

EL USO DE LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA

Flor Monserrat Rodríguez Vásquez, Maribel Vicario Mejía

flor.rodriguez@uagro.mx, mvicario@uagro.mx

Universidad Autónoma de Guerrero

RESUMEN

La historia de la matemática juega un papel importante en la enseñanza de ésta, dada su riqueza cultural y su vinculación con los hechos de origen. En este trabajo discutiremos algunos ejemplos que devienen de la historia de la matemática con aportación a su enseñanza. Los ejemplos que mostramos fueron realizados al seno de las investigaciones que se hacen por parte del Cuerpo Académico Educación Matemática de la Universidad Autónoma de Guerrero, en la línea de investigación historia y epistemología de la matemática. Consideramos que la *historia de la matemática* es un elemento que se debe tener en cuenta para favorecer la búsqueda de aproximaciones a soluciones de la problemática general de la investigación en matemática educativa y en particular en los procesos de su enseñanza-aprendizaje.

PALABRAS CLAVE: historia de la matemática, investigación histórica, enseñanza.

INTRODUCCIÓN

La carencia de factores de génesis del conocimiento matemático en relación a la matemática escolar que se enseña actualmente es una de las problemáticas que se hace necesario discutir para proponer alternativas diferentes de enseñanza con base en la historia de la matemática misma. En efecto, en (Carrillo, López y Rodríguez, 2012) se identifican varios problemas de investigación bajo la perspectiva de investigación histórica epistemológica, entre los que destacan: i) la necesidad de incluir la historia de la matemática en la enseñanza de la matemática escolar; ii) la necesidad de realizar análisis de conceptos de la matemática a través de la historia; iii) la necesidad de analizar el contenido de los libros tanto históricos como de texto; iv) la carencia de la vinculación entre lo que plantea el currículum y la génesis de la matemática misma.

Lo que se propone discutir en este artículo tiene relación con el primer problema de investigación que plantean, es decir, sobre la necesidad de incluir la historia de la matemática en la enseñanza de la matemática escolar. Para ello, mostramos algunos ejemplos en los cuales la historia de la matemática es un factor alternativo en la construcción de significados matemáticos, y los cuales devienen de investigaciones bajo el sustento de la línea de investigación histórica-epistemológica.

La trascendencia de realizar investigación de este corte se debe, en parte, a los procesos de culturización que se promueven así como al descubrimiento de nuevos significados en el conocimiento matemático.

Cabe mencionar que se vislumbra la ausencia de la consideración de la historia de la matemática en los libros de texto de matemáticas que son propuestos por el sistema educativo mexicano, lo que demuestra el desconocimiento de otras alternativas en las formas de presentar el conocimiento matemático y por ende la crítica hacia la nulidad de realizar propuestas de innovación educativa considerando conocimiento de antaño.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

Finalmente en esta parte de introducción hacemos énfasis en que el grupo temático *Investigación histórica en Educación Matemática* ha participado en otras ediciones de la Escuela de Invierno en Matemática Educativa, lo que promueve el fortalecimiento académico del grupo. Se agradece a los integrantes del grupo C. a Dra. Carrillo y Dr. López la colaboración en múltiples proyectos de investigación y sus aportaciones a esta línea de investigación.

LA IMPORTANCIA DE LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA

En los últimos años, ha crecido el número de investigaciones que se han interesado por introducir una perspectiva histórica en la enseñanza de las matemáticas y nuestro país no es la excepción. Sin embargo, en general dichas investigaciones se hallan desvinculadas de la enseñanza tanto de la matemática como de la formación científica y docente. En lo que sigue se citan algunas investigaciones que muestran características importantes de la inclusión de la historia de la matemáticas en la enseñanza.

