

RESOLUCION DE PROBLEMA: RASGOS DISTINTIVOS EN LAS PRODUCCIONES ESCRITAS DE ESTUDIANTES DE 3° Y 4° BASICO²⁶²⁷

Rubén Balboa Ortega

Universidad de Chile;
ruben.balboa@ciae.uchile.cl

Resumen

El estudio aborda la problemática de identificar rasgos distintivos que permitan evaluar la habilidad de resolver problemas en estudiantes de 3° y 4° básico a partir del análisis de las producciones escritas de los estudiantes al resolver un problema de reparto.

Se determinaron cuatro variables: (i) representaciones, (ii) transformaciones, (iii) conceptos matemáticos y (iv) conexiones, las cuales permiten conformar la solución del problema. Luego, mediante el análisis de frecuencia de estas variables, se caracterizan las producciones escritas de los estudiantes de estos niveles.

Palabras clave: *educación básica, evaluación, resolución de problemas, producciones escritas.*

INTRODUCCION

En Chile, la habilidad de resolver de problemas hace presencia en el currículo hace un par de décadas, primero incorporada como una habilidad transversal, y en los últimos años, en la última actualización curricular adquiriendo un lugar preponderante dentro de la formación escolar en distintas disciplinas del conocimiento, especialmente en matemática. (MINEDUC, 2012)

El desarrollo de la habilidad no se centra en la aplicación de conocimientos matemáticos, sino la reflexión sobre procesos comunes en la RP, como por ejemplo, la selección e integración de información y conceptos matemáticos, el uso de heurísticas, la argumentación y la revisión del proceso realizado (Schoenfeld, 1985). Progresar en esta habilidad requiere transformar la forma en que se trabaja y, consecuentemente su evaluación.

Atendiendo a la dificultad de evaluar el logro de esta habilidad, queremos aprovechar las múltiples posibilidades que nos provee el proceso de evaluación diagnóstica para identificar aquellos rasgos distintivos que permitan analizar el grado de desarrollo en que se encuentra la habilidad en un grupo de estudiantes de 3° y 4° año básico, mediante el análisis de sus producciones escritas al enfrentarse a la resolución de un problema de reparto. Para ello, se analizarán los registros semióticos que permitirán identificar rasgos distintivos de las producciones de los estudiantes.

Antecedentes

En el contexto internacional, específicamente en el ámbito de la evaluación, Carrillo (1994) propone un modelo con descriptores de metas a partir de un perfil deseable de resolutor, el cual incorpora 5 categorías de análisis subdivididas en 5 estándares. Años más tarde, junto a Guevara (1996) realiza un estudio con profesores de aula para redefinir los descriptores en torno al perfil de

²⁶ Investigación desarrollada al amparo de la iniciativa ARPA: “Activación de la Resolución de Problemas en el Aula” (Fondef ID14I10338) CIAE-CMM de la Universidad de Chile.

²⁷ Este reporte, corresponde a un extracto de la tesis de magíster *Diagnóstico de la habilidad de resolución de problemas en estudiantes de educación básica a partir del análisis de sus producciones escritas*, presentada el 31 de julio ante la comisión evaluadora del programa de pos título de la UMCE.

Agradecimientos: Este artículo ha sido financiado parcialmente por el proyecto Fondef ID14I10338.

resolutor, ahondando en la conducta deseable mediante el estándar para evaluar la habilidad, además, incorpora la utilización de otros instrumentos y protocolos para determinar el perfil de cada estudiante.

Las investigaciones no hacen referencia a cómo evaluar la habilidad de RP en un contexto escolar, actividad central en la profesión docente. Considerando esta situación, se han formulado dos preguntas de investigación referidas a la evaluación del desarrollo de la habilidad de RP a partir del análisis de las producciones escritas de los estudiantes:

1. ¿Qué rasgos distintivos se pueden identificar en las producciones escritas de los estudiantes de 3° y 4° básico, que den cuenta de su habilidad de RP?
2. ¿Cuál es el desempeño de los estudiantes al resolver problemas de reparto, a la luz de los rasgos identificados en sus producciones escritas?

