

LAS PRÁCTICAS DE SIMULACIÓN LINEAL Y LA EMERGENCIA DE LA INTEGRAL

Melvis Ramírez Barragán, Jaime Arrieta Vera

rbbmelvis1789@gmail.com, jaime.arrieta@gmail.com

Universidad Autónoma de Guerrero - Unidad Académica de Matemáticas, México

Reporte de investigación

Modelación y aplicaciones y matemática en contexto

Nivel medio superior

RESUMEN

Esta investigación aborda la problemática de la separación de la escuela y su entorno: las prácticas escolares donde la integral está presente son ajenas en ambientes no escolares. Proponemos las prácticas de modelación/simulación como puente entre ellos. La simulación de fenómenos es una práctica recurrente de diferentes comunidades con intención de reproducir algún fenómeno partiendo de sus modelos, con ello posibilita manipularlo al variar sus parámetros sin la necesidad de que ocurra. Este trabajo se circunscribe a la emergencia de la integral al simular fenómenos partiendo de modelos lineales diferenciales. El marco que sustenta la investigación es la Socioepistemología (TSME).

PALABRAS CLAVE: Práctica de Simulación, integral, modelos diferenciales.

INTRODUCCIÓN

La integral en el contexto escolar

En el programa Bachillerato Tecnológico (México) se marca que los estudiantes deberán cursar cálculo integral en el quinto semestre (SEP, 2013). En algunos otros casos el cálculo integral se aborda en algunas licenciaturas, principalmente en ingenierías (IT del país).

En estos cursos se aborda a la integral como antiderivada, como área bajo la curva, como una serie, entre otros acercamientos. En los cursos, en general, se abunda sobre los métodos de integración. Estos procesos de integración resultan ser, esencialmente, algorítmicos y sin referentes no escolares. Los usos de la integral en otros campos de las ciencias, son vistos como aplicaciones. Estos tratamientos han traído como consecuencia que ingenieros en servicio manifiesten que no ocupan la integral.

MARCO TEÓRICO

Las prácticas de simulación

Las prácticas de simulación son prácticas recurrentes que viven en diferentes comunidades. Un agente de ventas de autos para realizar su trabajo recurre a la simulación de créditos, los meteorólogos recurren a la simulación del clima y los ingenieros civiles simulan las cargas que soportarán ciertas vigas. Una de las características de la práctica de simulación es su intencionalidad, esta es reproducir el fenómeno controlando sus variables a partir de sus modelos. Con ello posibilita manipular el fenómeno al variar sus parámetros sin la necesidad de que ocurra. Esta intencionalidad está referida a quien simula y para qué simula, es decir, a la práctica-con-vivencia. La simulación obliga la interacción entre el fenómeno, sus modelos y a partir de estos a la construcción de fenómenos simulados. La modelación y la simulación son prácticas que

se desarrollan frecuentemente en nuestro entorno, estas prácticas al llevarlas al ámbito escolar están dotadas de características que permiten trabajar los contenidos matemáticos en relación con situaciones cotidianas.

MÉTODO

La simulación y la emergencia de la integral

La hipótesis central de nuestro trabajo es que la integral emerge como herramienta al simular fenómenos partiendo de modelos diferenciales, en nuestro caso, de modelos diferenciales lineales. Para dar evidencia de su validez, elaboramos un diseño de aprendizaje, basado en la metodología de Ingeniería Didáctica, fundamentado en la simulación de fenómenos a partir de modelos lineales diferenciales para analizar las producciones de los estudiantes que participan en la puesta en escena del diseño. Especialmente consideramos las herramientas, los procedimientos, argumentos e intenciones de los actores al simular. El diseño tiene la intención de que los actores reproduzcan la elasticidad de un resorte a partir de sus modelos diferenciales: ecuaciones, gráficas diferenciales y tablas con ruido en los datos (García, 2011).

RESULTADOS

Las producciones que se analizan, son las producidas por los actores en dos puestas en escena, una con estudiantes de nivel medio superior (México) y otra con estudiantes de profesorado de matemáticas (Chile).