González (2004) propone a la historia de la matemática como un instrumento didáctico, haciendo alusión a su uso por medio del *Método Genético*, en que se funda en la premisa de que para comprender un concepto, los estudiantes deben pasar por similares episodios por los que ha marchado la evolución del concepto en cuestión. También menciona que la historia es fuente de inspiración, autoformación y orientación en la actividad docente y al revelar la dimensión cultural de la matemática, el legado histórico permite enriquecer su enseñanza, señala además que la historia de las matemáticas puede ofrecer al profesor un campo inagotable de estímulos para mantener su interés en una autoformación continua para perseverar en el estudio de la propia matemática, lo cual contribuirá a mantener un nivel adecuado a las exigencias curriculares y a desarrollar las necesarias capacidades de actualización y renovación pedagógicas.

Otro investigador a favor del uso de la historia de la matemática en su enseñanza es Lupiáñez (2002), quien menciona que para la mayoría de los estudiantes de Matemáticas, los conceptos que se enseñan están carentes de historia, asimismo señala que en las instituciones no se promueve el proceso de génesis de la matemática y en consecuencia al no afrontar problemas de épocas pasadas no se favorece el pensamiento matemático. Los estudiantes ven las matemáticas como un conocimiento cerrado que se encuentra en la mente del profesor, que es él quien decide cuándo una respuesta es correcta o no, y esta situación es muy dañina para las matemáticas, que son por naturaleza una materia acumulativa; respecto a esto último Ávila (1995) menciona que la mayoría de lo que fue creado desde hace milenios, tanto en contenido como en procesos, siguen siendo válidos hoy, si bien entendemos que lo que no es tan imperturbable es la forma de interpretar esos contenidos y procesos. Exponer a los estudiantes algunos de esos desarrollos tiene el potencial para animar la materia y para humanizarla ante ellos.

Por otro lado, Nolla (2001) alude que los conceptos y las ideas matemáticas que se tratan en la Enseñanza Secundaria, son presentados a los alumnos de una forma cerrada y acabada, es decir, se olvida que ha surgido después de un largo proceso de gestación, en las que las intuiciones más fecundas con otras estériles, han configurado sus presentaciones sucesivas. Y en efecto, es de reconocerse que a lo largo de la historia las ideas han sido generadas por diversos tipos de problemas, prácticos o teóricos, pertenecientes a la propia matemática o a otras disciplinas. El conocimiento de estos problemas y el estudio de la evolución de su tratamiento y de los nuevos problemas que han generado, proporcionan los fundamentos para la comprensión de las ideas y conceptos que de ellos han resultado.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

Más concretamente sobre la incorporación de la historia en el aula, en Maz (1999) se reflexiona el por qué y para qué de ello, y enfatiza que ello debe ser así por su relación con el aspecto cultural, humanístico, interdisciplinar y su posibilidad de organizar el currículo. En documento hace mención de las siguientes interrogantes elaboradas por el matemático Alemán Hans Freudenthal en 1981:

- ¿Debe un profesor de matemáticas saber algo sobre la historia de las matemáticas?
- ¿Cuál puede ser el uso de la Historia de las Matemáticas?
- ¿Qué saben los matemáticos sobre la historia de su ciencia?

Estas preguntas, sin duda, invitan a amplias investigaciones. Freudenthal (1973), hace mención de que aprender matemáticas significa “re-inventarla” mediante un proceso que denomina “mathematising” o matematización y en este sentido, sugiere que la historia permite una profundización de lo que se enseña y de lo que se aprende, constituyendo un aporte para las decisiones que se tomen curricularmente al respecto.

Santaló (1994) también enfatiza sobre la importancia de la historia de las matemáticas en aula, pues algunos estudiantes atraídos por este enfoque pueden ser favorecidos en los contenidos de los Programas de matemáticas, textualmente menciona.

“...Pero lo que sí cabe y es recomendable, es aprovechar los temas que se presentan para ello, para informar sobre la historia de su origen y los alicientes y dificultades con los que se encontraron sus creadores. La presentación histórica de muchos temas de matemáticas, es un complemento a los mismos que seguramente interesará a algunos alumnos, a los cuales se podrá suministrar información complementaria para ayudar a satisfacer su interés natural y tal vez despertar vocaciones por la historia o la epistemología de las ciencias. La escuela debe abrir el máximo de ventanas al conocimiento, para que cada alumno dirija su atención hacia lo que más le atraiga.”

