UN MARCO DE REFERENCIA PARA LOS USOS DE LA OPTIMIZACIÓN

Del Valle, T.

Resumen

En el discurso Matemático Escolarla optimización es un proceso desprovisto de significaciones, procedimientos y argumentaciones, ya queexiste una mayor centración en los objetos matemáticos utilizados en la aplicación de métodos de optimización que en sus usos.

En este artículo se justifica la formulación de un Marco de Referencia de los usos de la optimización para valorar la justificación funcional que demandan otros dominios de conocimiento.De esta manera, se busca estrechar la distancia existente entre la matemática escolar y el cotidiano, con el fin deresignificar los usos de la optimización en el discurso Matemático Escolar.

El fenómeno de la opacidad del conocimiento de la vida del ciudadano en el discurso Matemático Escolar de la optimización

La matemática escolar se encuentra permeada por una matemática estructural, dejando de lado la matemática del cotidiano.En Gómez, Silva-Crocci, Cordero y Soto (2014) se dice que la matemática escolar se encuentra normada por un sistema de razón que llamaremos*discurso Matemático Escolar*(*dME)*(Soto, D. y Cantoral, R., 2014). Por lo demás, el*dME* no considera los *usos* del conocimiento, la cultura, ni el escenario de los individuos a quienes se dirige la enseñanza, lo cual produce un fenómeno de *opacidad de la vida cotidiana* (Gómez et al 2014).

El fenómeno de *opacidad*se debe a la inexistencia de *Marcos de Referencia* (*MR)* que nos permitan resignificar los *usos*del conocimiento matemático en el *dME*. Por lo anterior, es que se buscan*MR* que dirijan su atención hacia las maneras en que se *usa* el conocimiento matemático, reconociendo en su *uso*la situación que le subyace, es decir, reconocerunasituación que provoque el surgimiento de dicho conocimiento.

En el sistema educacional chilenola optimización es parte de una de las ramas de la matemática llamada investigación de operaciones, la cual consiste en la aplicación de métodos matemáticos para realizar aquellos procesos de toma de decisión. Sin embargo, el acentoestá marcado hacia los objetos matemáticos involucrados en los métodos de optimización, que fuera de ahí pudiera no reconocerse a la optimización como un conocimiento (por el estudiante y docente).

La optimización, en el *dME*, se ha convertido en un proceso mecánico, donde existe una mayor centración en los objetos matemáticos que intervienen en los métodos de optimización: derivada, inecuaciones, matrices, gradientes, entre otros; soslayando los *U(op)* en situaciones reales de diversas disciplinas. Es decir, el actual*dME* de la optimización *opaca* el conocimiento del cotidiano, generando una barrera entre esas matemáticas del cotidiano y la matemática escolar. Es por esto que nos proponemos elaborar un *MR* de los *U(op),* el cualconsidere las matemáticas del cotidiano y nos permitadevelar aquello que está*opaco*en el *dME* de la optimización.

Primer acercamiento hacia aquello que está opaco

La problemática de investigación es abordada desde la Teoría Socioepistemológica,lo que conlleva la construcción de un *MR* que valore la justificación funcional que demandan otros dominios de conocimiento y permita rediseñar el *dME* de la optimización a través de la resignificación de sus *usos*. De esta manera, se busca estrechar la distancia existente entre la enseñanza de la optimización en la matemática escolar y el conocimiento matemático del cotidiano.

Se han construido diversos *MR* bajo una mirada Socioepistemológica. Por ejemplo, Cordero en el año 2001 señala que "*hasta ahora se han logrado precisar tres de estos marcos y se ha convenido presentarlos en términos de situaciones: variación, transformación y aproximación. Cada situación compone un marco epistemológico del cálculo, respectivamente*" (pp. 114). Esta epistemología pretende rediseñar el *dME* del cálculo y del análisis, promoviendo un discurso basado enaquellos *MR*que expresan el cotidiano de la gente que *usa* ese conocimiento en situaciones específicas como la variación, transformación y aproximación.

