

## FORMACIÓN DE INGENIEROS DESDE LA MATEMÁTICA EDUCATIVA: APORTES Y RETOS

Ruth Rodríguez, Ivonne Sánchez, Alberto Camacho

[ruthrdz@itesm.mx](mailto:ruthrdz@itesm.mx), [ivonnesanchez10@yahoo.com](mailto:ivonnesanchez10@yahoo.com), [camachoalberto@hotmail.com](mailto:camachoalberto@hotmail.com)

Cimate Tecnológico de Monterrey, Instituto Tecnológico de Chihuahua II

### RESUMEN

La idea de este grupo de investigación es promover la creación de una red de investigadores dentro de la Comunidad de Matemática Educativa quienes en los últimos años han centrado su interés en cuestiones sobre formación de Ingenieros. En los últimos años se ha reportado una amplia cantidad de trabajos alrededor de tópicos muy variados como prácticas de modelación desde comunidades ingenieriles, necesidades del siglo XXI para el Nuevo perfil del ingeniero, cuestiones sobre las consecuencias de implicar en la clase de Matemáticas estas prácticas ingenieriles entre otros. Las perspectivas teóricas son variadas y se invita a la reflexión de los integrantes del grupo el cómo integrar de manera sistemática aportes desde la Matemática Educativa hacia temas e identificar de retos. La vinculación con asociaciones internacionales como el Consorcio de Instituciones de Latinoamérica y del Caribe de Instituciones de Ingeniería así como de la Sociedad Americana de Educación de la Ingeniería es una cuestión a tratar en el seno del grupo.

### INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha reportado una amplia cantidad de trabajos alrededor de tópicos muy variados como prácticas de modelación desde comunidades ingenieriles, en función de necesidades del siglo XXI para construir el perfil de un nuevo ingeniero con una componente global, algunos cuestionamiento sobre las consecuencias de implicar en la clase de Matemáticas estas prácticas ingenieriles entre otros temas. Las perspectivas teóricas utilizadas por dichas investigaciones son variadas y se pretende invitar a la reflexión de los integrantes del grupo sobre cómo integrar de manera sistemática aportes desde la Matemática Educativa hacia la formación de futuros ingenieros en el siglo XXI.

Enumeramos en este escrito algunos trabajos representativos de miembros del grupo y se espera durante la reunión en Oaxaca ampliar esta discusión con las personas interesadas y participantes del mismo.

### EL PAPEL DE LAS HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Sánchez y Camacho afirman que la formación de ingenieros requiere un constante uso de herramientas matemáticas, sin embargo, los estudiantes ya no “aprenden” como algunos años atrás; los avances tecnológicos y educativos nos proveen de diversos elementos que anteriormente no existían. Los estudiantes ya no son tan pasivos, por lo que los docentes o facilitadores deben esforzarse por integrar al aula elementos modernos y de uso común para reforzar el aprovechamiento escolar.

El uso de tecnologías móviles es actual, más del 80% de los estudiantes posee un dispositivo móvil, se encuentran continuamente conectados, por lo que la propuesta es utilizar esta vía de comunicación para el aprendizaje.

## 12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

“El uso pedagógico de las nuevas tecnologías posibilita hacer más eficaces los aprendizajes y potenciar las capacidades de profesores y alumnos. El avance y la penetración de las tecnologías llevan a reflexionar no solo sobre cómo las usamos mejor para educar, sino incluso a repensar los procesos y los contenidos mismos de la educación” (Guadamud, Montanero, Velásquez, & Intriago, 2010).