Asimismo, De Guzmán (1992) quien fue uno de los investigadores más reconocidos en la investigación en Educación Matemática, expresa que la historia nos proporciona una magnífica guía para enmarcar los diferentes temas, los problemas de los que han surgido los conceptos importantes de la materia, nos da luces para entender la razón que ha conducido al hombre para ocuparse de ellos con interés. Si conocemos la evolución de las ideas de las que pretendemos ocuparnos, sabremos perfectamente el lugar que ocupa en las distintas consecuencias, aplicaciones interesantes que de ellas han podido surgir, la situación reciente de las teorías que de ellas han derivado, etc. Literalmente dice:

“A mi parecer, un cierto conocimiento de la historia de la matemática, debería formar parte indispensable del bagaje de conocimientos del matemático en general y del profesor de cualquier nivel, primario, secundario o terciario, en particular. Y, caso de este último, no sólo con la intención de que lo pueda utilizar como instrumento en su propia enseñanza, sino primeramente porque la historia le puede proporcionar una visión verdaderamente humana de la ciencia y de la matemática. De cual suele estar también el matemático muy necesitado. La visión histórica transforma meros hechos y destrezas sin alma en proporciones de conocimiento buscadas ansiosamente y en muchas ocasiones con genuina pasión por hombres de carne y hueso que se alegran inmensamente cuando por primera vez dieron con ellos. (...)

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

La perspectiva histórica nos acerca a la matemática como ciencia humana, no endiosada, a veces penosamente reptante y en ocasiones falible, pero capaz también de corregir sus errores. No aproxima a las interesantes personalidades de los hombres que han ayudado a impulsarlas a lo largo de muchos siglos por motivaciones muy distintas. De Guzmán (1992, p. 15)

Fauvel (1991), es otro autor que también se ha interesado en la historia a favor del aprendizaje, él menciona once puntos u orientaciones para con los alumnos.

1. Mencionar anécdotas matemáticas del pasado.
2. Presentar introducciones históricas de los conceptos que son nuevos para los alumnos.
3. Fomentar en los alumnos la comprensión de los problemas históricos cuya solución ha dado lugar a los distintos conceptos que aparecen en clase.
4. Impartir lecciones de Historia de las Matemáticas.
5. Idear ejercicios utilizando textos matemáticos del pasado.
6. Fomentar la creación de posters, exposiciones u otros proyectos con un tema histórico.
7. Realizar proyectos entorno a una actividad matemática local del pasado.
8. Usar ejemplos del pasado para ilustrar técnicas o métodos.
9. Explorar errores del pasado para ayudar a comprender y resolver dificultades de aprendizaje.
10. Idear aproximaciones pedagógicas al tópico de acuerdo con su desarrollo histórico.
11. Idear el orden y estructura de los temas dentro del programa de acuerdo con su desarrollo histórico.

Ostenta que utilizar la Historia de las Matemáticas, en primera instancia, ayuda a incrementar la motivación para el aprendizaje, muestra el aspecto humano de las matemáticas, cambia en los alumnos su percepción de las matemáticas, ayuda al desarrollo de un acercamiento multicultural, provee la posibilidad de un trabajo interdisciplinario de los tópicos en el currículo, indica como los conceptos fueron desarrollándose (ayudando esto a su comprensión) y por último los alumnos sienten bienestar al realizar esto, y no hacerlo únicamente con unos problemas.