Este enfoque teórico nos invita a seguir en la búsqueda de otras situaciones que generan el conocimiento matemático que *usa* la gente en su cotidiano y le es funcional. Por ejemplo, si necesitamos un modelo de variación uniforme que represente a un conjunto de puntos dispersos (ver figura 1), se sabe que podemos dar respuesta a ello utilizando el método de mínimos cuadrados.En cambio, sienfocamosla atención en aquello que provoca la utilización del método, identificamos que se solcitaadaptar el comportamiento de un conjunto de puntos dispersos en un modelo lineal, donde existen infinitas rectas que pueden representar ese modelo (ver figura 2). Asimismo, de todas las rectas que se pueden escoger, se debe seleccionar cuál podrá representar de mejor manera esos datos. De esta manera, emerge, en el marco socioepistemológico (Cantoral y Farfán, 2003), una situación que subyace a la necesidad de utilizar el método de los mínimos cuadrados, la "situación de **selección**", ya que se debe seleccionar una de todas las rectas que pasan por esos puntos; la decisión de elegir una recta u otra puede depender de las variables de condición que rodean el contexto del problema.

El caso anterior nos muestra que previo a proceder a usar un método existe una situación que genera esa necesidad de seleccionar. Esta situación nos proporciona la primera premisa con que nos enfrentamos en esta investigación, lo que conlleva la tesis siguiente: una situación de **selección**específica genera argumentaciones de optimización (*Arg(op)*), los cuales son la resignificación del *uso* del conocimiento matemático en donde las significaciones concedenprocedimientos según el instrumento útil del humano (Cordero, en prensa); y en consecuencia, nuestra primera pregunta ¿Cómo construir el*MR*en cuestión?

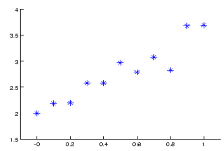


Figura 1: gráfico de dispersión

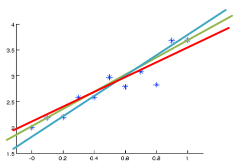


Figura 2: la mejor recta

Los usos de la optimización en un marco de referencia

Reconocer las argumentaciones que sustentan el uso de los objetos matemáticos utilizados en los métodos de optimización, permitirá expresar la resignificación del conocimiento matemático en cuestión. Para ello es necesario hacer visibles tres elementos: las significaciones (elementos que le dan sentido a la situación específica),los procedimientos (ejecución fundamental derivada de las significaciones)yel instrumento que le es útil al humano (la experiencia sobre la cual se trabaja) (Cordero, 2001). Los tres elementosimplicanla transversalidad delos*U(op)*al ubicarse en diferentes escenarios. Y para establecer la resignificación del *U(op)*se requiere analizar el debate entre el funcionamiento y la forma que el conocimiento de la optimización ha adquirido en dichos escenarios.

Los funcionamientos de la optimizaciónen diferentes escenarios, nos permitirán develar las significaciones que brindan procedimientos y para ello será necesario un instrumento que le esútil a lo humano. De esta manera, el funcionamiento dela optimización podrá debatir con la forma que ha adquirido en aquellas comunidades que la usan al enfrentar situaciones específicas propias de su cotidiano.

Los escenarios a considerar para la formulación del *MR*de los *U(op)*fueron el de unos ingenieros en oficio y la obra de Lagrange. En el primero, se estudia la investigación realizada por seis ingenieros mecatrónicos en oficio, llamada "a geneticalgorithmforfilterdesigntoenhancefeatures in seismicimages" (Orozco M., Ortiz C., Urrutia J., Martín R., Rodriguez A. y Villaseñor P., 2013). En el Segundo, se estudia la obra de Joseph-Louis Lagrange con su trabajo de los multiplicadores, el que fuedesarrollado en el libro de la "Mecanique Analytique" (Lagrange, J. 1963). Además, para analizar ambos trabajos, nos posicionamos con la premisa del *MR*, donde proponemos queuna situación de selección genera *Arg(op)*.Para precisar en por qué hablamos de una situación deselección, presentaremos a grandes rasgos los resultados encontrados en el análisis de ambos escenarios y mostraremos qué nos permitió identificar las significaciones, los procedimientos y el instrumento que permiten generardichas*Arg(op).*