1. SIMULACIÓN DE UN FENÓMENO A PARTIR DE UNA ECUACIÓN DIFERENCIAL

Las simulaciones en lenguaje natural (fig. 1)

En la primera fase los estudiantes utilizan como primer recurso para la simulación el lenguaje natural, es decir, describen con sus propias palabras el comportamiento del fenómeno de acuerdo al modelo dado.

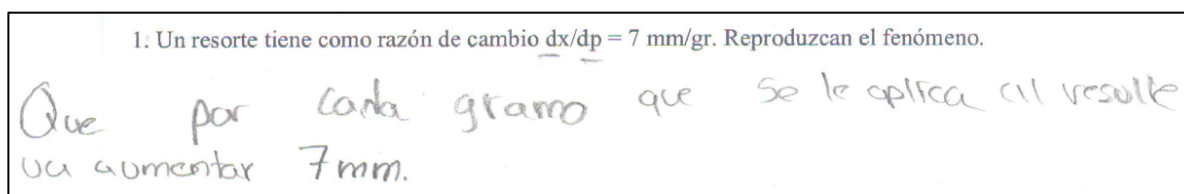


Figura 1

Simulación con recursos numéricos y algebraicos (fig. 2)

También utilizan un segundo recurso para simular, las tablas de datos. Un punto de discusión a resaltar es respecto a la posición inicial que no es proporcionada por la situación. El procedimiento utilizado por los estudiantes consiste *tomar una posición inicial* el cual fue arbitrario (como lo aclaran ellos) posterior a este paso *multiplicaron el peso por la razón de cambio (7 mm/gr) y sumarle la posición inicial*.

Simulación con recursos numéricos y pictográficos

Articula en la simulación una tabla numérica, el lenguaje natural y un pictograma. La posición inicial la coloca en 6 y el incremento de peso no son constantes. En la producción evidencia los

6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

procedimientos que utilizan y sus argumentos (figura 3). Los estudiantes no conformes al simular con recurso numérico utilizan los recursos pictográficos y de lenguaje natural, construyendo así una red de recursos para la simulación de un fenómeno a partir de una ecuación diferencial.

1. Un resorte tiene como razón de cambio $dx/dp = 7$ mm/gr. Reproduzcan el fenómeno.

$p = \text{peso}$

Peso	Posición
0	20
10	90
20	230
30	440

$\Rightarrow \Rightarrow 0$

$\Rightarrow (p = 20)$

- Para el caso del peso iniciamos en 0 y el estiramiento inicial del resorte de 20 (este valor fue arbitrario),
- Posteriormente establecimos una fórmula $(7(p)+20)$
- y sustituimos los valores del peso.

