

SEMINARIO DE INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA EDUCATIVA

Elika Sugey Maldonado Mejía, Catalina Navarro Sandoval

elikamm@gmail.com, nasacamx@yahoo.com.mx

Universidad Autónoma de Guerrero

RESUMEN

Desde sus inicios en México, la Matemática Educativa ha atendido la problemática alrededor de la enseñanza y aprendizaje de la matemática hasta constituirse como disciplina científica. En este sentido, en el escrito se presentan aquellos elementos que se consideran relevantes para introducirnos en esta disciplina. En un primer momento se aborda acerca de su visión, posteriormente, de forma general se muestran las diferentes problemáticas de investigación de acuerdo a la evolución de la disciplina, y finalmente, se plantean algunas perspectivas teóricas desde las cuales las problemáticas pueden ser atendidas. Este seminario está dirigido a estudiantes de licenciatura y profesores de matemáticas que busquen incorporarse en la vida académica de la Matemática Educativa.

PALABRAS CLAVE: Matemática Educativa, problemática y perspectivas teóricas.

INTRODUCCIÓN

Con el seminario de introducción a la Matemática Educativa (ME), se busca que los asistentes se involucren con los aspectos básicos clave de la misma, para ello se realizarán diversas actividades, de modo tal, que tanto los asistentes como los coordinadores estarán inmersos en una dinámica de participación mutua. En ese sentido se plantearán actividades de inicio para los asistentes, posteriormente se realizarán discusiones entre asistentes y coordinadores. Explícitamente expondremos en la sala lo siguiente:

- Aspectos históricos de la ME en México
- Un acercamiento a la definición de ME
- Algunos elementos fundamentales al realizar investigación en ME
- Discusión sobre algunas problemáticas en ME
- Perspectivas teóricas en la ME
- Investigaciones atendiendo problemáticas del nivel básico y medio superior.

INICIOS Y DESARROLLO DE LA MATEMÁTICA EDUCATIVA

En Imaz (1987), Hitt (1998), Filloy (1981), Moreno (1995), Gascón (1998), Cantoral y Farfán (2003) encontramos una visión general del quehacer de la Matemática Educativa, de quienes nos apoyamos para hablar del desarrollo de esta disciplina, particularmente en México. En los 70's, dada la crisis de la Reforma de la Matemática moderna, se empezó a poner mayor atención a los problemas de aprendizaje de la matemática, llevando a conformar grupos de investigación, en diferentes países, para atender la problemática del proceso de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

En México, a inicios de los 70's, la Secretaría de Educación Pública invitó a un grupo de matemáticos del Departamento de Matemáticas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), a participar en los procesos de *reforma educativa* de nivel primaria, en torno a un currículum nacional de matemáticas, los planes y programas de estudio de matemáticas del ciclo educativo y de cada grado escolar, así también, en la elaboración de los libros de texto gratuitos de matemáticas. Los resultados de la puesta en práctica de esta reforma fueron alarmantes, y se le atribuyó fundamentalmente a la limitada preparación del profesor de matemáticas sobre el estudio y profundización de los contenidos matemáticos a enseñar. Ello trajo consigo, a que el grupo de matemáticos reconociera que era insuficiente saber matemáticas para atender los problemas relacionados tanto con la enseñanza de las matemáticas como con su aprendizaje.

En el interés por atender esta problemática desde otra perspectiva, este grupo de matemáticos creó la Sección de Matemática Educativa en el Cinvestav-IPN, en marzo de 1975, a objeto de estudiar los fenómenos didácticos ligados al saber matemático. En 1993, esta sección se constituyó en lo que hoy se conoce como el Departamento de Matemática Educativa. Las primeras líneas de investigación que se desarrollaron en el Departamento de Matemática Educativa, se orientaron a atender problemas relacionados con el desarrollo curricular, la experimentación educativa, el análisis de la exploración de datos, el análisis epistemológico, y la observación clínica por mencionar algunos.

Ahora bien, lo que es una realidad es que la Matemática Educativa como disciplina científica es muy joven si se le compara con otras ciencias. No obstante, ésta al cabo del tiempo, ha ido adquiriendo especificidad y, en buena medida, conciencia de sí misma. En las últimas décadas se ha visto cómo se han desarrollado y consolidado grupos de investigación en torno a esta disciplina, en todo el mundo.