Lagrange, en su obra, se enfrenta a una situación en la cual debe seleccionar la resistencia que debe sufrir un cuerpo (el cual ejerce una fuerza en un determinado momento) en virtud de su relación mutua (figura 3), donde es necesario distinguir cualidades de las ecuaciones que representan la fuerza de los cuerpos. Por otro lado, en el trabajo de los ingenieros mecatrónicos, es necesario seleccionar en qué parte de una superficie se deberá realizar una excavación para extraer petróleo, con el fin de reducir tiempos, costos y riesgos en el proceso de exploración e incrementación de la productividad de los geocientíficos.Es así como en la situación de selección se producen significaciones que hemos llamado patrones de adaptación.

$$\overbrace{\underbrace{Pdp + Qdq+Rdr+}_{\text{Fuerzas Cuerpos}} \ldots\ldots+\underbrace{\lambda dL + \mu dM+ vdN}_{\text{Resistencia}}+}^{\text{Relación mutua}} \ldots$$

Figura 3: Ecuación de equilibrio de Lagrange

Lagrange trabaja con la diferencial de cada ecuación de condición (*λdL ; μdM; vdN…)* y con la diferencial de las ecuaciones que representan la fuerza de los cuerpos*(Pdp; Qdq; Rdr…),* al trabajar con las diferenciales de cada ecuación lo que se busca es una *adaptación* de las ecuaciones a la de una misma naturaleza y así poder construir la ecuación del equilibrio. Asimismo, en el trabajo de los mecatrónicos se buscaadaptarcada imagen a una más nítida, para ello se aplica un filtro a las señales de transferencia arrojadas por el sensor. Para producir los patrones de adaptación es necesario brindar procedimientos de distinción de cualidades. En otras palabras, es necesario distinguir para buscar la adaptación.

Uno de los procedimientos de Lagrange en su obra, es distinguir las cualidadesde los coeficientes indeterminados (multiplicadores *λ, μ y v*), los cuales deben multiplicarse a las ecuaciones de condición, para eliminar un número semejante de ecuaciones y construir la fórmula general del equilibrio. Es decir, distinguen las cualidades de las ecuaciones de condición que tiene para asociarlas a un multiplicador, y así, adaptarlasen una ecuación de equilibrio. En el trabajo de los mecatrónicos, es necesario distinguir cuál de las imágenes – a las que les fue aplicado el filtro- posee mayor nitidez.

Lo estable es el instrumento que le es útil a lo humano La situación de selección requiere de un instrumento, el cual dirige la selección hacia algún ideal; se trata de seleccionar el que este más próximo alideal (considerando las variables de condición). Ese tendencial a lo ideal es a lo que le hemos llamado lo estable.

En la obra de Lagrange, se observa la búsqueda de comportamientos con tendencia a cero.Esto se puede observar al usar los multiplicadores (*λ, µ y ν*) para que las fuerzas de los cuerpos *(Pdp; Qdq; Rdr...)* y las ecuaciones de condición (*λdL; µdM; νdN…)* tiendan a cero al calcular su diferencia(en este caso lo estable es llegar a cero y para ello se construye la ecuación del equilibrio). Por otro lado, loestable en el trabajo de los mecatrónicos,se observa en la selección de las imágenes, ya que se buscan aquellas que poseen zonas con mayor cantidad de hidrocarburo.

El análisis e interpretación del uso de la optimización, a través del debate entre elfuncionamiento y la forma que ha adquiridoenambos escenarios, nos permite observar una transversalidad en aquello quelo hace ser funcional. Así, se establece una resignificación de los *U(op)*, proveyendo al *dME* de un *MR* basado en *Arg(op)*, argumentaciones que se justifican a la luz de los *usos* en una situación específica de los ingenieros mecatrónicos y del físico, matemático y astrónomo italianoJoseph-Louis Langrange.

Una resignificación de los usos de la optimización

El reconocimiento de estos elementos nos permite elaborar un *MR* que rediseñe el *dME* de la optimización, ya que proporciona un marco basado en *usos*, dondeuna situación de selección genera *Arg(op)* cuando en ella interfiere un instrumento que le hemos llamado lo estable, ya que se busca que esa selección tienda hacia un ideal, provocando la construcción de patrones de adaptación a través de la distinción de cualidades.

Este *MR* de los *U(op)*busca que el *dME*de la optimización sea transversal a su *uso* en otros dominios de conocimiento y en el cotidiano de la gente. De esta manera, podemos hablar de una resignificación de los *U(op)*a través de un*MR*que valora la justificación funcional que demandan otros dominios de conocimientos y el cotidiano de las comunidadque*usan* la optimización, promueven un rediseño del *dME*, el cual permita estrechar larelación existente entre la matemática escolar y el cotidiano.