Figura 2

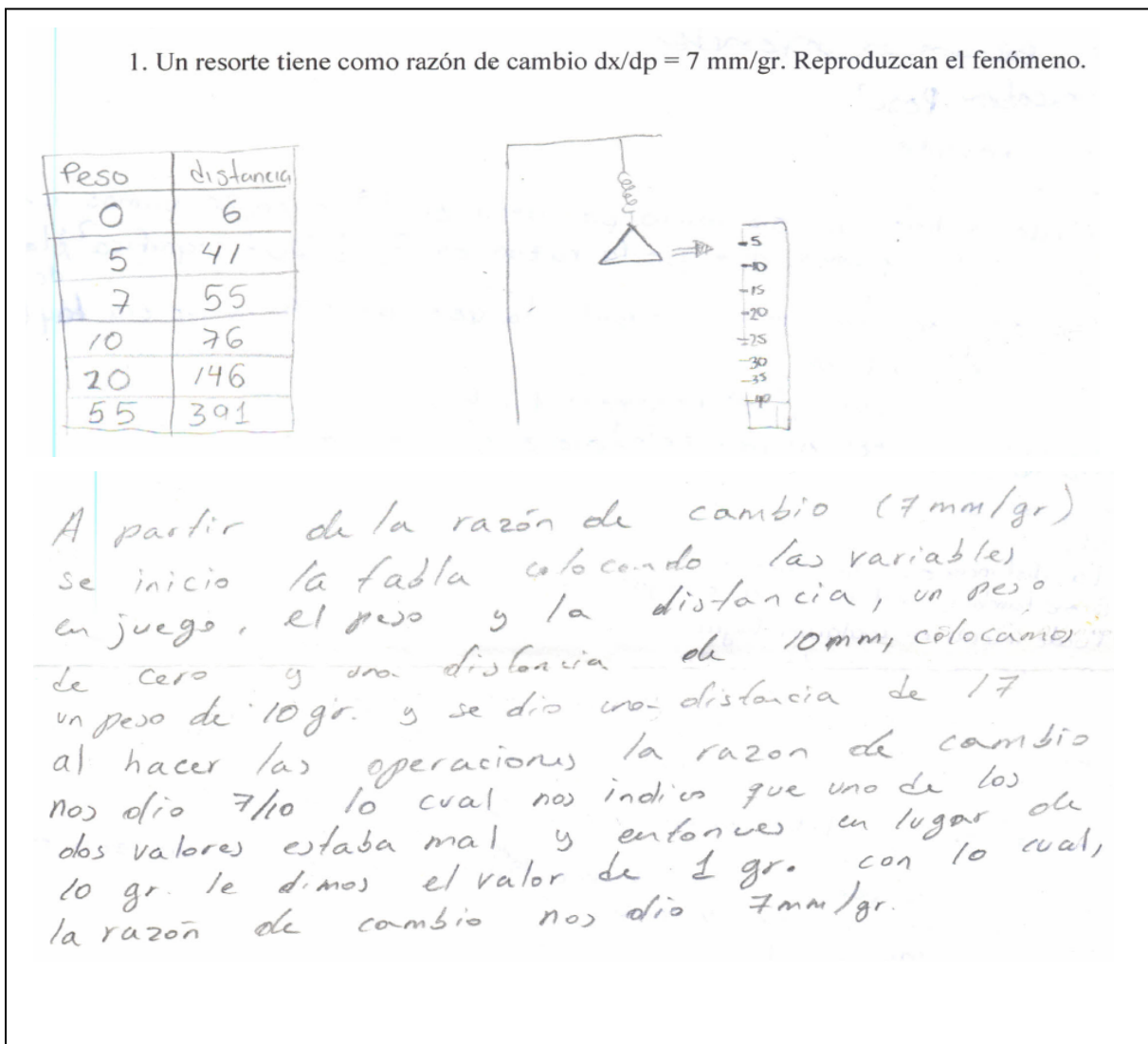


Figura 3

Simulaciones con recursos numéricos, gráficos y de lenguaje natural

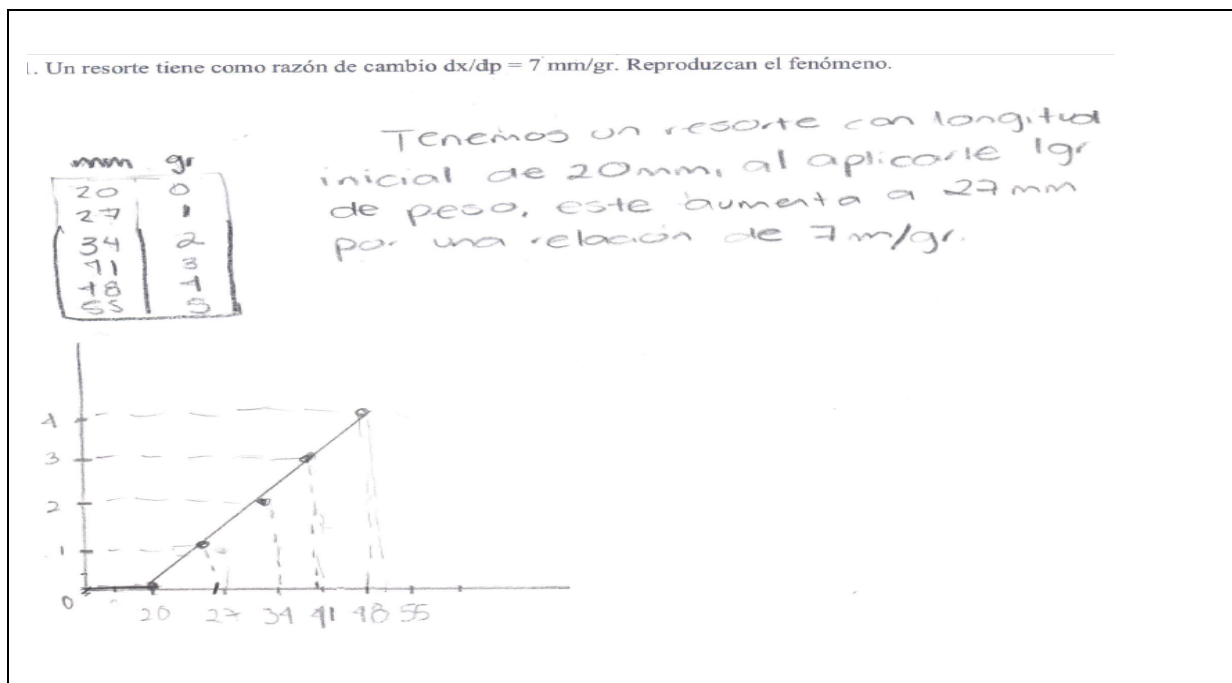


Figura 4

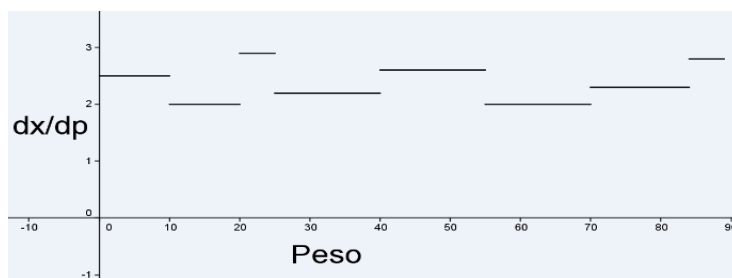
En la simulación de la figura 4 se muestra una simulación con recursos numérico, gráfico y de lenguaje natural. No consideran suficiente solo la simulación numérica o gráfica o en lenguaje natural. Articulan para su simulación recursos numéricos, gráficos y de lenguaje natural.

En la simulación sitúan la posición inicial del portapesas en 20 milímetros. Plantean un procedimiento de acumulación a partir de la “relación de 7 mm/gr”. De esta manera en la tabla los milímetros se acumulan de siete en siete mientras que los gramos de uno en uno.

La gráfica la obtienen punteando los datos de la tabla. En la gráfica consideran como eje horizontal la posición del porta pesa y en el eje vertical los pesos. El segmento sobre 0-20 en el eje de las posiciones no tiene explicación, pues implica que la posición del resorte puede estar en cualquier valor de 0 a 20.

2. SIMULACIÓN A PARTIR DE MODELOS GRÁFICOS DIFERENCIALES

Reproduzca el comportamiento de un resorte que tiene por modelo la siguiente gráfica. Argumenta tu respuesta



6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

En esta fase los recursos iniciales de simulación son los numéricos (fig.5). Construyen tablas de datos a partir de los que proporciona la gráfica diferencial. Obteniendo la posición del indicador lo primero es considerar una posición inicial, generalmente consideran el cero. Posteriormente calculan el incremento de peso (p), multiplican el incremento p por la razón de cambio y se la suman a la cantidad anterior de la columna.

Peso	$\frac{dy}{dp}$	x	y
0	2.5	25	25
10	2	20	45
20	3	15	60
25	2.2	33	93
40	2.6	39	132
55	2	30	162
70	2.3	31.5	196.5
85	2.9	14.5	211.0
90			

Multiplicamos el incremento del peso por la razón de cambio y sumamos la posición del peso anterior.

3. SIMULACIÓN A PARTIR DE MODELOS NUMÉRICOS DIFERENCIALES

En esta fase estudiantes necesitan calcular la posición del indicador, las razones de cambio son diferentes al igual que los incrementos de peso.