Se propone la inclusión de las nuevas tecnologías y la creación de un ambiente propicio para el aprendizaje de las matemáticas con la intención de mejorar el rendimiento académico de los estudiantes a través de la aplicación de estrategias de enseñanza dinámica y la utilización de recursos tecnológicos. Un aula donde se manejarán los contenidos significativos, actualizados, se controlará el espacio (se trabaja en mesas y sillas, no butacas) y el ambiente con diversas distribuciones espaciales dependiendo del tipo de trabajo, se expondrán carteles con teoremas y fórmulas alusivos al tema. El trabajo puede ser individual o colectivo para la formación de competencias genéricas y específicas. Representa un trabajo intelectualmente complejo que aplica diversas competencias en situaciones del mundo real. El diseño del aula se evalúa constantemente con el fin de monitorear las actividades realizadas, y de esta forma verificar que estrategias o recursos son necesarios o no en el desarrollo del proyecto

Se integran diversos elementos tales como una computadora que funciona como servidor, red interna wi fi, pizarrón electrónico e-Beam, cañón proyector, recursos didácticos y estrategias como la proyección de videos, la creación de un grupo de trabajo en red social (Facebook), lonas impresas, ubicación estratégica de escritorios, trabajos creativos, entrevistas y también se creó una aplicación para Android ( Celmath) a través de la cual los alumnos pueden obtener las clases mediante una imagen capturada directamente del pizarrón. Los estudiantes utilizan dispositivos móviles y pueden apoyarse en apps de smartphone, Tablet y/o pc en cualquier momento de la clase.

### **SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL CÁLCULO**

El objetivo es apoyar a los estudiantes en el proceso de aprendizaje del cálculo diferencial e integral, motivarlos a que concluyan el semestre satisfactoriamente y analizar los efectos de la introducción al ambiente de un aula inteligente.

#### *Desarrollo conceptual de la clase*

En cuanto al contenido un punto que es importante aclarar es el tipo de aplicaciones de la matemática en situaciones de la vida cotidiana, con el objetivo de extender los conceptos y los conocimientos adquiridos a través de la investigación de diversos problemas que se plantean. Esto puede llevarse a cabo en forma individual o por equipo de modo que permita llevar a cabo ciertas tareas de aprendizaje.

El resultado es un producto flexible y adecuado a cada grupo de estudio, transformando de esta manera la concepción de que el maestro es el único que sabe y los estudiantes entran en el camino de “aprender a aprender”, incrementado su capacidad de negociación donde se ponen en evidencia los conocimientos y destrezas adquiridos.

Se proponen ejercicios que no presenten el mismo tipo de dificultades, con el objetivo de que los estudiantes integren conocimientos intra y extramatemáticos, para evitar la mecanización en la resolución de los mismos.

#### *Impacto académico*

## 12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

Es importante recalcar la importancia de la aplicación de la tecnología no sólo como una herramienta de estudio e innovación, sino como una forma de captar y mantener la atención de los estudiantes al utilizar los medios de uso cotidiano y común como son los dispositivos móviles (celular y tableta), nos lleva a un cambio de actitud hacia las Matemáticas pues ellos se sienten atraídos hacia el uso de las nuevas tecnologías. Aunado a que se desarrollan habilidades y competencias informáticas, se privilegia la capacidad de búsqueda y aplicación de recursos.

El presentar ejemplos y proyectos de la vida cotidiana como fuente de conocimiento es muy importante pues se desarrolla la tolerancia, el respeto a los demás, a sus opiniones. Es un trabajo complejo con aplicación en situaciones del mundo real, en donde se aplican diversas estrategias de análisis y sistematización de la información para llegar a la solución correcta.

El conocimiento se torna utilizable, para llegar al “saber hacer”. La evaluación es, entonces un proceso continuo, que permite identificar los aspectos relevantes de forma inmediata y en su caso solucionarlos. Y se reconoce la dupla del *saber y poder* en el aprendizaje de las Matemática (saber son los conocimientos, poder es la capacidad del estudiante de aplicar esos conocimientos en diversas situaciones tanto teóricas como prácticas) (Oliveros, 2010). Se promueve el pensamiento lógico y crítico del estudiante.