Reflexiones finales

La investigación contribuye con la integración de una nueva epistemologías. Esta nueva propuesta se basa en la construcción social de los usos del conocimiento de la optimización y, por ende, exige modificaciones al *dME*. El análisis de la obra de los multiplicadores de Joseph-Louis Lagrange y el estudio de las resignificaciones de los *U(op)* en un escenario profesional de ingenieros mecatrónicos, dotó los principios básicos de los *U(op)*; resignificando a la optimización como un modelo de la situación de selección. Por su parte, la formulación del MR de los *U(op)* nos permitió ampliar la Socioepistemología del Cálculo y el Análisis (Figura 4), cuyas categorías de argumentación están más acorde con las realidades (cotidiano) de quien aprende y, por ende, con estrecha relación de la matemática escolar.

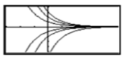
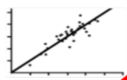
	SITUACIONES			
CONSTRUCCIÓN EN LAS PRÁCTICAS	VARIACIÓN	TRANSFORMACIÓN	APROXIMACIÓN	SELECCIÓN
Significaciones	Flujo Movimiento Acumulación Estado Permanente	Patrones de comportamiento gráficos y analíticos	Límite Derivación Integración Convergencia	Patrón de adaptación
Procedimientos	Comparación de dos Estados $f(x+h)-f(x)=\alpha h$ $\alpha=f'(x)$	Variación de parámetros $y=Af(Bx+C)+D$	Operaciones lógico formales (cociente) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x)$	Distinción de cualidades $\nabla f(x)-\lambda\nabla g(x)=0$
Instrumento útil al humano	Cantidad de variación continua	Instrucción que organiza comportamientos	Formas analíticas	Lo estable
Argumentación	Predicción $E_o+Variación=E_f$	Comportamiento tendencial 	Analiticidad de las funciones $f(x+h)=f(x)+f'(x)h+f''(x)\frac{h^2}{2!}+\ldots$	Optimización 

Figura 4: Socioepistemología del Cálculo y el análisis

Nuestro MR resignifica los *U(op)*, ya que proporciona una epistemología que permite la transversalidad de los usos en el cotidiano de otras comunidades. Nuestro trabajo sigue el principio de problematizar el saber, localizando y analizando su uso y existencia como conocimiento, donde los resultados obtenidos en el análisis socioepistemológico nos permite abrir una nueva línea de trabajo en la teoría, reconociendo a los *patrones de adaptación*, a la *distinción de cualidades* y a *lo estable* como *Arg(op)*.

Referencias bibliográficas

Cantoral,R. y Farfán,R. (2003). Matemática Educativa: una visión de su evolución. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa6(1), 27-40.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. Revista Latinoamericana de Matemática Educativa 4(2), 103-128.

Cordero, F. (en prensa) Modelación, Funcionalidad y Multidisciplinariedad: El Eslabón de la Matemática y el Cotidiano. En Díaz y Arrieta (Eds), Investigaciones latinoamericanas en Modelación Matemática Educativa, España: Díaz de Santos.

Del Valle, T. (2015). Los Usos de la Optimización: un Marco de Referencia y la Teoría Socioepistemológica. Tesis de Doctorado, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Valparaíso, Chile.

Gómez, K. Silva-Crocci, H., Cordero, F. y Soto, D. (2014).Exclusión, Opacidad y Adherencia. Tres fenómenos del discurso Matemático Escolar. En Flores, R. (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 27,1457-1464. México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Lagrange, J. (1963). La Statique: Manière plus simple et plus gènèrale de faire usagede la formule de L'èquilibre, donnèe dans la deuxiè. En J. Bertrand (Eds.),Mecanique Analytique (pp. 69-99), México: Clásicos de la Ciencia.

Orozco, M., Ortiz, C., Urrutia, J., Martin, R., Rodriguez, A. y Villaseñor, P. (2013). A genetic algorithm for filter design to enhance features in seismic images.Journal ofGeophysics and Engineering 1(1), 1-13.

Soto, D. y Cantoral, R. (2014).El discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una visión Socioepistemologica. Boletim de Educação matemática 28(50), 1525-1544.