El procedimiento de acumulación que utilizan para completarla (fig. 6 y 7) es primero considerar una posición inicial, generalmente consideran el cero. Posteriormente calculan el incremento de peso (p), multiplican el incremento p por la razón de cambio y se la suman a la cantidad anterior de la columna. Dicho procedimiento antes mencionado para obtener los datos conlleva la construcción de un recurso algebraico:

$$\text{Posición inicial} \rightarrow \Delta p \rightarrow \Delta p \frac{\Delta x}{\Delta p} \rightarrow \Delta p \frac{\Delta x}{\Delta p} + x_{n-1} \rightarrow x_n = \Delta p \frac{\Delta x}{\Delta p} + x_{n-1}$$

4.-Reconstruye la tabla siguiente y argumenta como obtuviste los datos.

x	$\frac{\Delta x}{\Delta y}$	y
0	--	
20	1.3	26
30	1.1	57
45	1.4	58
75	1.2	71

Se resta la diferencia de un aumento de peso a otro y se multiplica por la razón de cambio y se le suma la medida anterior del peso.

Figura 6

6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

5.- Al colocarles pesas a un resorte se obtiene una Razón de cambio la cual se muestra en la siguiente tabla, ¿En que posición se encontrará el indicador? Argumenta tus resultados.

Peso	R	cm
0	--	
20	1.3	26
30	1.1	37
45	1.4	58
75	1.2	99

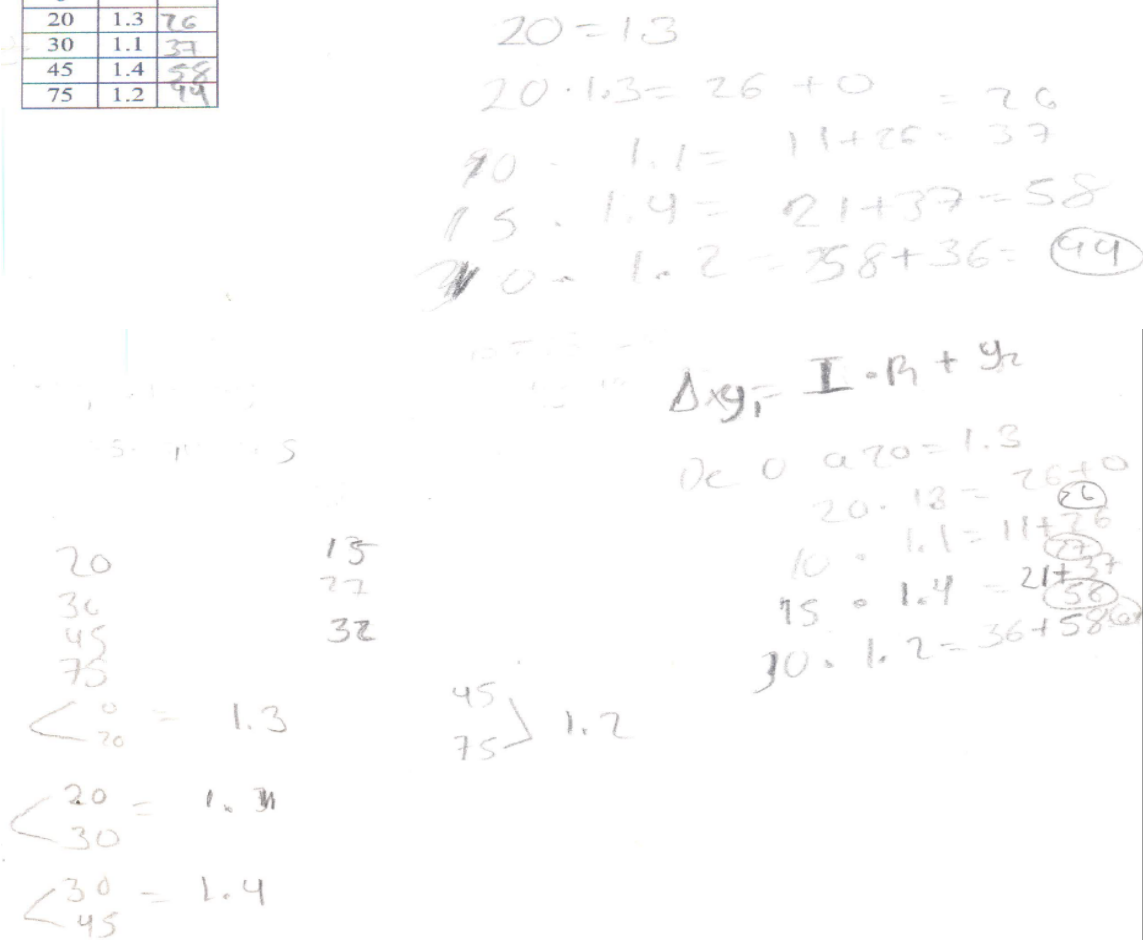
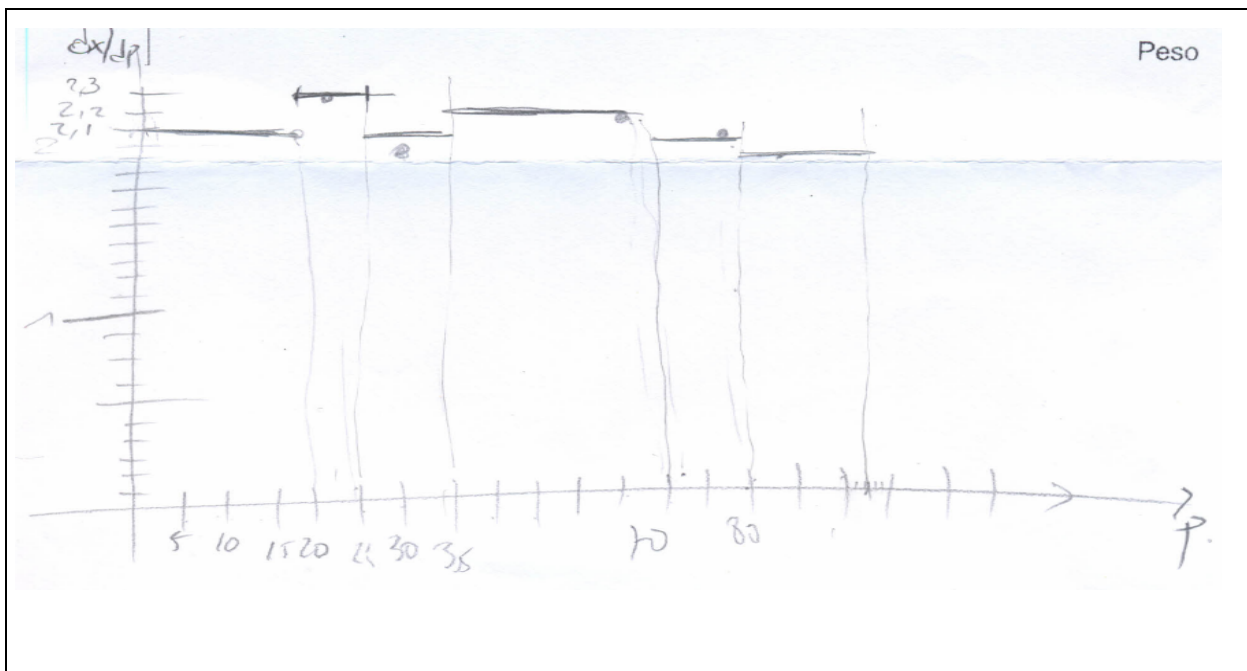