### *Resultados esperados*

Que los estudiantes logren el desarrollo de las competencias genéricas y específicas determinadas en los programas de las materias de Cálculo y necesarias para poder aplicar la matemática como una herramienta indispensable en la todas las carreras. Al mismo tiempo se espera que cambie su actitud hacia la matemática y se torne en algo agradable y alcanzable. Lograr un impacto positivo en el rendimiento académico de los estudiantes, el cual deberá reflejarse en los porcentajes de reprobación y deserción.

Una primera experiencia llevada a cabo con un grupo de Ingeniería Mecatrónica en las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral en Chihuahua proporcionó resultados alentadores no sólo en la disminución de los porcentajes de reprobación y deserción, sino en el cambio de actitud hacia estas materias reflejado en una encuesta realizada a los participantes. Se presentará y discutirá al respecto en el grupo.

## **SOBRE LA FORMACIÓN DE INGENIEROS EN MONTERREY**

Otro estudio de interés es el realizado por Rodríguez (2013) donde se presente el diseño de un curso de Ecuaciones Diferenciales basado en actividades de Modelación usando experimentación y simulación en clase de Matemáticas. La idea es basada de Rodríguez (2010) donde se estudia la manera en que se vive la modelación en un ámbito escolar en el segundo año de Liceo en Francia y se llega a la conclusión de que actividades que permitan la modelación de fenómenos “reales” en la clase son poco tratados y cuándo se realizan, se pide al alumno poco reflexionar sobre el acto de modelar. Parte del fundamento teórico de observar estas formas de modelar presentes en los libros, están basados en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) propuesta por Chevallard (2007, 2009). Camacho (2013) retoma este enfoque teórico en sus trabajos así como en un ejemplo mostrado en la siguiente sección.

De manera muy semejante a lo anteriormente expuesto, en los trabajos de Rodríguez se logra presentar un enfoque de enseñanza de las Matemáticas (Ecuaciones Diferenciales) a través de la modelación y simulación computacional de fenómenos. Algunos de estos fenómenos son de naturaleza física y otros de naturaleza social, económica y biológica.

## 12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

Se pretende mostrar al alumno la gran riqueza de la herramienta matemática ED para modelar estos eventos de la vida diaria. Así mismo, se propone el trabajar en ambientes de aprendizaje activo que permita desarrollar en el futuro ingeniero competencias adicionales a las profesionales y que suelen ser consideradas suaves como lo son las tecnológicas, de comunicación y escucha, de pensamiento crítico así como aquellas de pensamiento holístico.

Justamente, una apuesta importante en el proyecto es el incorporar herramientas tecnológicas varias que permitan al alumno conocer mejor la realidad que pretende modelar/matematizar usando diferentes niveles de software:

- a) Para experimentar en clase: calculadoras graficadoras y sensores de voltaje, temperatura, movimiento (Rodríguez, 2013)
- b) Para conocer un fenómeno de manera remota, usando laboratorios remotos (Ramírez y Macías, 2013)
- c) Para realizar videoanálisis de videos grabados por los propios alumnos usando software libre como Tracker (<http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>)
- d) Usando simuladores libres en la red como lo es un laboratorio remoto de Phet (<https://phet.colorado.edu/es/>)
- e) Usando la construcción de simuladores realizados por el propio alumno, para ellos se hace uso de otro software especializado (Vensim, <http://vensim.com/>) usado por los Ingenieros Industriales (Bourguet, 2005) para dotar a la ED de una representación adicional (la quinta) a través de pensamiento sistémico/dinámica de sistemas (Rodríguez y Bourguet, 2014).

Cabe resaltar que parte del diseño de estas actividades han sido fuertemente basadas en modelaciones de comunidades de ingenieros (particularmente b y d) y por ello la importancia de reflexionar en tanto matemáticos educativos sobre la inserción de algunas prácticas de modelación de los futuros ingenieros en el aula de matemáticas y su posible implicación desde diversas perspectivas. El trabajo que comentaremos en la siguiente sección pretende reflexionar al respecto desde una posición teórica muy particular: la TAD.