En México por ejemplo, la comunidad de Matemáticos Educativos a nivel nacional, es convocada anualmente al seno de la Escuela de Invierno en Matemática Educativa-EIME para compartir experiencias, actividades de trabajo, reflexiones y discusiones profundas sobre problemas de investigación que fortalecen a la disciplina, a la vez que se construyen consensos y se genera identidad. Este congreso, convocado por la red de CIMATES (Centros de Investigación en Matemática Educativa), reúne a investigadores, investigadores-profesores, estudiantes de licenciatura de áreas afines a la Matemática Educativa y de posgrado, y profesores de matemáticas. En este espacio de interacción e intercambio académico, los campos de investigación que sobresalen son: formación de profesores de matemáticas y estudios sobre el profesor, aproximaciones teóricas en matemática educativa, currículum matemático, pensamiento numérico y algebraico, pensamiento y lenguaje variacional, didáctica de la estadística y la probabilidad, educación especial, modelación matemática y aplicaciones, matemáticas en contexto, tecnologías para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y afectividad, actitudes, concepciones, creencias y representaciones sociales.

Otro movimiento académico importante de carácter internacional para nuestra comunidad es la Reunión Latinoamericana en Matemática Educativa-RELME, en la que se reúnen grupos de investigación de América Latina que comparten el interés por mejorar la calidad de la enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de la investigación disciplinar. Los campos de investigación y de discusión que se reconocen son: aprendizaje cooperativo, capacitación para el trabajo, educación continua, educación a distancia, educación de adultos, epistemología, estudios socioculturales, etnomatemáticas, factores afectivos, formación de profesores, gráfica y

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

funciones, medición, metacognición, modelación matemática, modelos matemáticos, modelos mentales, números racionales y proporcionalidad, pensamiento algebraico, pensamiento geométrico, pensamiento lógico, pensamiento matemático avanzado, pensamiento numérico, pensamiento relacionado con probabilidad y estadística, pensamiento variacional, resolución de problemas, socioepistemología, tecnología avanzada, visualización, y lenguaje matemático.

Otras organizaciones en México, en las que participan grupos de investigadores preocupados por las diversas problemáticas sobre la enseñanza aprendizaje de las matemáticas son la Sociedad Matemática Mexicana y la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas, por citar algunas.

UN ACERCAMIENTO A LA DEFINICIÓN DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

En la segunda mitad del siglo XX la Matemática Educativa se reconoce como una disciplina del conocimiento que se ocupa del estudio de los fenómenos didácticos ligados al saber matemático, los asociados a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Cantoral y Farfán, 2003).

Una primera definición sobre ME que aparece en la literatura en México fue: “*ME es lo que surge cuando abordamos la matemática como un problema de comunicación*” (Imaz, 1987).

Posteriormente Cordero (2001) define a la ME como: “*Una disciplina que atiende como problemática fundamental la enseñanza de la matemática o bien su aprendizaje*”

En las diferentes citadas definiciones, es claro que la atención de la ME se centra en el estudio de los fenómenos didácticos presentes en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, cabe señalar, que a la ME le interesan aquellos contenidos matemáticos vigentes, presentes en los currículos actuales. En otras palabras le interesa estudiar las problemáticas presentes en la matemática escolar.

DESARROLLO DE LAS PROBLEMÁTICAS

Las problemáticas objeto de estudio de las investigaciones en el área de Matemática Educativa han ido evolucionando, así mismo, permiten observar mecanismos de la adaptación del saber matemático y del saber científico a las prácticas tanto de los profesores como de los alumnos (Cantoral y Farfán, 2003). Se puede decir que dicha evolución de la atención a las problemáticas se ha dado en cuatro momentos.

El primero, está relacionado con la problemática clásica de la década de los 70's, es decir, el profesor se preocupaba más por realizar una “buena” presentación del contenido matemático escolar, para hacer accesible la “comunicación” con el alumno. En este sentido la responsabilidad recae en el profesor y por esa razón se señalaba desde la matemática educativa que para hacer cierto tipo de abstracción sobre la matemática tenía mucho que ver la comunicación.

El segundo, ubicada en la década de los 80's, donde aparece un nuevo paradigma de investigación que modificaría el objeto de estudio y el método de estudio. Derivando en una aproximación cognitiva a la investigación que realiza observación y descripción sistemática de los logros de los estudiantes y de las diversas experiencias de aprendizaje. En este momento, el foco de atención es el estudiante a diferencia del primero.