Otro investigador que ha aportado ideas acerca de la importancia de la historia de las matemáticas para los profesores es Boero (1987) quien expresa lo siguiente;

“...la historia de las matemáticas ofrece a los maestros distintas ideas para su actividad didáctica, ya sea como historia de cuestiones particulares que se presentan en clase de manera explícita o como fuente de temas en los que puede proponer de nuevo de manera implícita, “contextos” para la construcción de determinados conceptos y habilidades matemáticas. La historia de las matemáticas puede también utilizarse en la enseñanza como referencia para anticipar dificultades o posibles errores en el aprendizaje de los alumnos. Si se tiene los conocimientos históricos apropiados se puede mejorar la atención del maestro hacia las concepciones de los alumnos, favorecer el diálogo con ellos y dirigir el proceso de organización de su cultura matemática.”

Señala también que no sólo es el hecho de saber sobre historia de las matemáticas sino más bien que el maestro tenga profundos conocimientos históricos y que sepa servirse de ellos.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

Concretamente sobre ejemplos para la incorporación de la historia de la matemática en el aula, Kazim (1980, citado por Santaló, 1994), proporciona algunos elementos al respecto:

- a) Ejemplos de casos en que la matemática ha progresado gracias a la ideas de generalizar resultados conocidos. Observar que casi todos los grandes descubrimientos tienen sus precursores.
- b) Existencia de problemas que se enuncian fácilmente y que sin embargo, todavía no han podido ser resueltos.
- c) Lenta evolución de los conceptos de las distintas clases de números (naturales, enteros, racionales, irracionales, reales, complejos) y sus métodos de cálculo. Discusiones que se originan y dificultades que aparecen cada vez que se introduce un nuevo concepto, generalmente de manera oscura, hasta su paulatina clasificación.
- d) Ejemplos de resultados que nacieron como puramente teóricos y que luego resultaron de mucho interés práctico.
- e) Importancia de su simbolismo adecuado para el progreso de la matemática.
- f) Existencia de grandes matemáticos cuya ocupación no era la de un matemático profesional, sino que tenía otras profesiones.

A esta lista Vidal, Quintanilla y Maz (2010) proponen agregar:

- g) Conocimiento de otras civilizaciones y de sus formas de calcular, sus tipos de construcciones arquitectónicas, su arte, su estructura, y en general, generar actividades integradas con otros subsectores de aprendizaje.
- h) Conocer pugnas controversias, y otros estados de desacuerdos entre científicos y matemáticos, intereses personales de los científicos, de las instituciones, modos de divulgación científica.

Por otra parte, sobre el uso de la historia de la matemática como recurso metodológico Cháves y Salazar (2003, citado por Vidal, Quintanilla y Maz 2010), hacen una diferenciación entre lo referente a la enseñanza y lo referente a la historia, ellos mencionan que:

Referente a la enseñanza, la Historia de las matemáticas: promueve de un cambio de actitud hacia la matemática; ayuda para explicar y superar los obstáculos epistemológicos; es un incentivo hacia la reflexión y una actitud crítica del estudiante; funciona como integrador de la matemática con otras disciplinas; debe estar presente en la formación de educadores de la matemática; fomenta el interés y la motivación de los alumnos hacia la matemática.

Entorno a los procesos de aprendizaje permite: la contextualización histórica de un concepto o tema; la correlación entre el estudio de un concepto y su evolución histórica; la recreación de problemas matemáticos históricos; la utilización de material concreto y de recursos visuales; el despliegue de material anecdótico y biográfico de personajes matemáticos; asignar trabajos extra-clase (exposiciones, diseño de presentaciones); introducir expresiones literarias históricas referidas a la matemática (versos, diálogos, metáforas, proverbios y analogías).

Asimismo sobre el uso de la historia de la matemática en el aula, Turégano (1998) lleva a cabo una investigación la cual es denominada “Del área a la integral: un estudio en el contexto educativo”, en dicho estudio la autora menciona que el conocer el desarrollo histórico de un concepto nos puede ayudar a comprender como se produce el proceso de enseñanza aprendizaje

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

de ese concepto, porqué aparecen determinadas dificultades o errores y a organizar su enseñanza. La metodología que utiliza en la investigación es de tipo histórico ya que se trata, de emparejar el proceso de aprendizaje con el desarrollo histórico. La primera fase de su investigación consistió de estudiar el origen y la evolución del concepto de integral definida a lo largo de la historia y cómo se ha sido transmitido. La finalidad de esta fase fue elaborar un modelo, dentro del contexto matemático que pudiera utilizarse para diseñar una propuesta didáctica que permita presentar el concepto a los estudiantes.

