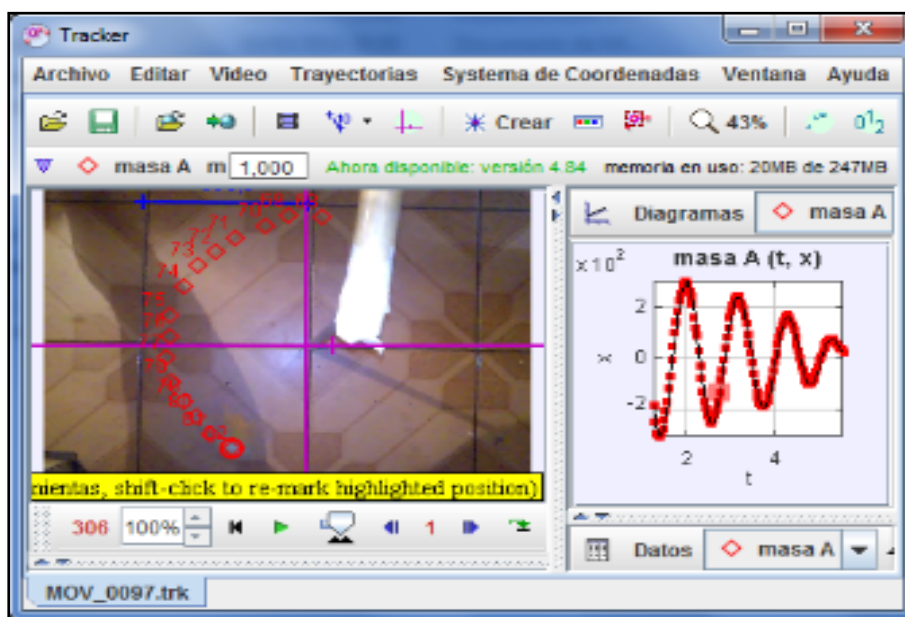


Figura 1. Móvil siguiendo trayectoria espiral

## LA PREDICCIÓN Y LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS

En una segunda fase los actores predicen los posibles modelos gráficos. Argumentan al respecto y posterior al consenso verifican sus resultados con las producciones que entrega el Tracker. Los modelos gráficos a construir son los modelos posición horizontal con respecto al tiempo  $x - t$ , los modelos velocidad vertical y horizontal con respecto al tiempo ( $v_x - t, v_y - t$ ), los modelos aceleración horizontal y vertical con respecto del tiempo ( $a_x - t, a_y - t$ ), los modelos clásicos  $x - y, v_x - x, v_y - y, a_x - x, a_y - y$ .

Todas estas variantes son graficadas de manera sencilla con el Tracker, y empiezan a ver cuál se ajusta al de la figura y así identificar el modelo senosoidal en una primera aproximación, una vez que dan con el o los gráficos, lo llevan al LDM. Los diferentes modelos analíticos a construir son elaborados mediante el software LDM que ajusta datos numéricos por el método gráfico.

## LA PUESTA EN ESCENA

En la puesta de escena del diseño han participado estudiantes de pedagogía en matemática de último año de la Universidad de Santiago de Chile y se desarrolló en 2 sesiones de 4 horas pedagógicas. Se video-grabó y se recogieron las producciones digitales de los actores para analizar los argumentos que esgrimen, las herramientas que utilizan y los procedimientos que siguen.

En esta instancia se motivó a la discusión, a compartir ideas y poder generar de forma completa y dinámica esta experiencia.

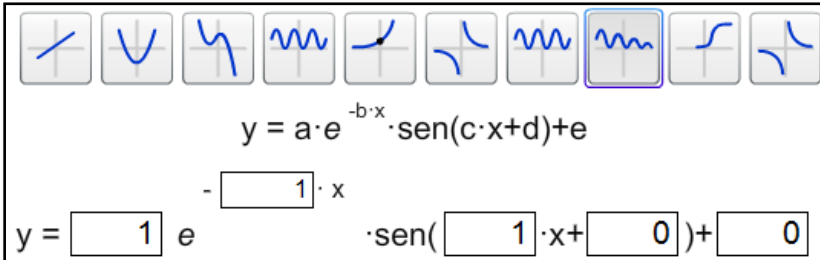
## ANÁLISIS DE LAS EVIDENCIAS

En este resumen solo nos referiremos a los procedimientos que utilizan los actores para modelar gráficamente la posición horizontal con respecto del tiempo  $x$  versus  $y$ . A este procedimiento le hemos llamado la modulación de la amplitud de modelos senosoidales, en este caso por un modelo exponencial.

