

ELEMENTOS PRECURSORES DE LO LINEAL EN LA MODELACION TABULAR

Arcos, P.^a, Moya, J.^b Pérez, J.^c y Díaz, L.^d

^{a,b,c,d}Universidad de Valparaíso;

pablo.arco@alumnos.uv.cl^a, jose.moyac@alumnos.uv.cl^b, sukuchero@gmail.com^c,
leonora.diaz@uv.cl^d

Resumen

Se reporta un estudio que inicia con la pregunta ¿Qué elementos precursores de lo lineal despliegan estudiantes que modelan tabularmente? Se aplica una secuencia experimental de modelación de lo lineal que presenta un experimento narrado y recurre a la modelación tabular. Los estudiantes pusieron en escena implícitamente la condición de inicio de la numerización del experimento, la razón matemática junto con las técnicas de puntos medios, puntos cuartos y una regla de tres aditiva análoga a una regla de tres.

Palabras clave: Modelación, Parámetros, Lo lineal

ANTECEDENTES

El estudio se inscribe en la línea de investigación de Arrieta y Díaz (2015) y prosigue el estudio de Hernández y Hernández (2015) quienes reportan itinerarios de predicción en estudiantes que modelan tabularmente. Se recurre a un diseño de enseñanza validado internamente que inicia con un experimento narrado a diferencia de un listado de ejercicios breves de respuestas inmediatas. Este diseño rompe con un esquema de actividad matemática simple y directa, planteando otro que pide análisis, contextualización, argumentos, entre otras habilidades cognitivas de orden superior y las específicas requeridas por la comunicación y la modelación en el aula de matemáticas. Curricularmente, se considera a la modelación como una de las cuatro habilidades a desarrollar en los estudiantes, expresado a partir del año 2012 como: “Modelar es el proceso de utilizar y aplicar modelos, seleccionarlos, modificarlos y construir modelos matemáticos, identificando patrones característicos de situaciones, objetos o fenómenos que se desea estudiar o resolver, para finalmente evaluarlos” (MINEDUC, 2013). Biembengut y Hein (1997) hacen notar el rol crucial de la modelación en la construcción de conocimientos. En efecto señalan que: “Actualmente, este proceso se utiliza en toda ciencia, de modo que contribuye en forma especial en la evolución del conocimiento humano”.

MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

Entre los precursores de la modelación, que inicia en la década de los ochenta en la enseñanza brasileña, se encuentran Hein y Bassanezi (Biembengut, 2015). Bassanezi inicia definiendo a la modelación como el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos que se resuelven y luego interpretar sus soluciones en el lenguaje del mundo real (Bassanezi, 1999). Por su parte Barbosa (2001) entiende a la modelación como un ambiente de aprendizaje en el cual los estudiantes indagan y/o investigan, recurriendo a la matemática, sobre situaciones que surgen en otras áreas de la realidad. Blomhoj (2004; citado en Aracena, Hernández y Miranda, 2015) en el contexto europeo señala que la modelación constituye una práctica de enseñanza que sitúa a los procesos de enseñanza y de aprendizaje entre el mundo real y la matemática, según un ciclo de modelación cuyas etapas consideran el uso de métodos matemáticos, la interpretación de resultados