En el tercero, se abordan problemas apoyándose de aproximaciones sistémicas con base en fenómenos didácticos, tomando en cuenta el saber, el alumno y el profesor. Tratando de esclarecer sus relaciones a fin de “explicar” los diversos fenómenos didácticos que se suceden en el aula.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

El cuarto, dado que la matemática escolar está al servicio de otros dominios científicos y de otras prácticas de referencia fuera del aula, de donde a su vez adquiere sentido y significación, de modo que en la investigación se plantea una aproximación sistémica, la socioepistemología, que incorpora cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento: su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza.

ELEMENTOS A TENER EN CUENTA AL REALIZAR INVESTIGACIÓN EN ME

Dentro de la disciplina científica ME, no hay una única forma de realizar investigación, es decir, alrededor de la ME existen una diversidad de teorías y cada una de ellas pueden servir muy bien de marco teórico para realizar investigaciones en ME. Sin embargo, cada una de ellas indica de alguna manera el camino para ejecutar o desarrollar investigación, más aún si se tiene ya una metodología establecida para la misma teoría.

Ahora bien, en algunos casos para realizar investigación en ME no necesariamente se deben usar teorías, en algunas ocasiones resulta conveniente para la investigación apoyarse en marcos conceptuales, los cuales son construidos y justificados de acuerdo a las mismas exigencias de la investigación.

Lo que es importante a tener en cuenta de manera general, cuando se realiza investigación en ME, es que, la búsqueda de investigaciones reportadas permite saber qué han investigado y reportado otros, respecto de lo que se quiere investigar, la cual nos brinda dos ventajas fundamentales. La primera es que permite no repetir trabajos de investigación y la segunda permite plantear tanto el problema como el objetivo de manera más precisa, ya que podríamos decir con claridad lo que se realizará en el trabajo y destacar el aporte de la investigación.

Algunas investigaciones plantean la construcción de cuestionarios, el diseño de actividades, la aplicación de actividades exploratorias, la identificación de estrategias, el análisis de libros de texto, etc., esto se precisa en los elementos que conforman una investigación, como son: el problema de investigación, el objetivo, el marco teórico o marco conceptual, el método o metodología. Así también, los resultados y conclusiones son relevantes en una investigación ya que en éstos se presenta lo que se encontró y se reflexiona sobre la necesidad de ampliar el conocimiento sobre el problema tratado y/o se destacan nuevos problemas de investigación, por otro lado, estos resultados pueden incidir directamente en la práctica profesional del profesor de matemáticas.

PROBLEMÁTICAS ATENDIDAS DEL NIVEL BÁSICO Y MEDIO SUPERIOR

Nivel Básico

La enseñanza de la Estadística y Probabilidad en la educación básica es reciente y es considerada una de las áreas más difíciles tanto para su enseñanza como para su aprendizaje (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2006). Uno de los temas importantes de la probabilidad es la combinatoria pues sirve para el desarrollo del pensamiento formal (Inhleder y Piaget, 1955), así también como tema base para la teoría de la probabilidad. Por otro lado, son pocas las investigaciones en educación matemática que atienden este campo. De ahí el interés de Rivera-López (2012) de dar evidencia del aprendizaje logrado de alumnos del nivel básico acerca de la combinatoria. En particular, destaca cómo ponen en juego los elementos de la combinatoria los niños de educación primaria en la resolución de problemas combinatorios, con la intención de aportar sobre el

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

tratamiento que se le da a la combinatoria y de identificar ciertos aspectos de la combinatoria que detienen u obstaculizan su aprendizaje en el nivel básico.

Combinatoria y sus elementos: El desarrollo del pensamiento probabilístico se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de la probabilidad y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y la combinatoria (Heitele, 1975; Cañizares, 1997; y Roa, 2000). La combinatoria se entiende como el estudio de formas de listar, arreglar y organizar elementos de conjuntos discretos de acuerdo con reglas específicas (Cameron, 1994). La combinatoria de una manera muy simple es considerada como una herramienta de cálculo para la Probabilidad. Por ello, se requiere que los individuos desarrollen un pensamiento combinatorio que, de acuerdo con Bonilla y Rueda (2011), está vinculado a la relación de diferentes conceptos y procedimientos que aparecen cuando el sujeto se enfrenta a una situación de tipo combinatorio. Respecto de la enseñanza de la teoría combinatoria, Heitele (1975), Fischbein y Gazit (1988, citado por Batanero, Godino y Navarro, 1996) y Sanabria (2010) sugieren que se inicie el trabajo con sus principios (regla de la suma y regla del producto) y las técnicas de conteo (Permutación, variación y combinación).