Figura 7

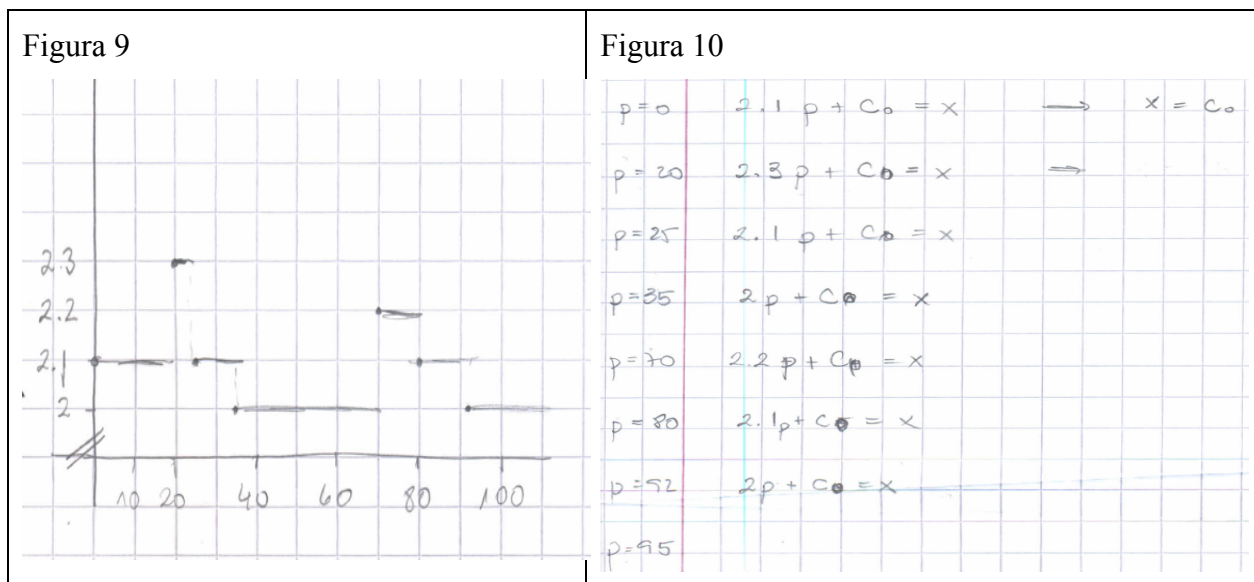
Procedimiento de acumulación de áreas

Los estudiantes construyen una gráfica diferencial a partir de la tabla diferencial que se les proporciono (fig. 8). En la gráfica trazan líneas verticales construyendo paralelogramos. Posteriormente suman el área de los paralelogramos para obtener así la posición del indicador.

6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto



Los estudiantes también construyen una gráfica diferencial a partir de la gráfica que se les proporciona (fig. 9), sin embargo no construye los paralelogramos bajo los segmentos ni sus áreas.



Para el caso donde la razones de cambio son variadas (fig.10) y se les pide encontrar la posición del indicador, se obtuvo un procedimiento igual que el anterior. *El peso por la razón de cambio mas la posición inicial* (fig.2), cabe aclarar que la posición inicial no fue dada en esta actividad, y los estudiantes designan a la posición inicial como C_0 tal como se muestra en la fig.10.

Un grupo de estudiantes logró obtener los datos de la longitud que llegaba a obtener el resorte con cada peso, esto lo realizaron *obteniendo el incremento del peso y posteriormente lo multiplicaban por la razón de cambio.*

6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

Datos obtenidos (fig. 11), desafortunadamente no lograron obtener las posiciones del indicador para cada intervalo de peso, a diferencia de los estudiantes de la figura 6 y 7.

	Peso	d^2/dp	milimetro	
20	0	2,1	x	} 4,2
5	20	2,3	x	
10	25	2,1	x	} 21
55	35	2	x	
10	70	2,2	x	} 22
12	80	2,1	x	
41	92	2	x	} 25,2
	95			

Figura 11

CONCLUSIONES

Los estudiantes de bachillerato y profesorado utilizan gráficos lineales, expresiones algebraicas (ecuaciones lineales), numérico (tablas), pictogramas numéricos y lenguaje natural que dan muestra de la diversidad de los recursos y procedimientos para la simulación. Las herramientas que construyen están relacionadas con la integral de una ecuación diferencial, una gráfica diferencial y/o una tabla diferencial, utilizan diferentes procedimientos en cada caso.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arrieta, J., Díaz, L. (2013). Una mirada socioepistemológica de la modelación. Artículo no publicado.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. Editorial: Gedisa, Barcelona, España.
- García, C. (2011). *Prácticas y herramientas matemáticas en situaciones con ruido en los datos*. Tesis de maestría no publicada. Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México.
- Secretaría de Educación Pública. (2013). Programa de estudios de matemáticas bachillerato tecnológico componentes de formación básica y propedéutica. Citado: http://www.dgeti.sep.gob.mx/sitio2012/images/multimediaDGETI/archivosPdf/planesyprogramas/Programas653/Matemáticas_Acuerdo_653_2013.pdf