### EL ESTUDIO DE LA TAD (CAMACHO)

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), tiene por objetivo contar con un control de los fenómenos didácticos, es decir, se interesa por modelar el saber y las actividades escolares que de éste se desprenden, las cuales se respaldan de los conceptos de Institución (Para esta investigación se toma el concepto de Institución en el sentido de Chevallard, o sea “*como un grupo de personas a los ojos de los cuales al menos un objeto existe*” por ejemplo: la escuela, la obra matemática de diferentes épocas, los profesores y alumnos, etc) y Praxeología. Schneider (2007) ha distinguido dos tipos de praxeologías a través del reconocimiento que hacen los matemáticos de las teorías matemáticas estandarizadas, las cuales están en ruptura con las matemáticas escolares: las *praxeologías–modelación* que organizan al saber escolar en un primer nivel de justificación matemática y las *praxeologías–deducción* que representan un nivel principal. Ambos tipos de praxeologías se contemplan en la conocida unidad básica de análisis  $[T, \tau, \theta, \Theta]$  (Chevallard 2009), mejor conocida como Organización Matemática (OM), la cual muestra que  $T$  es un tipo de problema por resolver en un ambiente escolar,  $\tau$  es la técnica con la cual se puede abordar la tarea  $T$ ,  $\theta$  la tecnología de la que se *desprende* la técnica (teoremas, axiomas, definiciones, etc.) y  $\Theta$  el marco teórico que soporta la organización. Las praxeologías se

## 12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

desarrollan en respuesta a las *grandes cuestiones* que se presentan en la matemática escolar y se puede afirmar que el conocimiento matemático se construye como respuesta de ese tipo de cuestiones (Rodríguez, Boch y Gascón, 2007, p. 481). En este sentido, el modelo epistemológico de la TAD postula la resolución de problemas como fuente de origen para la construcción de conocimiento, postulación que no es clara en la enseñanza matemática tradicional.

En los modelos praxeológicos se presenta la capacidad de los sujetos por ir autorregulando el aprendizaje, es decir de planificar qué estrategias se han de utilizar en las situaciones que se van presentando, aplicarlas, controlar el proceso, evaluarlo y detectar posibles fallas y, como consecuencia, transferir todo ello a una nueva situación.

Por su lado, los *tiempos* didácticos, o tiempos de apropiación y construcción del saber, se conciben en la TAD como *períodos* atemporales o *funcionales*, constituidos como *momentos de estudio* en lo que se conoce como Organización Didáctica. Las organizaciones o praxeologías didácticas (Chevallard, 2007), reposan sobre seis momentos y se organizan en cuatro grupos, que orientan la actividad escolar desde el encuentro y exploración de tareas  $T$ , la necesidad de una técnica  $\tau$ , la construcción del bloque tecnológico teórico  $[\theta, \Theta]$ , la *institucionalización* de los conocimientos construidos, el trabajo de la organización matemática, culminando con la evaluación de lo aprendido, los grupos son los siguientes:

### Grupo I (Actividades de Estudio e Investigación)

1. Momento del (*primer*) encuentro con la tarea  $T$
2. Momento de la exploración de  $T$  y de la *emergencia de la técnica*
3. Momento de la construcción del bloque tecnológico teórico  $[\theta, \Theta]$

### Grupo II (Síntesis)

4. Momento de la *institucionalización*

### Grupo III (Ejercicios y problemas)

5. Momento *del trabajo* de la organización matemática (y en particular *de la técnica*)

### Grupo IV (Controles)

6. Momento de la *evaluación*

La realización de cada uno de los diferentes momentos, asegura la producción de nuevo conocimiento. Es así que el profesor somete la modelación de la organización matemática a esta clasificación, lo cual le da un cierto control del avance del curso.