Los elementos de la combinatoria:

- Principios de conteo: El principio aditivo y el principio multiplicativo.

Los principios de conteo conducen a las técnicas de conteo de acuerdo a la influencia del orden o de la repetición e incluso si estos no son considerados.

- Técnicas de conteo: Variaciones, Permutaciones y combinaciones.

Otras nociones que deben ser entendidas para la comprensión de los principios y las técnicas de conteo, se consideran como elementos de la combinatoria: Conjunto, Relación y Orden.

Para el logro del propósito de la investigación, se revisaron materiales oficiales de la SEP que orientan o instrumentan la enseñanza de las Matemáticas en la Educación Primaria, como los Planes y programas de estudio y los libros de texto (SEP, 2011). Se utilizó un cuestionario como instrumento de investigación, integrado por una serie de problemas en los que están implícitos los elementos de la combinatoria. El cuestionario se diseñó a partir de los elementos identificados en la revisión de los programas de estudio y de los libros de texto, éste quedó integrado por cinco problemas, dos problemas que inducen al principio multiplicativo y uno por cada técnica de conteo.

Para analizar las respuestas dadas a los problemas se consideró importante tener presente qué acciones se indetificarían al resolver los problemas. Estas acciones se formularon a partir de lo propuesto por Bonilla, Rueda (2011), Sanabria (2010), Wilhelmi (2004) y éstas son:

- Identificación de conjuntos,
- Identificación de relaciones,
- Obtención de todas las posibilidades, y
- Conteo sistemático o al tanteo.

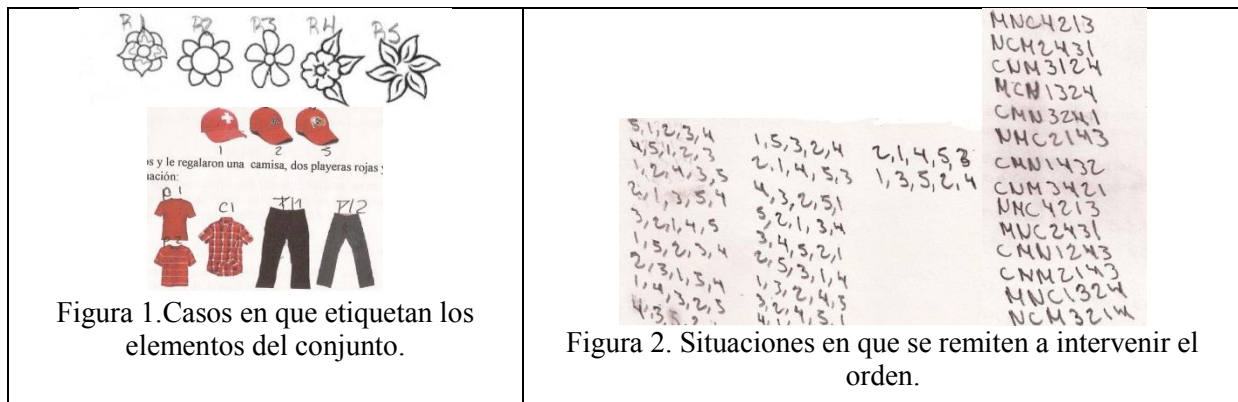
Los resultados: de la revisión de los materiales oficiales de la SEP se identificó que las nociones propuestas a desarrollar son la noción de conjunto, relación, orden y las combinaciones, mientras que los principios aditivo y multiplicativo, la permutación y variación no son resaltados de manera explícita en los programas pero están contemplados dentro de algunos contenidos.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

El cuestionario fue aplicado a un grupo de 30 alumnos del sexto año de primaria, este grupo es uno de los de mayor puntaje en la prueba ENLACE 2011 en Chilpancingo de los Bravo, Guerrero.

Del análisis de las respuestas dada en el cuestionario por los estudiantes se encontró que:

- En la *identificación de conjuntos*, es escaso el proceso de la etiquetación, el 60% de los niños recurren a ella sólo en los casos en donde no reconocen la naturaleza e identidad de los objetos o cuando el nombre asignado a éstos corresponde a más de dos palabras (Figura 1).
- En la *identificación de relaciones*, respecto con la intervención del orden les es más difícil identificarlo, recurren a variar la posición de los elementos del conjunto (sin importar que sea una permutación o una combinación). Por ejemplo, en un problema se les daban cinco flores distintas y se les pidió la formación de ramos de tres flores distintas, en otras palabras se les pidió la obtención de los subconjuntos de cardinalidad tres del conjunto, en donde el niño sólo se remitió a cambiar el orden de las flores dadas (Figura 2), solo un 20% de los niños identifican las dos relaciones. En el problema de permutación se les planteó el diseño de placas compuestas por letras y números y sólo deberían variar las terminaciones, un 40% de



los niños varían todos sus elementos (Figura 2).

