COMPRENSIÓN DE IDEAS FUNDAMENTALES DE ESTOCÁSTICOS DE JÓVENES CON DISCAPACIDAD INTELECTUAL

J. Marcos L. Mojica, Ana María Ojeda Salazar
josemarcos_lopez@ucol.mx; amojeda@cinvestav.mx
Universidad de Colima; Cinvestav-IPN
Informe de Investigación
Educación Especial
Básico-Secundaria

RESUMEN

El informe es parte de una investigación que se interesó en el uso de esquemas compensatorios relacionados con el pensamiento probabilístico de niños de educación especial. La investigación se rige por tres ejes: epistemológico, cognitivo y social. Aquí se presentan los resultados de la tercera fase que concernió a la comprensión de las ideas fundamentales de probabilidad, después de su enseñanza, de tres jóvenes [15-17 años] con discapacidad intelectual del tercer grado de secundaria especial, revelada en entrevistas individuales semiestructuradas sobre el enfoque frecuencial de la probabilidad. La estrategia fue dar a los alumnos el papel de examinador para obtener datos de su comprensión de los conceptos matemáticos incluidos en lo que examinan (Mevarech, 1983). Los resultados atañen al uso de la memoria de trabajo, el perceptual visual y la atención para las ideas de espacio muestra, medida de probabilidad y variable aleatoria.

PALABRAS CLAVE: comprensión, estocásticos, esquemas compensatorios, educación especial.

INTRODUCCIÓN

La tesis doctoral (Mojica, 2013), de la cual se desprende el presente informe, se interesó por identificar el uso de esquemas compensatorios de niños de Educación Especial que favorecen a su pensamiento probabilístico. Motivó el estudio la propuesta de ofrecer una formación matemática integral; es decir, preparar a los niños con necesidades educativas especiales para enfrentarse a situaciones deterministas e indeterministas de su vida cotidiana.

En Mojica y Ojeda (2012) se informa que en la propuesta institucional de la Educación Especial el tema de probabilidad y de estadística no se trata de manera sistemática y, en el aula, los docentes requieren de elementos conceptuales para su enseñanza a los niños. Por otro lado, existen esquemas compensatorios (Vygotski, 1997) que permiten el desarrollo del pensamiento de los niños con ausencias o limitaciones.

En ese sentido, el objetivo de nuestra investigación fue establecer un marco de referencia que permita a los docentes de Educación Especial plantear actividades para el tratamiento de los estocásticos ante la heterogeneidad de afecciones en una misma aula. En el informe se pretende responder a la interrogante ¿cuáles esquemas compensatorios favorecen el desarrollo del pensamiento probabilístico de niños de educación especial? Pues los resultados se orienten a la comprensión que tienen los jóvenes respecto a los conceptos de medida de probabilidad, espacio muestra y variable aleatoria.

Consideramos importante el desarrollo del pensamiento probabilístico porque además de la gran variedad de situaciones de la vida cotidiana a las que se aplica la probabilidad, ésta convoca a otros conceptos matemáticos, a los cuales los niños podrían dotar de sentido por su uso. Por otra parte el pensamiento probabilístico es importante en la toma de decisiones.

PERSPECTIVA TEÓRICA: TRES EJES RECTORES

El trabajo de investigación se ajusta a la propuesta de Ojeda (1994) de tres ejes rectores para la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos para los distintos niveles educativos. Por la naturaleza del escenario de investigación, se incorporaron en el eje cognitivo información sobre los esquemas compensatorios y sobre la discapacidad intelectual.

Eje epistemológico

Heitele (1975) ha propuesto diez ideas fundamentales de estocásticos como guía para un curriculum en espiral. Para el autor, una idea fundamental es "... aquella que proporciona al individuo modelos explicativos tan eficientes como sea posible" (pág. 188). Argumenta que el tratamiento de las ideas fundamentales debe partir de un plano intuitivo y arribar a un plano formal, de manera que se garantice continuidad en la educación. Piaget e Inhelder (1951) investigaron acerca del origen de la idea de azar en el niño, mediante interrogatorios incisivos a individuos de diversas edades frente a prototipos de situaciones aleatorias, tales como mezcla aleatoria, distribuciones centradas y uniformes, y decisión de una entre dos urnas con una variedad de composiciones de sus contenidos. Sus resultados caracterizaron la evolución de la idea de azar en tres estadios: preconcreto, concreto y formal.