Se importan los datos numéricos al LDM para ajustarlo gráficamente. Los actores reconocen el modelo senoidal pero con la amplitud decreciendo. Una de las opciones gráficas del menú del LDM es la senoidal modulada por un decrecimiento exponencial, que se muestra en la figura 2. Esta opción es la que los actores eligen debido a las características de la gráfica de los datos experimentales. Los actores modificando los parámetros del modelo montan la curva a la nube de datos, lo que se aprecia en la figura 3.

## LOS PROCEDIMIENTOS DE MODULACIÓN DE LA AMPLITUD DE LOS MODELOS SENOSOIDALES

Identifican que el parámetro “ $a$ ” corresponde a la amplitud de la onda inicial. El parámetro “ $b$ ” se relaciona con la exponencial, definiendo si se va amortiguando o no la onda (dependiendo del signo) y define, a su vez, la velocidad de amortiguamiento.



$$y = a \cdot e^{-b \cdot x} \cdot \text{sen}(c \cdot x + d) + e$$

$$y = \boxed{1} e^{-\boxed{1} \cdot x} \cdot \text{sen}(\boxed{1} \cdot x + \boxed{0}) + \boxed{0}$$

Figura 2, senoidal modulada por exponencial

El parámetro “ $c$ ” determina la frecuencia de la onda, mientras el parámetro “ $d$ ” corresponde al desplazamiento horizontal del modelo; y que el parámetro “ $e$ ” al desplazamiento vertical de modelo.

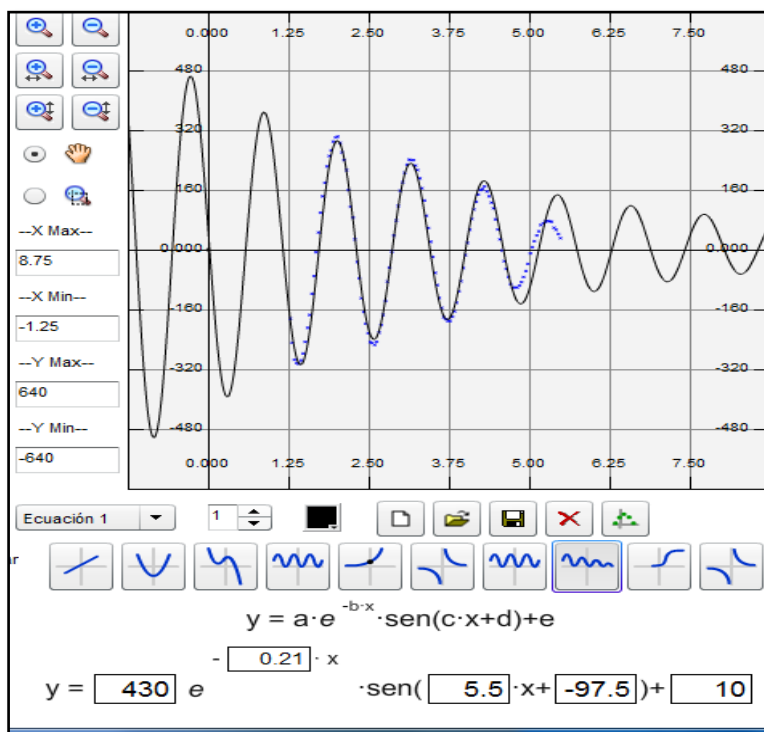


Figura 3, curva ajustada a datos experimentales

Así es que los actores articulan los parámetros del modelo analítico con los parámetros del modelo gráfico. La articulación de los parámetros del modelo con los del fenómeno se realizan mediante la discusión de predicción acerca de como sería el fenómeno si se modifican los parámetros del modelo y viceversa.

## CONCLUSIONES

El proceso de modelación promovió la investigación y la reflexión crítica por parte de los estudiantes, además de la realización de conjeturas, y la confrontación de distintas perspectivas. En este punto es donde el trabajo de la modelación surge efecto y logra establecer en los estudiantes cómo se comporta un tipo de gráfico senosoidal modulado por una exponencial, fenómeno que es escaso de visualizar en algunas ocasiones si no se establecen las relaciones de variables necesarias (en este caso la de posición versus tiempo).

La experiencia estableció de manera clara que la modelación si logró el objetivo planteado al inicio de la experiencia con los participantes.

## BIBLIOGRAFÍA

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de la modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doctoral no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

Montiel, G (2005). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis doctoral. Instituto Politécnico Nacional, CICATA-IPN.