- En la *obtención de todas las posibilidades* un 80% de los niños utilizan el listado de las posibilidades, el resto presenta indicios de la construcción de un diagrama de árbol y de la construcción de tablas. Fue notable el escaso uso de los dibujos gráficos de los elementos de los conjuntos y de las posibilidades (Figura 3).

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

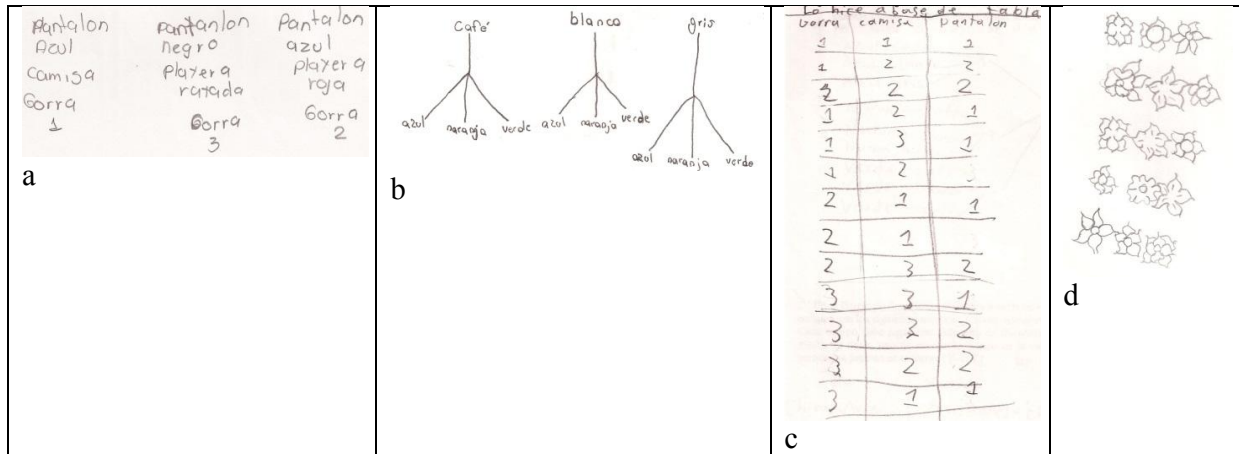


Figura 3. Representaciones utilizadas por los niños.

- Para el *conteo* utilizado en los problemas, un 60% lo realizan al tanteo, especialmente en los problemas de combinación y permutación (Figura 2), y cuando se trata de trabajar con dos conjuntos o más, fijan elementos y buscan un patrón que les permite llevar una sistematicidad (Figura 3b) y agotar casos, mientras que otros se resisten a reemplazar elementos y se quedan sólo con una correspondencia unívoca (Figura 3a).

Nivel Medio Superior

En su trabajo de investigación Antero (2011), se interesó en atender el proceso de graficación de funciones polinomiales de primer y segundo grado en el nivel medio superior. Lo anterior, debido a que el tema de graficación de funciones se presentan dificultades en el bosquejo de gráficas por estudiantes, por ejemplo, declara que durante su práctica docente, con estudiantes de preparatoria, observó que la mayoría de los alumnos presentaron dificultades al trabajar con la graficación de funciones, de ahí que en esta investigación atiende el tema de graficación de funciones polinomiales de primer y segundo grado.

Las dificultades más comunes que se presentan en los estudiantes al momento de graficar son:

- Las relacionadas con el concepto de dominio de una función.
- Las relacionadas con el concepto de contradominio de una función.
- Las relacionadas con distinguir entre variables independientes y dependientes.
- Las relacionadas con la interpretación de los puntos de corte con los ejes x e y .
- Las relacionadas con las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
- Las relacionadas con la identificación de intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Con base en lo anterior, el problema de investigación se centra en *atender dificultades que presentan algunos estudiantes del nivel medio superior al graficar funciones polinomiales de primer y segundo grado*. En este sentido, el objetivo que se planteó fue *realizar una propuesta didáctica para la graficación de funciones polinómicas de primer y segundo grado los grados enfocada a estudiantes del nivel medio superior*.