Eje cognitivo

En su obra sobre las fuentes intuitivas del pensamiento probabilístico, Fischbein (1975) entiende por intuición un conocimiento que se deriva de la experiencia, de recuperación inmediata, sintético, que se extrapola y no susceptible de análisis. El autor señala que en la formación de intuiciones probabilísticas es necesario considerar *lo incierto* y conectarlo con *la acción* por medio de frecuencias relativas; de esta forma se establecerá un comportamiento de la situación aleatoria caracterizado como "más probable", "menos probable" o "igualmente probable". La probabilidad es, por tanto, apropiada para el estudio de esas intuiciones; debido a su enfoque frecuencial, la probabilidad está determinada por la acción y es en la acción u observancia de los fenómenos naturales como se puede desarrollar una base intuitiva.

Los esquemas compensatorios son procesos que permiten superar una ausencia o limitación de manera que asumen la función inactiva o dañada para el desarrollo del pensamiento del individuo (Vygotski, 1997). Particularmente, la afección de discapacidad intelectual "se caracteriza por limitaciones significativas en el funcionamiento intelectual y en la conducta adaptativa que se manifiesta en habilidades conceptuales, sociales y prácticas" (AAMR, 2002; pág. 8), provoca dificultades en la comunicación y los procesos de adquisición del conocimiento son lentos.

Eje social

Steinbring (2005) establece una relación entre la naturaleza epistemológica del concepto matemático y su significado socialmente constituido en las interacciones en el aula. El autor argumenta que para la adquisición de un concepto matemático es necesaria la interacción entre el contexto de referencia en que se implica al objeto, el signo y el concepto matemático. La constitución del concepto resulta de un balance entre las relaciones entre los tres vértices, de modo que se pueda deducir el significado del conocimiento matemático. El objeto es lo que motiva la actividad intelectual del individuo (abstracción del atributo respectivo de la cosa), el signo es la representación de ese objeto y el concepto es lo que apela a la descripción específica del objeto; el concepto es indefinidamente perfectible.

MÉTODO

La investigación de tipo cualitativa y *en curso*, se desarrolló en tres fases y siguió los lineamientos del *órgano operativo* y de la *célula de análisis* (Ojeda, 2006). Los resultados que se presentan en este informe corresponden a parte de la tercera, que se refiere a la comprensión de ideas fundamentales de probabilidad de tres jóvenes del tercer grado de secundaria especial de un Centro de Atención Múltiple, espacio (perteneciente a una institución) que ofrece servicios educativos a niños con discapacidad o discapacidad múltiple, o aquellos con trastornos graves del desarrollo, que no pueden ser integrados a la escuela regular.

El método utilizado fue la entrevista individual semiestructurada. Por entrevista se entiende aquí la interacción entre dos individuos cuando uno le plantea preguntas al otro para alcanzar un objetivo —el de obtener datos de la comprensión del segundo respecto a una situación o a conceptos implicados en una actividad— por lo que es relevante el tipo de comunicación (Zazkis y Hazzan, 1999; diSessa, 2007) posible con cada caso debido al síndrome o afección. Para diSessa (2007), el objetivo de una entrevista es permitir al entrevistado exponga de manera “natural” (pág. 526) su forma de pensar respecto a la situación que se está tratando, mientras que el entrevistador explora diferentes maneras de enmarcar la situación problemática para exhibir el conocimiento del entrevistado.

Una de las estrategias utilizadas en las entrevistas fue la aplicada por Mevarech (1983), que consistió en solicitar a los alumnos que analizaran una tabla de frecuencias en la que se incluían eventos imposibles con ocurrencias registradas. Se plantearon preguntas para obtener información de si los alumnos se percataban de que algunos datos en la tabla eran erróneos. De esa manera se esperaba que los alumnos se convirtieran en diagnosticadores de los errores y pusieran en juego el conocimiento adquirido.

Se utilizaron los criterios de análisis en las tres fases de la investigación. A saber: situación, ideas fundamentales de estocásticos, otros conceptos matemáticos, recursos semióticos, términos para referirse a estocásticos. Los instrumentos de recopilación de datos utilizados en la Fase III fueron guiones de entrevista basados en las actividades propuestas en el *aula alterna* y en el *aula normal* (Ojeda, 2006) para profundizar en la comprensión de los jóvenes de las ideas de estocásticos implicadas en esas.