Uno de los logros que se obtuvieron en este trabajo fue que, el presentar la génesis histórica del concepto ayudó a que el estudiante comprendiera y empleara con éxito los problemas que se expusieron en la propuesta.

Aunque los trabajos antes mencionados no están ordenados cronológicamente, sigue abriendo perspectiva este tipo de investigación, como ejemplo citamos a Romero (2013), investigación en la cual se hace propone una actividad didáctica diseñada a partir del uso de argumentos históricos para la enseñanza de las fracciones en nivel básico.

Podemos seguir mencionando investigaciones que promueven el uso de la historia de la matemática como recurso metodológico para favorecer los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática que se trata en los sistemas escolares, son numerosas las voces que se han levantado a favor de incorporarla y aquellas investigaciones en las que se ha incorporado empíricamente han logrado grandes resultados. De acuerdo con las posturas anteriores, consideramos igualmente que la inclusión de la historia de la matemática en el aula es favorable tanto para los estudiantes como para el profesor mismo y asimismo apuntamos a que se debería incluir también como fuente obligatoria para la realización de libros de texto.

LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA COMO FUENTE DE INSPIRACIÓN PARA DISEÑAR ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

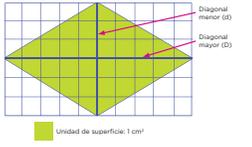
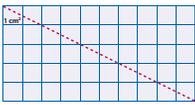
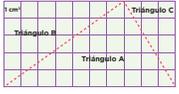
En este apartado presentaremos un ejemplo en el cual se usó la historia de la matemática para su diseño.

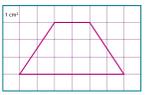
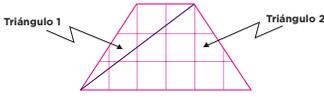
Ejemplo. Cálculo de áreas de figuras geométricas.

- *En el libro de texto*

En el libro del alumno de cuarto grado se familiariza con los distintos triángulos y aprende a reconocer las características de cada uno de ellos, se centran en el trabajo de determinar las áreas de los rectángulos y el perímetro de figuras como triángulo, rectángulo, pentágono y hexágono, para quinto año se obtuvo el siguiente análisis:

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

<p>Consigna 1</p> <p>En parejas, analicen las siguientes figuras y respondan lo que se pregunta. Justifiquen sus respuestas.</p>  <p>a) ¿Qué relación hay entre el área del rombo y la del rectángulo?</p> <p>b) ¿Cuál es la fórmula que permite calcular el área de un rombo a partir de sus diagonales? ¿Por qué?</p>	<p>Consigna</p> <p>En parejas, realicen las actividades que se indican a continuación. Para ello usen el material recortable (p. 207).</p> <p>1. En uno de los rectángulos tracen una diagonal como se muestra y recorten sobre ella. Luego, respondan las siguientes preguntas.</p>  <p>a) ¿Cuál es el área del rectángulo?</p> <p>b) Superpongan los triángulos obtenidos. ¿Cómo son?</p> <p>c) ¿Cuál es el área de cada uno?</p> <p>d) Si el área del rectángulo se obtiene al multiplicar la base por la altura ($b \times h$), ¿cómo se obtiene el área de un triángulo?</p>	<p>2. En el segundo rectángulo tracen dos rectas como lo indica la siguiente figura y recorten.</p>  <p>Superpongan los triángulos y determinen el área de cada uno.</p> <p>a) Área del triángulo A:</p> <p>b) Área del triángulo B:</p> <p>c) Área del triángulo C:</p> 
<p><i>Del libro de Quinto grado. Lección 32: Rombo. Pág. 71. A partir de presentar un rombo inserto en un rectángulo se pide al estudiante identificar la relación existente entre ellos y posterior a ello preguntar por la fórmula que permita determinar el área del rombo.</i></p>	<p><i>Del libro de Quinto grado. Lección 50: Divido figuras. Pág. 95. Presentan la actividad a partir de un rectángulo y se pide obtener el área de los rectángulos que lo forman, previo recordatorio de la fórmula para determinar el área del rectángulo.</i></p>	<p><i>Del libro de Quinto grado. Lección 50: Divido Figuras. Pág. 96. En la siguiente actividad se presenta un rectángulo dividido por 3 triángulos, la actividad consiste en determinar el área de cada triángulo.</i></p>