La importancia de este trabajo de investigación radica en que puede ser considerado en libros de texto para el tratamiento del tema graficación de funciones polinomiales, o para la enseñanza de

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

este tema de parte del profesor de matemáticas de nivel medio superior.

El marco teórico para realizar la propuesta didáctica fue la Teoría de Situaciones Didácticas, pues dicha teoría proporciona los elementos necesarios para su elaboración. Con esta teoría se estudian y se modelan fenómenos didácticos que ocurren cuando el profesor se propone enseñar cierto conocimiento a sus estudiantes, así también, permite diseñar y explorar un conjunto de secuencias de clases elaboradas por el profesor mediante las cuales se realiza un cierto proyecto de aprendizaje (Brousseau, 1986).

Las *situaciones a-didácticas* se clasifican en cuatro situaciones las cuales son:

Situación de acción es la interacción entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado.

Situación de formulación en esta el alumno intercambia información con uno o más estudiantes. Para esto deben de modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándose y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.

Situación de validación el alumno debe de justificar la pertinencia y validez de la estrategia puesta en marcha para convencer a uno o más alumnos. Ya que no basta la comprobación empírica de que lo que dicen es cierto.

Situación de institucionalización son los procesos que están bajo la responsabilidad del profesor, lo cual tiene como objeto cambiar el estatus de los conocimientos.

La *metodología* utilizada en la investigación es la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995), ésta es un conjunto de secuencias de clase diseñadas, organizadas y articuladas coherentemente por un profesor-ingeniero para lograr el aprendizaje de un cierto conocimiento matemático con un grupo de alumnos específicos.

De modo que la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación se caracteriza por un lado como un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en la clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza y por el otro lado como el registro de los estudios de caso y cuya validación es interna, es decir, basada en la confrontación entre el análisis *a priori* y *a posteriori*.

Son cuatro las fases fundamentales que se distinguen en la elaboración de una Ingeniería Didáctica.

Fase de planeación: En esta fase se deben considerar tres dimensiones para el diseño de la secuencia didáctica: la dimensión epistemológica (asociada a las características del saber puesto en funcionamiento), la dimensión cognitiva (asociada a las características cognitivas de los alumnos a los que se dirige la enseñanza) y finalmente a la dimensión didáctica (asociada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza).

Fase de Diseño: En esta fase se elabora el diseño de la secuencia didáctica y los objetivos y propósitos de la misma y de cada una de las actividades que la conforman, así como también se describe lo que se espera que hagan los estudiantes en el momento de la experimentación. Desde esta fase se inicia el proceso de validación, por medio del análisis *a priori* de las situaciones didácticas, este análisis se basa en un conjunto de hipótesis donde se determinan y se describen las variables de control.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

Fase experimental: En esta fase se da la puesta en escena de la secuencia didáctica con una cierta población de estudiantes, y en este proceso de experimentación se deben hacer explícitos los objetivos y condiciones de realización de la investigación a los estudiantes, así como también se debe llevar a cabo el registro de las observaciones y recolección de información.

Fase de validación: Esta fase se basa en el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, es decir, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, y de las producciones de los estudiantes. En esta fase se confrontan las hipótesis formuladas en el análisis a priori con los resultados obtenidos en el análisis a posteriori y es así como se verifica si las hipótesis realizadas anteriormente se cumplen o no.

La propuesta está estructurada en cinco actividades y *una actividad previa*: la primera, cuarta y quinta se trabajan funciones lineales y cuadráticas, en la actividad dos se trabaja con funciones lineales y en la tres funciones cuadráticas.

El objetivo de la propuesta, es propiciar que los estudiantes realicen el bosquejo de gráficas de funciones lineales y cuadráticas, a través del análisis de propiedades y características de estas funciones en diferentes contextos. Mientras que la *actividad previa* tiene como objetivo recordar algunos conceptos relacionados con la graficación de funciones como: plano coordenado, eje de las abscisas y ordenadas, cuadrante, par ordenado, ordenada al origen, dominio, conjunto imagen, entre otros, que sirven de apoyo para responder las cinco actividades de la propuesta.

La actividad 1 involucra al estudiante con el análisis de funciones lineales y cuadráticas, en los contextos numérico y gráfico, presentando tablas numéricas correspondientes a ciertas funciones polinomiales.

El propósito de la actividad 2, es introducir al estudiante en el trabajo con funciones lineales en los contextos analítico y gráfico, y con ello identificar propiedades y características propias de dichas funciones en ambos contextos.