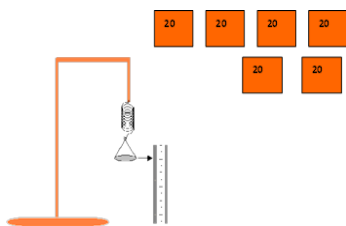
y la evaluación de la validez del modelo. Más adelante Blomhøj (2009; citado en Aracena, Hernández y Miranda, 2015) categoriza quince artículos recibidos en XI-ICME por el grupo de estudio de Modelación y Matemáticas aplicadas, recurriendo a la matriz de Kaiser y Sriraman (2006) quienes tipifican seis perspectivas de modelación en desarrollo. Estas son: a) realista; b) contextual; c) educacional; d) epistemológica; e) cognitiva y f) socio crítica. Por su parte Biembengut (2011) categoriza más de 80 estudios acerca de la modelación en enseñanza secundaria en su país, Brasil y reporta que ellos responden a tres grandes perspectivas. Estas son: a) como método de enseñanza y de investigación; b) como enseñanza alternativa de las matemáticas y c) como ambiente de aprendizaje. En una perspectiva que suscribe marcos de la socioepistemología, Cordero (2006; citado en Arrieta y Díaz, 2015) plantea que la modelación provoca una resignificación de conocimientos, que teje redes de prácticas en situaciones específicas, a través del uso de conocimientos matemáticos en términos de funcionamiento y formas, categoría de conocimiento que permite un enlace entre una epistemología de prácticas y los acontecimientos en el aula; matemática funcional y justificación funcional, que implican un conocimiento incorporado orgánicamente a los sujetos, en que se construyen argumentos en el estudio de situaciones específicas. Más recientemente y también suscribiendo categorías de la socioepistemología, los autores Arrieta y Díaz (2015) entienden a la modelación como una interacción entre dos entes, modelo y lo modelado, donde el primero actúa sobre el segundo. La articulación de estas entidades da lugar a un nuevo ente, al modelo, **mo**, que resulta adherido a lo modelado, **ma**. Tal articulación constituye una nueva entidad para la vivencia de quien modela. Los autores la denotan (**ma**, **mo**) y la nominan *dipolo modélico (DM)*. El estudio que se presenta suscribe esta perspectiva para la modelación de lo lineal. En particular concibe a la variación lineal como una relación estable entre los cambios de las variables. Por ejemplo un resorte muestra una elasticidad estable cuando presenta una relación constante entre cambios de peso y cambios de elongación. Y, entiende a lo lineal como la red de modelos tabular, gráfico y analítico algebraico articulados con el fenómeno y entre sí.

Aspectos metodológicos

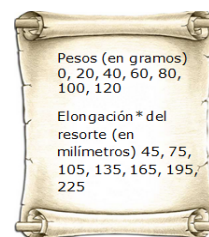
Este estudio cualitativo en el marco de una investigación de diseño y experimentación (Molina, 2006) se propone identificar elementos precursores de lo lineal. En un marco mayor de investigación, orientado a validar diseños didácticos significativos para el estudiantado, con base en modelación. La exploración se realizó con estudiantes que cursan segundo año medio de un establecimiento particular subvencionado de la quinta región. Desde de la interacción con el fenómeno los estudiantes identifican la variable, organizando los datos obtenidos en una tabla numérica. Establecen características distintivas de la tabla, y a partir de esta, efectúan predicciones. Interesa privilegiar formas de predicción que coordinen lo numérico con el fenómeno. Los trabajos de Newton, Wallis y Galileo, entre otros, muestran una práctica que sería central en la secuencia. A partir de la toma de datos, constituir modelos numéricos que, junto con dar cuenta de patrones de comportamiento, predicen sobre el fenómeno. Se establece, de este modo, una coordinación entre el fenómeno y los parámetros del modelo. El montaje de la secuencia se realizó en una sala de clases, en la cual participó un profesor con cuatro equipos de estudiantes. Ellos participan de la secuencia como actividad extra, en horario habitual de clases. Los estudiantes se organizan en equipos acorde a sus afinidades. El diseño didáctico trata que el profesor y los estudiantes, a través de la interacción con un fenómeno, construyan herramientas, argumentos y significados matemáticos que propicien elementos precursores de lo lineal.

Los desarrollos y sus análisis

El experimento narrado



Tenemos un soporte universal y un resorte colgando de él, en su extremo le colocamos un portapesas que tiene una flechita (indicador) que apunta a una regla y contamos con seis pesas de 20 gramos. Entonces vamos colocando pesas en el portapesas y tomamos las ubicaciones de la flechita, obteniendo los siguientes datos.



Reactivo 1: Describan el experimento con sus propias palabras.