Se ha decidido acotar a problemas de reparto, dado que este contexto es accesible para todos los niveles de la Educación Básica. La acción de repartir es abordada desde los primeros años en pre-básica y luego se va desarrollando el concepto en distintos contextos matemáticos.

MARCO TEORICO

El problema

La RP es un elemento clave en el aprendizaje de la matemática y es un tópico que ha sido objeto de numerosas investigaciones en educación. Por ejemplo, los psicólogos concuerdan en que los problemas tienen tres elementos propios: los datos, los objetivos, y los obstáculos (Mayer, 1986). Otros autores utilizan una definición más amplia. Por ejemplo, Kilpatrick (1985) considera que un problema es una situación en la que se desea conseguir una meta y el camino directo para lograrlo está bloqueado, en tanto Schoenfeld (1985) introduce en su definición de problema al sujeto que trata de resolver la actividad. De esta forma considera que una misma actividad puede ser un problema para un individuo y ser un ejercicio rutinario para otro.

Este trabajo consideramos el concepto de problema bajo el que se formuló y se está desarrollando el proyecto Fondef ID14I10338 “Estrategias de Desarrollo Profesional: Profesores de Enseñanza Básica, Habilidades Matemáticas y Clases de Matemática”, de donde proceden los datos utilizados para la investigación que presentamos en este documento:

Un problema es una actividad matemática para la cual la persona que la enfrenta no conoce un procedimiento que le conduzca a la solución, esta tiene interés en resolverlo, le supone un desafío y siente que lo puede resolver. Un problema puede estar planteado en un contexto matemático o no matemático. (Felmer y Perdomo-Díaz, 2013, p.12)

En tanto, asociado al concepto de problema, compartimos el paradigma que “la RP es un proceso complejo que requiere que un individuo coordine sus experiencias previas, su conocimiento, su comprensión y su intuición para satisfacer las demandas de una situación nueva” (Kaur y Yeap, 2009, p. 308). Por tanto, la forma en que una persona se enfrente a la RP dependerá de sus conocimientos matemáticos, heurísticas, estrategias de control que disponga, las creencias hacia la matemática y hacia su propio desempeño como resolutor de problemas y las prácticas educativas en las que haya participado (Schoenfeld, 1985).

Sistemas de representación

En el proceso de RP, juegan un papel central las representaciones mentales de los estudiantes, los razonamientos empleados y la forma en que dan sentido a las actividades realizadas. La manera en que los estudiantes conectan las piezas de su conocimiento y las representa, son un factor clave para que puedan entender más profundamente y puedan usarlo en la RP. Para poder acceder a las representaciones mentales de los estudiantes y así poder realizar un diagnóstico de la habilidad de

resolver problemas, es necesario estudiar los sistemas de representación externos, en esta línea, Duval (1993) señala la necesidad de utilizar diferentes sistemas de representación asociados a un mismo concepto matemático, puesto que cada sistema de representación muestra características y relaciones complementarias que responden en conjunto al concepto matemático. Así distinguiremos la coordinación entre distintas representaciones, que conllevan acciones de reconocimiento, tratamiento y conversión de los sistemas. Dentro de las transformaciones, Duval distingue dos tipos: el *tratamiento* o las operaciones realizadas dentro de cada sistema de representación, y la *conversión* o cambio de registro semiótico entre diferentes representaciones.

Metodología

En el contexto de la iniciativa ARPA¹, se aplicó un problema de reparto a los estudiantes de los profesores que participan del FONDEF, para analizar las producciones escritas e identificar los rasgos distintivos que permitieran evaluar el desarrollo de la habilidad. Para objeto de este reporte, solo se presentaran los datos de estudiantes 3° y 4° (36 y 24 respectivamente), pertenecientes a escuelas de las comunas de Lo Espejo y Valparaíso.

En la primera etapa se diseñó el instrumento y se realizó una revisión bibliográfica para identificar las variables de análisis de las producciones. Luego, se analizaron las producciones y se definieron los rasgos distintivos, los cuales permiten diferenciar/distinguir el desempeño de los estudiantes.