Los estudiantes

Se eligieron tres casos con discapacidad intelectual para entrevista. De la implementación de dos actividades de enseñanza en el *aula alterna* (Ojeda, 2006) del tercer grado de secundaria especial, *La apuesta* y *La carrera con dados* (véase Mojica, 2013), se eligió a **UR** porque manifestó un pensamiento mítico (colocó sus manos a manera de “ruego” de que saliera el color amarillo, repitiendo “amarillo, amarillo”) y a **JE** por tener el mejor desempeño que el resto de sus compañeros del aula. Mientras que a **CE** se le eligió por su elección de la suma “13” en *La carrera con dados.*

Las situaciones para entrevista

Las sesiones de entrevistas individuales semiestructuradas se realizaron en sesiones de 30 minutos en promedio en el escenario de cámara Gesell, disponible en el CAM. Fueron dos situaciones para entrevista. La primera consistió en presentarle al alumno una tómbola de 12 centímetros de diámetro, en la cual se introdujeron cinco canicas blancas, dos verdes y una amarilla (véase la Figura 1), todas del mismo tamaño. El estudiante tenía que girar la tómbola y registrar el resultado de la expulsión en hojas blancas. La canica se regresaba a la tómbola para mantener ocho canicas en total. Se apela a la idea de azar con la mezcla aleatoria del contenido de la tómbola producida por los giros de ésta.

La segunda situación para entrevista consistió en analizar una tabla con los registros de uno de los alumnos del tercero de secundaria realizada en *La carrera con dados* (véase la Figura 2). La actividad en el aula consistió en elegir un número del 1 al 13 como corredor en una pista de una tabla de registro. Se lanzaban dos dados ordinarios distinguibles por color, se sumaban los puntos de las caras que quedaban hacia arriba y la suma avanzaba una celda; ganó el número que llegó primero a la meta en la tabla.

Figura 1. Material utilizado para la "tómbola".

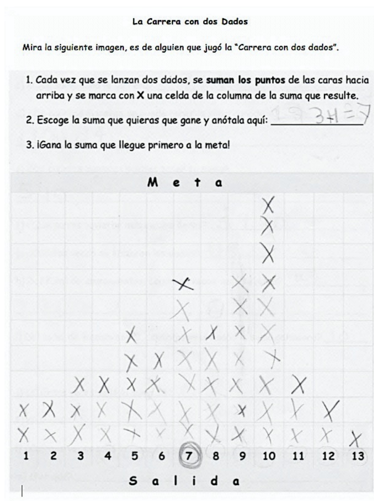

Figura 2. Tabla de frecuencias de **JO**.

Se eligió la tabla de **JO** (síndrome Down) porque registró frecuencias mayores que 0 para las sumas "1" y "13". Se utilizó la estrategia empleada por Mevarech (1983) de dar a los alumnos el papel de examinador para obtener datos de su comprensión de los conceptos matemáticos incluidos en lo que examinan. La cuestión central fue identificar si la persona que hizo esos registros jugó de manera "justa".

A las situaciones de entrevista se les aplicaron los criterios de análisis. En la Tabla 1 se presenta una caracterización de ellas.

Tabla 1. Caracterización de las situaciones para entrevista.

	Situación	Ideas fundamentales de estocásticos	Otros conceptos matemáticos	Recursos semióticos	Términos empleados
Tómbola	Variación de resultados de canicas en el giro de una tómbola transparente	Espacio muestra, medida de probabilidad, independencia, ley de los grandes números, variable aleatoria	Número natural, operaciones con números naturales, proporción, fracción	Lengua natural escrita	Girar, revolver, salió, chocan, más fácil que salga, más difícil que, posible, más veces, menos veces
La carrera con dados	Suma de los puntos de dos dados ordinarios lanzados y su registro	Espacio muestra, medida de probabilidad, combinación, tres variables aleatorias	Números naturales, orden, adición	Lengua natural escrita, dibujos, tablas	Elige, escoge, qué suma ganó, marca con, de cuántas maneras, cuántas celdas, cuántas veces, del total… cuántas veces, más posibilidades, pocas posibilidades.

RESULTADOS

De los resultados se obtuvo evidencia de un acercamiento a las ideas de espacio muestra, medida de probabilidad y, de manera cualitativa, de variable aleatoria. UR en el desarrollo de la entrevista superó el pensamiento mítico que evidenció en el aula. Para JE se corroboró su desempeño y CE se obtuvo evidencia del evento imposible.

Espacio muestra

En La tómbola, **UR** no tuvo dificultad en identificar los posibles resultados y argumentó que era más fácil que salieran las canicas blancas, pues eran cinco, y que la más difícil era la canica amarilla.

[117]	I:	A ver, UR, en el siguiente giro ¿qué va a resultar? ¿Qué canica es más fácil que salga?
[118]	UR:	La blanca [“una canica blanca”].
[119]	I:	¿Por qué?
[120]	UR:	Mmm… [Pensando]…. Porque hay cinco [canicas] blancas, dos verdes y una amarilla.