G1 responde a la pregunta de para qué es el experimento: ver cuánto se extiende el resorte con un cierto peso; G2 parece describir el efecto de sucesivos pesos respecto de sucesivas bajas del resorte; G3 inicia elaborando una tabla con los valores que exhibe la narración. Los estudiantes en lugar de referirse al portapesas hablan de balanza mostrando un deslizamiento desde la acción de pesar a la de medir alargamientos; G4 identifica el experimento si bien no lo describe. Los cuatro grupos se introducen en el experimento, capturando lo central del mismo, con distinta profundidad y detalle. Uno lo identifica de modo general, otro precisa “cuánto se extiende un resorte con un peso”, sigue el que lo refiere en plural “sucesivos pesos respecto de sucesivas bajas” y culmina un grupo advirtiendo las regularidades de los cambios y prediciendo con base en ellas.

Reactivo 2 Si colocamos 60 gramos, ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

G1 responde a la pregunta de cuanta elongación alcanza el resorte sin entregar mayores detalles; G2 responde que solo se fijaron en la balanza siendo que es la narración la que entrega los datos, a su vez los estudiantes entienden que la balanza hace lo mismo que el portapesas; G3 responde a la pregunta sin considerar la elongación inicial que posee el resorte cuando se encuentra sin peso. Se evidencia seguridad al responder debido a que argumentan su resultado; G4 responde a la pregunta pareciendo advertir una correlación de los datos entregados en el pergamino, lo cual no queda claro, ya que G4 no da mayores argumentos al respecto. Los cuatro grupos se adentran en la secuencia con distintas perspectivas, pero sin perder el sentido de la pregunta, lo cual tres de los grupos dan la elongación considerando su término libre. Uno de ellos da la elongación sin describir el proceso, el otro se fija en los datos que entrega el pergamino y el último observa la balanza. Para finalizar uno de los grupos no considera su término libre, solo responde por la elongación alcanzada por el resorte y además encuentra una correlación de los datos.

Reactivo 3 Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

G1 responde a la pregunta utiliza la técnica de los puntos medios, para encontrar la respuesta de que entre los números 105 y 135 es la mitad, y por ende es 115; G2 Utiliza la técnica de los puntos medios logrando ver que la elongación alcanzada por el resorte es de 120 milímetros. Al argumentar confunden la medida con el peso. Podemos conjeturar que G2 puede estar inmerso en la abstracción, ya que en el experimento no fueron entregados pesos de 10 gramos; G3 pareciera responder de forma inversa, esto se ve reflejado en que 50 gramos alcanza el resorte y además nos entregan la elongación sin considerar su término libre; G4 responde la pregunta de la elongación alcanzada sin describir sus procedimientos. Con esto podemos conjeturar que ellos utilizaron la técnica de los puntos medios y además consideran su término libre, dado que lo ingresan en la tabla 1. En los cuatro grupos pareciera que están en el plano abstracto, ya que no se cuenta con pesos de diez gramos, para ello uno de los grupos no considera el término libre y solo nos muestra que 50 gramos alcanza el resorte en 75 milímetros. Dos de los grupos responden a la elongación alcanzada, pero solo uno nos muestra la descripción de como obtuvieron ese resultado. El último grupo

pareciera estar en lo numérico dado que, da una descripción de cómo encuentra el 115 y que este debería estar entre 105 y 135, perdiendo el termino de magnitud.

Reactivo 4: Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrésenlo en la tabla 1.

G1 encuentra una relación que se da entre 19 y 30 en la cual el los divide y obtiene el 1,57; Los estudiantes del grupo 2 pareciera que no pudieron seguir utilizando el mismo método, esto pudiera deberse a que el grupo pensaba que todo se realizaba de la misma forma; G3 pareciera estar inmerso en un pensamiento egocéntrico, ya que responde desde lo numérico, sin dar mayor detalle al respecto. Con esto podemos conjeturar: a) que para ellos el termino inicial es 60 porque en la expresión b) Ellos establecen la siguiente relación $15=10$, $15=10$ y $1=0,1$ entonces el termino inicial más los 30,01 es 90,01; G4 responde a la elongación alcanzada por el resorte en 21 gramos, si bien no da mayores detalles. Con esto podemos conjeturar que los estudiantes encuentran la relación entre 1 gramo y 1.5 milímetros y lo adhieren a los 75 milímetros obteniendo así la elongación del resorte. Uno de los grupos parece no lograr entender el procedimiento, el siguiente responde a la elongación alcanzada por el resorte, pero sin dar detalles de cómo obtuvo su respuesta. Otro de los grupos pareciera concluir que la razón es 1,57. Este grupo lo describe entregando su procedimiento, pero sin precisar magnitudes. El último grupo solo nos entrega su procedimiento numérico de cómo logra su respuesta.