RESULTADOS

Rasgos distintivos

En la búsqueda de aquellos rasgos distintivos que permitieran caracterizar las producciones escritas de los estudiantes se distinguieron distintos atributos a partir de la indagación en tres fuentes de información: revisión bibliográfica, revisión de producciones escritas levantando variables y el análisis por comparación de las variables levantadas, hasta la saturación de la información.

Luego de esta revisión se distinguieron 4 categorías que guiaron el análisis de las producciones de los estudiantes en estos niveles:

Representaciones: Utilización de distintos registros de representación y expresión (Martí at el, 2000). En este sentido, hemos distinguido qué tipos de representaciones han utilizado los estudiantes: Lenguaje Figurativo (LF), Lenguaje Matemático (LM) y Lenguaje Verbal/Escrito (LVE).

Transformaciones: Cambios en las representaciones, se dividen en dos categorías (Duval, 1993): *Tratamiento* que corresponde a una transformación interna de un registro. *Conversión:* corresponde a la transformación de una representación en otro registro, conservando la totalidad o parte del contenido del registro inicial.

Conexiones: Caracterizadas por las réplicas que demanda la tarea de resolver el problema al estudiante. De esta forma, se configuraran distintas conexiones a partir de las fases involucradas en la RP. La inclusión de registros en el desarrollo (D), respuesta (R) y justificación (J), darán cuenta del tipo de conexión que realizó al abordar el problema, distinguiendo a partir de estas conexiones, producciones escritas de una ($E \rightarrow D$; $E \rightarrow R$; $E \rightarrow J$), dos ($E \rightarrow D \rightarrow R$; $E \rightarrow D \rightarrow J$; $E \rightarrow R \rightarrow J$) o tres ($E \rightarrow D \rightarrow R \rightarrow J$) fases.

Conceptos matemáticos: Este problema, demanda que el estudiante sea capaz de incorporar tres conceptos en las heurísticas que utilice para resolver el problema: cuantificación, reparto equitativo y comparación. (Schoenfeld, 1985).

Cada una de las categorías, de forma individual o conjunto, discriminan en torno a rasgos que permiten distinguir una producción de otra. Así por ejemplo, a partir de las representaciones y transformaciones, podemos definir la frecuencia de un determinado registro o el tipo de transformación que se utiliza en algún nivel en particular. Los mismo podría ocurrir para las otras

categorías o si prefiriéramos, intersecar dos variables para caracterizar las representaciones que utilizan estudiantes que resuelven el problema en una fase.

Desempeño de los estudiantes

Las variables, en su conjunto, determinan el éxito frente a la RP en función de la incorporación de los elementos que definen la solución correcta del problema. En esta investigación, se ha definido como *solución* a la respuesta que logre dar cuenta de una *conexión* de 3 fases, además de la incorporación -en las heurísticas- de los *conceptos matemáticos* que resuelven el problema.

Las *conexiones* dan cuenta de las fases que incorpora el estudiante para resolver el problema, siendo así, tendremos estudiantes que resuelven el problema en una sola fase, es decir, que desde el enunciado del problema van directo a realizar algún tipo de registro en alguna de las fases, y otros, que para resolver incorporan todas las fases. La incorporación de los *conceptos matemáticos*, pareciera, que ayuda a definir la heurística que se utilizará para resolver el problema. Así por ejemplo, un estudiante que incorpore el concepto de reparto, elaborará una estrategia que le permita operacionalizar su pensamiento a partir de la utilización de diversas representaciones que transfieran su pensamiento externamente.

Revisando las frecuencias registradas luego del análisis de las distintas categorías, podemos detallar:

Representaciones: El análisis se efectuará a partir de las fases de resolución.

Fase de desarrollo: Los estudiantes que han respondido el problema, han utilizado los tres sistemas de representación con el siguiente porcentaje de frecuencia para cada categoría: LF un 23%; LM 40% y por último, con menor porcentaje de utilización LVE con un 5% (Tabla 1).