#### MODELACIÓN A TRAVÉS DE UNA TAREA

##### *Un problema relacionado con la razón de cambio*

El siguiente problema fue tomado de: Stewart, J. (2001, p. 152). En el texto se plantea como EJEMPLO 5, de la siguiente manera:

Se registraron las lecturas de la temperatura (en grados Celsius) cada hora, a partir de la media noche, en un día de abril, en Whitefish, Montana. El tiempo  $x$  se mide en horas a partir de la medianoche. Los datos aparecen en la Tabla I.

**Tabla I**

## 12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

$X(h)$	$T(^{\circ}\text{C})$	$X(h)$	$T(^{\circ}\text{C})$
0	6.5	13	16.0
1	6.1	14	17.3
2	5.6	15	18.2
3	4.9	16	18.8
4	4.2	17	17.6
5	4.0	18	16.0
6	4.0	19	14.1
7	4.8	20	11.5
8	6.1	21	10.2
9	8.3	22	9.0
10	10.0	23	7.9
11	12.1	24	7.0
12	14.3		

$T_1$ : Encuentra la razón promedio de cambio de la temperatura con respecto al tiempo:

- a) Desde el mediodía hasta las 3 P.M. b) desde el mediodía hasta las 2 P.M c) desde el mediodía hasta la 1 P.M.

$T_2$ : Estime la razón instantánea de cambio a mediodía.

Para resolver la tarea  $T$ , se sugieren los momentos de estudio ya mencionados:

- 1) Encuentro con la tarea  $T$
- 2) Exploración de  $T$  y la emergencia de la técnica  $\tau$
- 3) Construcción del bloque tecnológico teórico  $[\theta, \Theta]$
- 4) Institucionalizar  $[\Theta, \theta, \tau, T]$
- 5) Momento del trabajo de la Organización Matemática, en particular de la técnica  $\tau$ , es decir, resolver con esa técnica tareas alternativas.

Sugerencias:

1. Identificar las de tareas centrales y sub-tareas.
2. La técnica puede no necesariamente emerger en lo inmediato
3. Puede ocurrir que surja primero el objeto  $\theta$ : definición, teorema, propiedad, etc., el cual se admitirá como una *verdad* al centro de la tarea, en caso de que ya haya sido demostrado.
4. Ir y venir de la tarea a la tecnología  $\theta$ .
5. ¿Existen praxeologías pre-requisito? ¿Cuáles son éstas?

De acuerdo a Camacho, la modelación de las actividades de enseñanza matemática a través de las praxeologías de la TAD, aseguran al profesor un control efectivo de los saberes que hay que desarrollar para que los estudiantes tiendan a construir conocimiento.

Existen algunos otros trabajos que han adoptado este marco teórico como una forma de estudiar y caracterizar las prácticas ingenieriles (Castela, 2008; Castela y Vázquez Romo, 2011; Romo

2009; Romo-Vázquez, 2014), nos resta reflexionar sobre las implicaciones que éstas inserciones de prácticas ingenieriles en Matemáticas pudieran ocasionar a favor y/o en contra del aprendizaje del alumno.

### CONSIDERACIONES FINALES DE ESTE PRIMER AVANCE DEL GRUPO

Cabe resaltar para el inicio de este grupo, la vinculación con asociaciones internacionales como el Consorcio de Instituciones de Latinoamérica y del Caribe de Instituciones de Ingeniería ([www.laccei.org](http://www.laccei.org)) así como de la Sociedad Americana de Educación de la Ingeniería ([www.asee.org](http://www.asee.org)) ya que estas comunidades se plantean desde sus perspectivas el cómo mejorar la enseñanza y aprendizaje de los ingenieros en todos los niveles, muy en particular, de las Ciencias y de las Matemáticas. Creemos que en este tipo de cuestiones la comunidad de Matemática Educativa en México y en el mundo tiene mucho que aportar y de ahí nace este grupo ya que los investigadores que lo formamos podemos aportar mucho en esta dirección enriqueciendo enormemente ambas comunidades: la de Matemática Educativa y de la Educación de la Ingeniería. Se espera que el inicio, desarrollo y consolidación de este grupo pueda aportar al respecto.