<p>Consigna</p> <p>En parejas, realicen las actividades que se indican a continuación. Para ello, usen el material recortable (p. 205).</p> <p>1. En las cuadrículas, dibujen tres trapezios iguales con las medidas del que aparece enseguida.</p>  <p>2. Recorten dos, formen un romboide como el que se observa y respondan las preguntas:</p>  <p>a) ¿Cuál es el área del romboide?</p> <p>b) ¿Cuál es el área de cada trapezoido?</p> <p>c) Si la base del romboide está formada por la suma de las bases mayor y menor del trapezoido, ¿cómo se obtiene el área de un trapezoido?</p>	<p>3. En el tercer trapezoido tracen una diagonal como se muestra enseguida y recorten los dos triángulos que se forman. Al terminar, contesten las preguntas.</p>  <p>a) ¿Cuál es el área del triángulo 1?</p> <p>b) ¿Cuál es el área del triángulo 2?</p> <p>c) ¿La suma de las áreas de los dos triángulos es igual al área del trapezoido?</p> <p>d) ¿Cómo se puede calcular el área de un trapezoido si se conocen las medidas de sus bases mayor y menor, y la medida de su altura?</p>
<p><i>Quinto grado. Lección 52: Armo figuras. Página. 99. Se induce al alumno a completar el trapezoido en un romboide para determinar el área, recalcando los elementos que permiten determinar el área del rombo.</i></p>	<p><i>Quinto grado. Lección 52: Armo figuras. Página. 100. En esta actividad se les pide determinar el área del trapezoido a partir de los triángulos que lo forman para posteriormente obtener el área del trapezoido.</i></p>

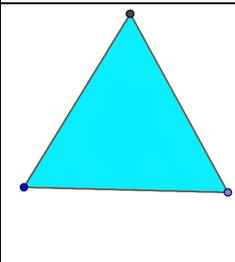
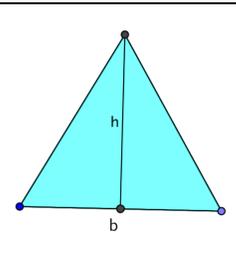
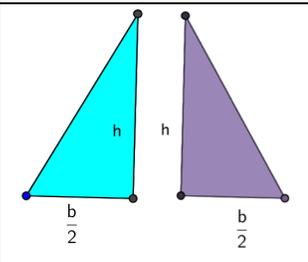
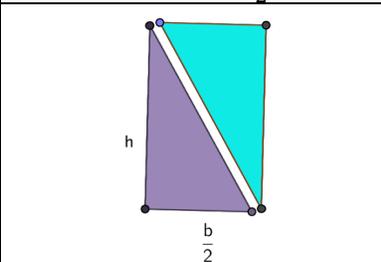
12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

Se puede observar que las lecciones marcadas en los libros de texto gratuitos de primaria se induce al estudiante a determinar la fórmula para determinar las áreas de los polígonos regulares, sin embargo las actividades aún no permiten que el alumno logre una generalización que a partir de un solo elemento pueda generar las fórmulas sin necesidad de memorizarlas.

Es así como destacamos la importancia de la historia.