Con la Actividad 3 se pretende involucrar al estudiante en el análisis de funciones cuadráticas en el contexto analítico y gráfico, y de esa forma pueda identificar propiedades y características propias de dichas funciones en ambos contextos.

El propósito de la Actividad 4, es introducir al estudiante en el trabajo con funciones lineales y cuadráticas. Es decir, que a partir de presentar algunas propiedades de las funciones lineales y cuadráticas los estudiantes logren realizar el bosquejo de las gráficas de las funciones correspondientes. Con esta actividad se espera que los estudiantes logren realizar los bosquejos de las gráficas de los dos tipos de funciones (lineales y cuadráticas) considerando las características y propiedades que identifican a cada una de estas funciones tratadas en las actividades anteriores en los diferentes contextos.

Con la Actividad 5 se pretende que los estudiantes, con los conocimientos adquiridos en las actividades anteriores, determinen las características y propiedades de algunas funciones lineales y cuadráticas, para realizar los bosquejos de las gráficas de dichas funciones a partir del análisis de sus características y propiedades.

Resultados: La experimentación se llevó con 11 estudiantes formando 5 equipos, 4 conformados por 2 estudiantes y uno de 3. Tres equipos contestaron las 6 actividades como se esperaba, realizando bosquejos adecuados de funciones planteadas a través del análisis de sus características, por ejemplo el equipo 3 realizó lo siguiente:

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

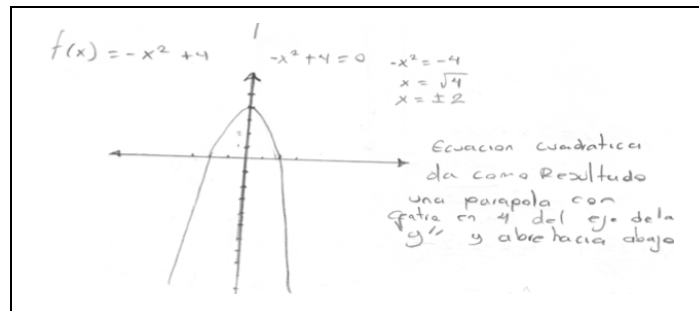


Figura 4

Por otro lado, los equipos 2 y 4 presentaron dificultades respecto de conceptos básicos involucrados en las actividades, por ejemplo: pendiente de una recta, imagen de una función, el grado de una función polinomial y la identificación de los cuadrantes, a pesar de que estos conceptos se proporcionaron en la actividad previa.

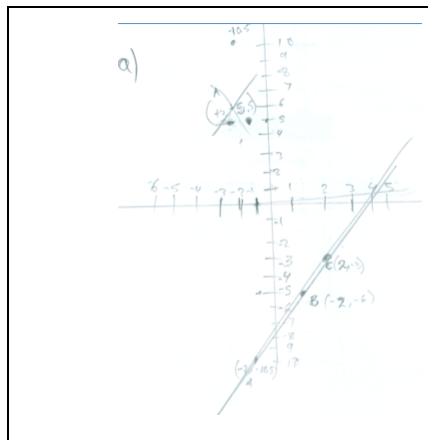


Figura 5

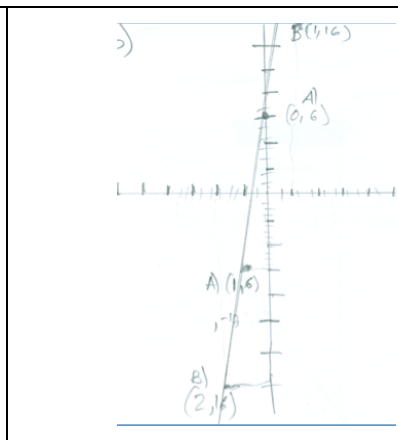


Figura 6

También se observó que el método de tabulación propició dificultades en los estudiantes ya que para el bosquejo de las gráficas de funciones cuadráticas lo hacen utilizando trazos rectos al unir puntos en el plano coordenado.