Fase de respuesta: En el contexto del problema, a partir de las opciones de respuesta (niño o niña), el 80% de los estudiantes comunica la respuesta utilizando este registro, solo hay dos estudiantes de 3° básico que complementan la utilización del LVE con registros de carácter LF o LM (Tabla 1).

Fase de justificación: Al igual que en la fase de respuesta, esta fase está caracterizada por la mayoritaria utilización de representaciones en LVE, alcanzando un 70% de utilización, pero además, dentro de este porcentaje, un 34% de los estudiantes complementa su registro con la utilización de representaciones en LM (Tabla 1).

Fase Nivel	Desarrollo			Respuesta			Justificación		
	F	LM	LV	F	LM	LV	F	LM	LV
3°	7	14	1	1	-	30	-	15	27
%	19,44%	39,66%	2,77%	2,77%	-	89,55%	-	41,66%	72,22%
4°	7	10	2			19		5	15
%	29,16%	41,66%	8,33%	-	-	79,16%	-	20,83%	62,5%
Total	14	24	3	1	-	48	-	20	42
Total %	23,8%	40%	5%	1,66%	-	80%	-	34%	70%

Tabla 1: Representación por fase de resolución

Transformaciones:

Cerca del 50% de los estudiantes, de ambos niveles, registran representaciones. De ellas, podemos distinguir que en 3° básico un 30% de los estudiantes realizan tratamiento versus un 16% en el caso de estudiantes de 4° básico. Al comparar la utilización de conversiones, en 3° básico, es utilizada por el 11% de los niños versus el 20% de los estudiantes de 4° básico (Tabla 2).

Tabla 2: Resumen de transformaciones utilizadas

Fase	Transformaciones	% de estudiantes que utilizan representaciones	Transformaciones	
			Conversiones	Tratamiento
3°	Desarrollo	47,22%	11,11%	30,56%
4°	Desarrollo	50%	20,83%	16,66%

Conexiones:

Al realizar una comparación por fases entre ambos niveles (Tabla 3), podemos distinguir que en las conexiones de una fase, un porcentaje mayor de estudiantes de 4° básico establece este tipo de relaciones. Respecto a las conexiones de dos fases, los estudiantes de 4° básico, dan mayor uso, alcanzado más de 62% versus un 50% de utilización en 3° básico. Por último, en la conexión de tres fases, los estudiantes de 3° básico la utilizan más, alcanzando un 30,56% en comparación a los estudiantes de 4° básico (16,67%). Si analizamos todos los tipos de conexiones, la ruta más utilizada es la que guarda relación con $E \rightarrow R \rightarrow J$, prescindiendo expresar representaciones en el desarrollo.

Tabla 3. Conexiones entre fases de resolución

Fase Nivel	1 Fase			2 Fases			3 Fases
	$E \rightarrow D$	$E \rightarrow R$	$E \rightarrow J$	$E \rightarrow D \rightarrow R$	$E \rightarrow D \rightarrow J$	$E \rightarrow R \rightarrow J$	$E \rightarrow D \rightarrow R \rightarrow J$
3°	2	2	1	4	2	13	11
%	5,56%	5,56%	2,78%	11,11%	2,78%	36,11%	30,56%
4°	2	2	-	4	2	9	4
%	8,33%	8,33%	0%	16,67%	8,33%	37,50%	16,67%
Total	4	4	1	8	3	22	15
Total %	6,94%	6,94%	1,39%	13,89%	5,55%	36,80%	23,61%

Conceptos matemáticos:

Dado que no todos los estudiantes incorporan estos conceptos, en este apartado solo se incluirán aquellos estudiantes que utilicen estos conceptos dentro de la heurística de resolución. A partir del análisis (Tabla 4) podemos observar que un porcentaje menor de los estudiantes logra incorporar el concepto de reparto equitativo y no equitativo (34%), los porcentajes aumentan al momento de verificar la incorporación de los conceptos de cuantificación y comparación con un 68,05% y 60,27% respectivamente.