Cuando se le preguntó por qué no salían siempre las mismas canicas, **UR** advirtió que al girar la tómbola las canicas no siempre quedaban en el mismo lugar:

[145] I: UR, ¿Sale la misma canica siempre? Siempre que tú giras la tómbola ¿el resultado es siempre el mismo?

[146] UR: No, se mueven las canicas, mira, hace rato la verde estaba arriba [identifica una posición de una canica] y ahora está debajo de las blancas… las canicas chocan entre ellas.

Lo anterior sugiere un acercamiento a la idea de azar, pues su respuesta va más allá de simplemente “porque no se puede”.

En *La carrera con dados*, al preguntarle a **CE** sobre cuál era la suma que el niño de la tabla había elegido, él respondió que fue la suma “7 porque la marcó” y señaló con el dedo índice el número “7” en la salida de la pista de carreras. Cuando se le preguntó a **CE** si el niño ganó con esa suma respondió “no porque no llegó a la meta” e identificó la suma que ganó.

[17] I: A ver, CE, el niño eligió el 7 [la suma] ¿verdad? ¿El niño ganó?

[18] CE: No [mueve la cabeza].

[19] I: ¿Por qué?

[20] CE: Mmm… No llegó a la meta [la suma].

[21] I: ¿Hasta dónde llegó?

[22] CE: Hasta aquí [señala con el dedo índice el último tache e inicia el conteo], uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete.

[23] I: Bien, entonces ¿qué suma ganó?

[24] CE: Diez [la suma].

Al preguntarle a **CE** sobre cuál suma era más fácil que resultara después del lanzamiento de los dos dados, dijo que la suma “7” tenía más posibilidades de ocurrir y escribió otras posibilidades (véase Figura 3).

[77] I: A ver, CE, si lanzamos dos dados, ¿qué suma es más fácil que salga?

[78] CE: El siete…

[79] I: ¿Por qué?

[80] CE: Mmm… porque “3 + 4”, “5+2”, “6+1”

[81] I: A ver escribe [le proporciona una hoja en blanco].

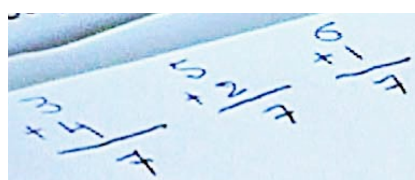

Figura 3. Posibilidades para la suma “7”.

Además, al preguntarle si la persona que jugó y registró en la hoja había realizado correctamente el juego, él respondió que no porque tenía registros en las casillas de las sumas “1” y “13” y que las sumas posibles eran del "2" al "12". Reconoció que él perdió cuando se desarrolló la actividad en el aula porque eligió la suma "13".

[123] I: A ver, CE, ¿por qué no se puede obtener la suma trece?
[124] CE: No [mueve la cabeza], necesitamos seis más siete.
[125] I: ¿Cómo son nuestros dados?
[126] CE: Tenemos uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis [puntos]…
[127] I: ¿Entonces? ¿Podemos obtener la suma trece?
[128] CE: No, nada más seis más seis, doce…

Medida de probabilidad

Para La tómbola, **UR** reconoció que si siguiera girando sería mucho más fácil que a la larga saliera más veces la canica blanca y más difícil que saliera la canica amarilla. Si bien su justificación refirió a la cantidad mayor de canicas blancas que amarillas, de manera implícita presenta un pensamiento probabilístico, pues parcialmente puso en relación el número de casos posibles con el total de casos. Cuando se le preguntó a **JE** sobre si el juego era "justo" respondió: "No, porque la canica amarilla está solita".

[218] I: …JE, así como tenemos esto [refiriéndose a la tómbola], así como estamos jugando, ¿consideras que el juego es justo? ¿O estamos haciendo trampa?
[219] JE: [Mueve la cabeza como asintiendo].
[220] I: ¿Qué, estamos haciendo trampa?
[221] JE: Sí [sonríe].
[222] I: ¿Por qué? ¿Trampa para quién?
[223] JE: Para el amarillo y para el verde [sonríe], la canica amarilla está solita.
[224] I: ¿Sí? ¿Por qué?
[225] JE: Porque son cinco …
[226] I: ¿Cinco qué?
[227] JE: Cinco blancas, dos verdes y una amarilla [refiere a la cantidad de canicas].
[228] I: Mmm… Entonces, ¿qué se espera a la larga? ¿que salgan más canicas… de qué color?
[229] JE: Blancas…
[230] I: Si te dijeran que debes apostar a un color, para que ganes, ¿a qué color le apostarías?
[231] CE: Al blanco…

Variable aleatoria

Para La tómbola, **UR** y **JE** registraron los resultados de cada giro en hojas blancas. **JE** organizó sus datos a manera de tabla; en la parte superior colocó los posibles resultados, en la parte inferior registraba los resultados efectivos (Figura 4), lo anterior sugiere un nivel de comprensión superior al de solo organizarlos en serie de uno en uno. **UR** registró uno por uno los resultados de los 20 giros (Figura 5).