### REFERENCIAS

- Bourguet, R. E. (2005). Desarrollo de Pensamiento Sistémico usando ecuaciones diferenciales y dinámica de sistemas. En Reunión de Intercambio de Experiencias en Estudios sobre Educación del Tecnológico de Monterrey (RIE). Monterrey. Recuperado en: <http://www.mty.itesm.mx/rectoria/dda/rieee/>
- Camacho, A. (2013). Tecnologías que justifican técnicas. Acta Latinoamericana de la 27ava. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.
- Castela C. (2008). La noción de praxeología: un instrumento de la Teoría Antropológica de lo Didáctico posiblemente útil para la Socioepistemología? En: P. Lestón (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 22 (pp. 1195–1206). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <http://clame.org.mx/documentos/alme22.pdf>
- Castela C. y Vázquez Romo A. (2011). Des mathématiques a l'Automatique: Etude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, (31), 1, 79-130.
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la Théorie Anthropologique du Didactique. En Ruíz-Higueras, L. Estepa, A. y García, F. J (Eds.). Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones a la Teoría Antropológica de lo Didáctico, 705-746. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén. España.
- Chevallard, Y. (2009). La notion de PER: problèmes et avancées. En <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf>. Consultado el 25 de julio de 2014.
- Guadamud, L.; Montanero, E.; Velásquez, A. Barberán; I., y Castillo, A.M. (2010) *Mejorar la enseñanza de las asignaturas de química y biología mediante la adecuación e implementación de una aula con mobiliario pedagógico, recursos didácticos y tecnológicos creando un ambiente didáctico que facilite el aprendizaje de los estudiantes de la facultad de filosofía, letras y ciencias de la educación*. Tesis de investigación; Portoviejo Manabí Ecuador.
- Oliveros. E. (2010). *Matemática viva 10: Guía del docente*. Grupo Editorial Norma

## 12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

- Ramírez, D. & Macías, M. (2013). Solving Material Balance Problems at Unsteady State using a Remote Laboratory. *Proceedings of the American Society of Engineering Education (ASEE) International Forum*. Atlanta, GA: USA.
- Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y Enseñanza de la Modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 13 (4-I): 191-210. México. Disponible en: <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- Rodríguez, R. (2013). Innovation in the Teaching of Mathematics for Engineers through Modeling and Technology: a Mexican Experience. *Proceedings of the American Society of Engineering Education (ASEE) International Forum*. Atlanta, GA: USA. <http://www.asee.org/public/conferences/27/papers/8339/view>
- Rodríguez, R. y Bourguet, R. (2014). Diseño interdisciplinario de Modelación Dinámica usando Ecuaciones Diferenciales y Simulación. *Latin American and Caribbean Consortium of Engineering Education (LACCEI 2014)*. Guayaquil, Ecuador. <http://www.laccei.org/LACCEI2014-Guayaquil/index.htm>
- Rodríguez, E, Boch, M y Gascón J. (2007). Los recorridos de estudio e investigación en la reformulación didáctica del problema de la metacognición. En: Ruíz-Higueras, L. Estepa, A. y García, F. J. (Eds.). *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones a la Teoría Antropológica de lo Didáctico*, 481-506. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén. España.
- Romo, A (2009). Study of a practical activity: engineering projects and their training context. In V. Durand-Guerrier et al. (eds) *Actas del 6to. Congreso Europeo de Investigación en Matemática Educativa*. Lyon: Institut National de Recherche Pédagogique, Francia. Disponible en: <http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg11-14-vasquez.pdf>
- Romo-Vázquez, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Educación Matemática 25 años* 314-338.
- Stewart, J. (2001). Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas. Thomson Learning: México.