Tabla 4. Incorporación de conceptos matemáticos

Concepto Nivel	Cuantificar	Relación de orden	Reparto no equitativo	Reparto equitativo
3°	25	24	4	4
%	69,44%	66,37%	11,11%	11,11%
4°	16	13	6	5
%	66,67%	54,17%	25,00%	20,83%
Total	41	37	10	9
Total %	68,05%	60,27%	18,05%	15,97%

CONCLUSIÓN

Según Lester y Kehle (2003, p. 503), “el éxito en la RP requiere coordinación de experiencias previas, representaciones familiares, y modelos de inferencia y representación...”. Son estos los elementos que queremos recoger e identificar a partir del diagnóstico de la habilidad. Por tanto, indagar sobre las representaciones y transformaciones utilizadas, además de la incorporación de conceptos matemáticos en las heurísticas, nos permitirá advertir sobre los componentes que ponen en juego al enfrentarse a un problema estudiantes de estos niveles académicos. Componentes que son determinantes al momento de evaluar el desarrollo de la habilidad de resolver problemas. En

este estudio, solo un 8,3% de los estudiantes logra incorporar estos elementos de acuerdo a la definición de *solución* que fue considerada en esta investigación, del resto de los estudiantes, un 75% no incorpora los elementos y un 16,6% no comunica una respuesta.

La selección y definición de los rasgos distintivos, permite objetivar el análisis de los registros semióticos que los estudiantes elaboran al resolver los problemas. Sin duda, estos criterios de observación viabilizan una mirada ecuaníme al momento de revisar las producciones, que no solo se limita a esta u otras investigación al unificar la mirada, sino que se expande a lo que los profesores pueden hacer dentro de las aulas al momento de evaluar la Habilidad de Resolver Problemas. Incluyendo estos elementos, el análisis, trascenderá más allá de cotejar una respuesta correcta, ya que como ha quedado en evidencia, hay elementos que no pueden ser anulados, dada la riqueza que aportan a la hora que planteamos la evaluación de esta habilidad.

Referencias

- Carrillo, J., & Guevara, F. (1996). *Un Instrumento Para Evaluar La Resolución De Problemas*. España. Uno, *Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 8, pp. 65–81.
- Carrillo, J. (1994). *La resolución de problemas en matemáticas: ¿Cómo abordar su evaluación?* España. *Investigación en la escuela*, 25, pp. 79–86.
- Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, IREM de Strasbourg 37-65.
- Felmer, P & Perdomo, J (2013) *Estrategias de Desarrollo Profesional: Profesores de Enseñanza Básica, Habilidades Matemáticas y Clases de Matemática*. Fondef ID14110338.
- Lester, F. & P. Kehle (2003), "From problem solving to modeling. The evolution of thinking about research on complex mathematical activity", en R. Lesh (ed.), *Beyond constructivism, models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*, Lawrence Erlbaum Associates
- Kaur, B., & Yeap, B. H. (2009). *Mathematical problem solving in Singapore schools*. In B. Kaur, B. H. Yeap & Kapur, M., *Mathematical problem solving: Yearbook 2009* (pp. 3-13). Singapore: Association of Mathematics Education and World Scientific.
- Kilpatrick, J. (1985). *A Retrospective Account of the Twenty-five Years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving*. En E. A. Silver (Ed.). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. (pp. 1- 15). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Martí, E. & Pozo, J (2000). *Más allá de las representaciones mentales: la adquisición de los sistemas externos de representación*. España. *Infancia y aprendizaje*, 90, pp.11- 30.
- Mayer, R. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. España: Paidós.
- MINEDUC. (2012). *Bases Curriculares y Programas de Estudio 1 a 6 ° Básico*. Chile
- Polya, G. (1970). *How to solve it*. Editorial Trillas.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, Inc.: USA.

ⁱ Los Talleres ARPA tienen como propósito otorgar una experiencia práctica, y generar espacios de reflexión y discusión sobre el rol de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática escolar y en la formación docente.