- *En la historia*

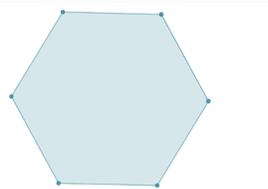
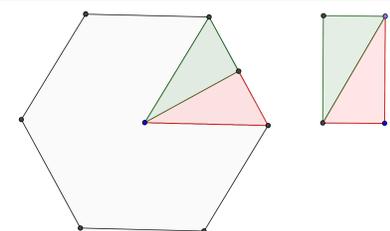
Muestra de la matemática egipcia se encuentra en el papiro de “Rhind” o “Ahmes” se encuentran varios problemas que dan muestra del estado de desarrollo de las matemáticas egipcia, tal es el caso del problema 51: “Toma la mitad de la base y multiplícalo por la altura”, este problema proporciona el método para calcular el área de un triángulo isósceles; La justificación del método, sugiere el siguiente procedimiento:

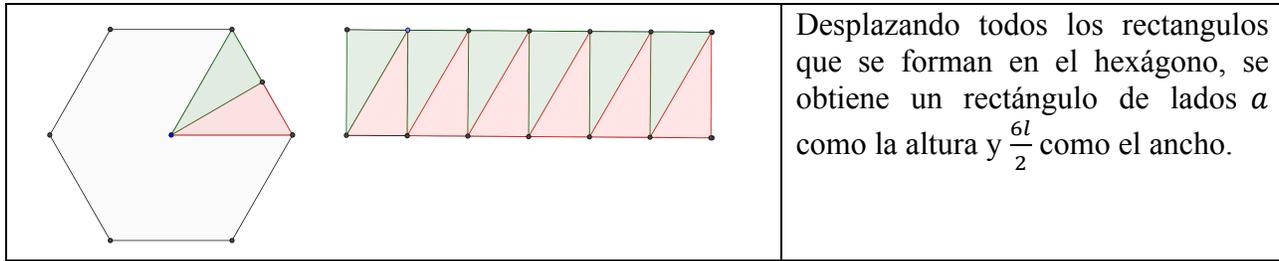
Triángulo isósceles	Se divide el triángulo de base b y altura h	Se obtienen 2 triángulos de base $\frac{b}{2}$ y de altura h .	Se desplaza un triángulo cambiando la posición y se obtiene un rectángulo de lados h y $\frac{b}{2}$
			

Por tanto el área del rectángulo obtenido es $A = \frac{h \cdot b}{2}$, lo cual es equivalente a la fórmula para obtener el área de un triángulo, es así como esta se da la transformación de áreas de figuras no cuadradas a figuras cuadradas.

- *La propuesta*

Se propone que para en la enseñanza de determinación del áreas de polígonos regulares se haga uso del método que se propone en el problema 51 del papiro de Rhind. Por ejemplo:

	Dado un polígono de 6 lados de lado l
	Se descompone en triángulos rectángulos de lado $\frac{l}{2}$ y altura a . Desplazando y cambiando de posición uno de los rectángulos se forma un rectángulo de lados $\frac{l}{2}$ y a



Por tanto, el área del rectángulo o el hexágono es $A = \frac{6l \cdot a}{2}$. Donde desde la fórmula para determinar el área del hexágono es $6l$ por ser un polígono de 6 lados y a por la apotema, que en este caso fue tomado como la altura.

Con estos elementos de la historia creemos, permitirá al alumno realizar una generalización para obtener las fórmulas de los polígonos regulares a partir de seccionar el polígono en triángulos y después convertirlo en rectángulos y fácilmente determinar el área y la fórmula.

Así como este ejemplo hay muchos por discutir como comunidad de Matemáticos Educativos interesados a favor de la historia de la matemática en el aula.