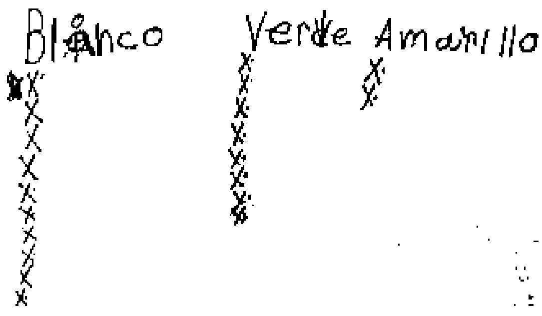

Figura 4. Organización de los resultados según **JE**.

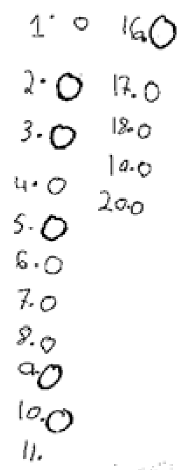

Figura 5. Registro de los resultados de la tómbola según **UR**.

CONCLUSIONES

Se corroboró la comprensión de las ideas de espacio muestra, medida de probabilidad y variable aleatoria de **JE** y **UR**. Para este último, en las actividades en el aula atribuía el resultado de los eventos de un fenómeno aleatorio a otras causas más que a la probabilidad de cada evento, motivo por el cual fue seleccionado. **UR** en las entrevistas sus respuestas consideraban, parcialmente, la probabilidad que tuviera cada evento del fenómeno aleatorio. También tuvo un acercamiento a la idea de azar físico (Cournot, citado en Piaget en Inhelder, 1951) en la situación de la tómbola, su respuesta ante la pregunta "¿por qué no salen siempre las mismas canicas?" fue "…las canicas chocan entre ellas".

Se entrevistó a **JE** por presentar el mejor desempeño que el resto de sus compañeros en las actividades en el aula. En las entrevistas las situaciones no presentaron mayor dificultad. Fue con el único, que según su desempeño, se pudo tener un acercamiento a la idea de juego "justo". Identificó que en la situación de la tómbola los eventos no tenían la misma probabilidad de ocurrir: "la canica amarilla está solita".

CE identificó el evento con mayor probabilidad en la tabla de frecuencias de la "Carrera con dados" y el evento imposible al percatarse que era difícil obtener una suma "13" con dos dados ordinarios.

JE y **UR** propusieron una manera de organizar los resultados de las canicas al girar la tómbola. Lo anterior, según Steinbring (2005), exhibe la distinción que los jóvenes realizaron del objeto y del signo para la adquisición del concepto matemático; es decir, distinguieron la variedad de resultados con la frecuencia de cada categoría, para arribar al enfoque frecuencial de la probabilidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AAMR (2002). *Retraso mental: definición, clasificación y sistema de apoyo*. Recuperado 11 de noviembre de 2010, de http://html.rincondelvago.com/deficiencia-mental.html.

diSessa, A. (2007). An Interactional Analysis of Clinical Interviewing. *Cognition and Instruction 25*(4), 523-565

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Holanda: Reidel.

Heitele, D. (1975). An epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics 6*(2), 187-205.

Mevarech, Z. (1983). A deep structure model of students´statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics 14*(1), 415-429

Mojica, J.M.L. (2013). Pensamiento probabilístico y esquemas compensatorios en la educación especial. (Tesis de Doctorado inédita). DME-Cinvestav-IPN. México.

Mojica, J.M.L. y Ojeda, A.M., (2012). Enfoque Frecuencial de Probabilidad: Una Introducción en la Secundaria Especial. En L. Sosa y E. Aparicio (Eds.), *Memoria de la XV Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, 346-354. México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa.

Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed.), *Matemática Educativa, treinta años* (257-281). México: Santillana.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). *La Genèse de l´idée de Hasard Chez l´enfant*. Francia: PUF.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of new Mathematical Knowledge in Classroom Interaction*. USA: Springer.

Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la Defectología. Obras Escogidas V*. España: Visor Dis.

Zazkis, R. y Hazzan, O. (1999). Interviewing in Mathematics Educations Research: Choosing the Questions. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(4), 429-439.