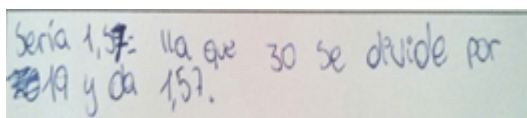


Figura 1. Grupo 1

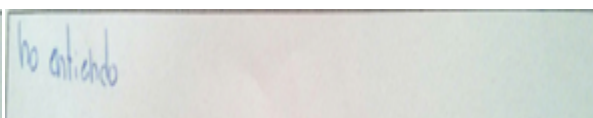


Figura 2. Grupo 2

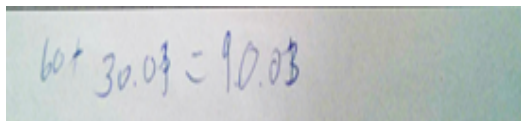


Figura 3. Grupo 3

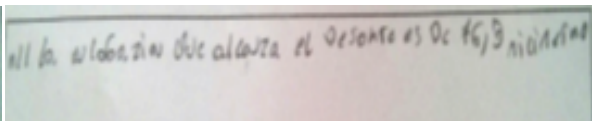


Figura 4. Grupo 4

CONCLUSIONES

En el análisis de los desarrollos estudiantiles, se constataron aspectos precursores de lo lineal entendidos como elementos que forman parte de la red de modelos tabular, gráfico y analítico algebraico articulados con el fenómeno y entre sí. Más específicamente la razón matemática y el punto de inicio, constituyentes de la red de parámetros del dipolo modélico tabular.

Los estudiantes en su práctica orientada a constituir modelos numéricos, exploran patrones de comportamiento para predecir sobre el fenómeno, recurriendo a un tipo de regla de tres aditiva, a puntos medios y a puntos cuartos.

En otro orden uno de los grupos recurre al signo igual de forma relacional, es decir como el indicador de una relación de equivalencia, y no sólo de forma operacional, como el itinerario del resultado de una operación o como una señal de hacer algo. Destaca una alta sensibilidad a lo numérico en esta práctica estudiantil y en particular la asociación de los datos presentados en un folio a una tabla con precisión.

Referencias

- Aracena, C., Hernández, J. y Miranda, B. (2015). *Enseñanza y evaluación que propicia modelar figurando. Tesis de pregrado no publicada. Universidad de Valparaíso.*
- Arrieta, J (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis doctoral. CINVESTAV-IPN, México.*
- Arrieta, J., Díaz, L. (2015) *Una Perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [online], Vol. 18, no 1, p. 7-27.*
- Bassanezi, R. (1999) *Modelagem Matemática: Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. IX Congreso Internacional de Biomatemática. Concepción – Chile.*
- Biembengut, M. (2011). *Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira. XIII CIAEM. En http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2875/1149*
- Biembengut, M. y Hein, N. (1997). *Modelo, modelación y modelaje: métodos de enseñanza-aprendizaje de matemáticas. Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", 38, 209-222.*
- Biembengut, M. (2015) *Modelaje Matemático en la Educación Brasileña. En Arrieta y Díaz (eds.): Investigaciones Latinoamericanas en Modelación Matemática Educativa. En prensa. Gedisa. México.*
- Hernández, J y Hernández, J. (2015). *Itinerarios de predicción en estudiantes que modelan tabularmente. Tesis de pregrado no publicada Universidad de Valparaíso.*
- Kaiser, G., Sriraman, B (2006). *A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. The International Journal on Mathematics Education, v. 38, n. 3, p. 302 – 310.*
- Ministerio de Educación de Chile (2013) *Bases curriculares. Chile.*
- Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria. Tesis doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/544/>.*