A MANERA DE CONCLUSIÓN

En general, el conocimiento de la historia de la matemática ha contribuido a reflexionar no sólo en el ámbito filosófico sino también en el sociocultural y epistemológico, al respecto de este último, por ejemplo, uno puede cuestionarse sobre la naturaleza de la matemática misma a lo largo de la historia, asimismo sobre sus concepciones o creencias y sobre todo, de las relaciones existentes entre la matemática y su enseñanza. Por tanto, una de las razones por las que incluir la historia de la matemática en su enseñanza es que la historia provee una oportunidad para desarrollar nuestra visión de lo que realmente es la matemática, y de esta manera se nos conduce hacia una mejor comprensión de los conceptos y teorías, además de que el cambio conceptual de la matemática se puede producir a partir de la contrastación entre diferentes tipos de representaciones, como por ejemplo entre la presentación formal de la matemática y un abordaje heurístico provisto por la historia.

Para cerrar, cabe mencionar también que la formación docente debía considerar como uno de sus ejes formadores justamente la historia de la matemática, pues se apuntala a usar a la historia de la matemática como una fuente inagotable de ideas y estrategias pedagógicas para los docentes, ya que ello le permitirá abordar la enseñanza de conceptos, procesos, algoritmos, entre otros, a la luz del desarrollo histórico con perspectiva de innovación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ávila, A. y Mancera, E. (1989). La fracción: una expresión difícil de interpretar. *Revista de la Universidad Pedagógica Nacional* 6 (17), 21-26.
- Boero, P. (1987). Utilización de la Historia de las Matemáticas en clase con alumnos de 6 a 13 años. *SUMA, Revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas* 2, pp. 17-28. En <http://revistasuma.es/IMG/pdf/2/017-028.pdf>
- Carrillo, C., López, I. y Rodríguez, F. (2012). La investigación histórica en la educación matemática. En L. Sosa., E. Aparicio., F. Rodríguez (Eds.). *Memoria de la XV Escuela de Invierno en Matemática Educativa*. 499-505.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

- Chaves, E., y Salazar, J. (2003). La Historia de la Matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática: Una experiencia a nivel de secundaria. *Revista UNICIENCIA* 20 (2).
- De Guzmán, M. (1992). *Tendencias innovadoras en Educación Matemática*. Buenos Aires: Olimpiadas Matemáticas Argentinas.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dodrecht: Reidel.
- Fauvel, J. (1991). History in the mathematical classroom. *The IREM papers*. The Mathematical Association. Francia.
- González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, 45, pp. 17-28.
- Lupiañez, G. (2002). Reflexiones didácticas sobre las historia de las matemáticas. *Suma, Revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas* 40, pp. 59-63.
- Maz, A. (1999). La historia de las matemáticas en clase: ¿Por qué? y ¿Para qué? Documento de trabajo, Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.uco.es/~ma1mamaa/GIHEM/documentos/historia_matematicas_en_clase.pdf
- Nolla, R. (2001): *Estudis i activitats sobre problemes clau de la Història de la Matemàtica. Per a una aproximació genètica al tractament de les idees matemàtiques*. Memòria de Llicència d'estudis. Generalitat de Catalunya. Recuperado de <http://www.xtec.es/sgfp/licencias/200001/resums/rnolla.htm>
- Romero, V. (2013). *Propuesta para la enseñanza de las fracciones en el nivel primaria usado argumentos históricos*. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero.
- Santaló, L. (1994). *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*. Madrid: Rialp.
- SEP. (2011). *Matemáticas. Quinto grado*. México: DGME/SEP
- Turégano, P. (1998). Del Área a la integral. Un estudio en el contexto educativo. *Enseñanza de las Ciencias* 16 (2), pp. 233-249. Recuperado el 1 de septiembre de 2014 de <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21531/21365>
- Vidal, R., Quintanilla, M. y Maz, A. (2010). La historia de la Matemática: Un valioso componente para la formación del profesorado de matemáticas. *Revista Chilena de Educación Matemática RECHIEM* 1, (5), pp. 7-21. (ISSN: 0718-1213). Recuperado el 22 de julio de 2014 de <http://biblioteca.uahurtado.cl/ujah/reduc/pdf/pdf/mfn239.pdf>