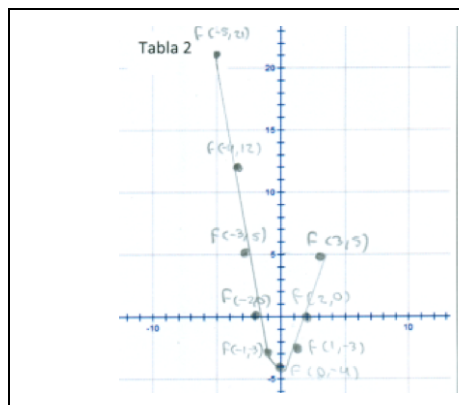


Figura 4

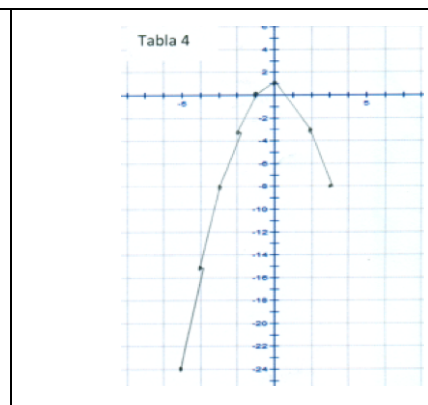


Figura 5

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

A pesar de que en esta investigación se atendieron algunas de las dificultades más comunes que presentan los estudiantes en el proceso de graficación de funciones, reportadas en trabajos de investigación publicadas, se observó que dichas dificultades siguen persistiendo como las que se evidenciaron anteriormente, por lo que el investigador sugiere que en los cursos de matemáticas del NMS, se haga énfasis en los conceptos que se atienden en la actividad previa del diseño presentado en esta investigación, previo y durante el trabajo con el tema de graficación de funciones, además de propiciar el uso de diferentes contextos y no sólo el numérico al utilizar el método de tabulación.

PERSPECTIVAS TEÓRICAS

Mientras que en México se iniciaba la investigación de la Matemática Educativa, alrededor del mundo ya se desarrollaban investigaciones que aportaban a la creación y contribución de teorías para atender fenómenos didácticos desde problemáticas relacionadas con la práctica del profesor de matemáticas, como la práctica del estudiante en el aula.

Hoy día en la disciplina se consideran diferentes enfoques teóricos para el estudio de los distintos problemas de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. En Latinoamérica se reconoce a la Etnomatemática (D'Ambrosio) y a la Teoría Socioepistemología (Cantoral-Farfán-Cordero). En Norteamérica a la Teoría APOE (Dubinsky) y la Resolución de Problemas (Polya-Schoenfeld). Y en Europa, a la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau), la Metodología de la Ingeniería Didáctica (Artigue), la Transposición Didáctica y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard), la Teoría de las Representaciones Semióticas (Raymond Duval), el Enfoque Ontosemiótico (Godino-Batanero-Font), la Teoría de Campos Conceptuales (Vergnaud) y el Pensamiento Matemático Avanzado (Tall-Vinner).

REFLEXIONES FINALES

La importancia de que todo profesor de matemáticas se sensibilice ante los problemas que se presentan en su práctica diaria es para contribuir en la mejora de su quehacer docente e impactar de modo benéfico en los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática, así como del sistema educativo en general.

En este sentido, consideramos importante que todos los interesados en incidir en la educación en matemáticas de manera positiva, deben a la vez, saber que la investigación que se realiza al seno de la matemática educativa atiende los problemas relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Así también, que la diversidad de enfoques teóricos y metodológicos contribuye en la búsqueda de respuestas a estos problemas, además de que son fundamentales para el desarrollo de las investigaciones en el área y en la formación de futuros investigadores en el campo disciplinar. De este modo, creemos que los resultados de las investigaciones contribuyen a que el profesor de matemáticas profundice en sus conocimientos y en la mejora de los procesos de enseñanza y el aprendizaje de sus estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Antero, G. (2011). *Una propuesta didáctica para la graficación de funciones lineales y cuadráticas en el nivel medio superior*. Tesis de Licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

- Cantoral, R. y Farfán R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 6(1), 27-40.
- Filloy, E. (1981). Investigación en Matemática Educativa en México. Un reporte. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 2(2), 233-254.
- Gascon, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 18(1), 7-33.
- Hitt, F. (1997). Matemática Educativa: Investigación y desarrollo 1975-1997. F. Hitt, (Ed), *Investigación en Matemática Educativa II* (pp. 41-65), México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Imaz, C. (1987). ¿Qué es la Matemática Educativa? *Memorias de la Primera Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, (267-272). México: Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Moreno, L. (1995). La educación matemática en México. M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, P. Gómez, (Eds), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 25-31), México: “una empresa docente” y Grupo Editorial Iberoamericana.
- Rivera-López, M. I. (2012). Elementos de la combinatoria en la educación primaria. *Memoria de la XV Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, 326-334.