

USO DE LA TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Blanca Ruiz Hernández, Santiago Inzunza Cázares, Armando Albert Huerta, Jorge Domínguez Domínguez, Sergio Hernández González, José Dionisio Zacarías Flores

bruiz@itesm.mx, sinzunza@uas.uasnet.mx, albert@itesm.mx, jorge@cimat.mx,
shg5712@gmail.com, jzacarias@fcfm.buap.mx,

Tecnológico de Monterrey, Universidad Autónoma de Sinaloa, Tecnológico de Monterrey, Centro de Investigación en Matemáticas, Universidad Veracruzana, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas las investigaciones en enseñanza de la probabilidad y la estadística manifiestan la necesidad de vincular los datos con los modelos probabilísticos. Esta necesidad no sólo es producto de la revolución que ha tenido la práctica y el desarrollo de la estadística debido al acelerado desarrollo de la tecnología, sino también por los esquemas mentales que adquieren los estudiantes al verse sumergidos en el mundo de la tecnología desde edades muy tempranas. Sin embargo, la introducción de la tecnología en la educación estadística no ha tenido el mismo impacto en su contraparte práctica (Moore, 1997), a pesar de que la enseñanza de estadística es la rama de las matemáticas que más se ha visto influenciada por el uso de la tecnología, en particular, de la hoja de cálculo (Artigue, 2007). En la medida que la tecnología computacional ha ido cobrando mayor importancia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística, ha surgido la necesidad de que su uso constituya un verdadero instrumento que auxilie en el desarrollo de razonamiento estadístico y probabilístico, por lo que el reto es mayúsculo para los distintos actores del proceso de enseñanza y aprendizaje. Se requiere no sólo la indagación en prácticas con uso de tecnología que propicien tales razonamientos, sino también en herramienta tecnológica accesible a la realidad escolar y social de nuestro país, en el que no todas las escuelas cuentan con recursos tecnológicos avanzados.

En México, la investigación sobre el impacto de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística es muy reciente. Los primeros estudios se empezaron a desarrollar al final de la década de los 90 y principios de la década de 2000, como parte de trabajos de tesis de maestría y doctorado en el Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Más recientemente, se ha incrementado el número de investigaciones en educación estadística en núcleos académicos de universidades del interior del país, como es el caso de la Universidad de Sonora, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Universidad Autónoma de Sinaloa, Tecnológico de Monterrey, Universidad Veracruzana y los Centros de Investigación en Matemáticas, tanto en Guanajuato como en Aguascalientes. Sin embargo, el número de investigadores en el área es muy reducido en comparación con los investigadores que existen en otras áreas de la Matemática Educativa. En este grupo de discusión, algunos representantes de estas instituciones ponen a la mesa algunas de sus investigaciones y propuestas de enseñanza, con el fin de analizar, conocer y reflexionar sobre el uso de la tecnología en la enseñanza de la probabilidad y estadística que se ha venido gestando en nuestro país, se discuten además algunos avances y necesidades de investigación en esta importante área del currículo de matemáticas.

LA INVESTIGACIÓN SOBRE USO DE LA TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN MÉXICO

Santiago Inzuna Cazares; Universidad Autónoma de Sinaloa

En los últimos años, la tecnología computacional ha ido cobrando cada vez mayor importancia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística. Identificamos al menos tres líneas de desarrollo en el contexto internacional que apoyan la afirmación anterior: la primera tiene que ver con aspectos curriculares; esto es, la incorporación formal de herramientas tecnológicas a los planes de estudio, la segunda está relacionada con el desarrollo de proyectos de investigación para conocer el potencial que tienen en la comprensión y el razonamiento de importantes ideas estadísticas, y la tercera, relacionada con el desarrollo y evolución de nuevas herramientas tecnológicas cada vez más interactivas, multirepresentacionales, con características dinámicas y capacidades flexibles de simulación (por ejemplo: Fathom, Tinkerplots, Geogebra).

Una de las líneas que hemos seguido en nuestro trabajo de investigación, tiene que ver con el uso de tecnología en la educación estadística, particularmente en los niveles de bachillerato y universitario. Los estudios realizados involucran tanto a estudiantes como profesores, y se ubican en las áreas de análisis de datos, probabilidad e inferencia estadística.

Análisis de datos

La investigación en ésta área (Inzuna y Juárez, 2014; Inzuna, 2014) la hemos enfocado en el razonamiento estadístico que desarrollan los estudiantes y profesores al analizar datos mediante un enfoque exploratorio en un ambiente computacional que se caracteriza por la disponibilidad de diversas representaciones dinámicas e interactivas (gráficas, numéricas y simbólicas).

Tanto estudiantes como profesores presentan la dificultad para ver a un conjunto de datos como un agregado o distribución cuyo comportamiento puede ser caracterizado por diversas medidas descriptivas. Su razonamiento inicial se enfoca en aspectos locales de los datos, identificando valores específicos sobresalientes, como es el caso de los datos más grandes o más pequeños, o una frecuencia en particular. El diseño de actividades que hemos puesto a prueba, promueve un análisis más global de los datos, considerando el planteamiento de preguntas que involucran propiedades como promedio, forma y variabilidad en contextos univariados y de comparación.

Al analizar los datos en un ambiente computacional, en el que se encuentran disponibles varias representaciones de los datos, y donde el cálculo de medidas descriptivas se trivializa, los usuarios logran pasar de una comprensión local a una comprensión más global, donde se identifican patrones y tendencias en los datos. Sin embargo, el proceso es diferenciado y no todos los usuarios se ubican en los mismos niveles de razonamiento. El logro de un adecuado nivel de razonamiento tiene que ver con la forma como se utilizan las representaciones que proporciona el software; así, quienes manejan varias representaciones de manera coordinada, complementan la información estadística que proporciona cada una de ellas y logran ubicarse en los niveles más altos, por su parte, quien dependen de una o dos representaciones extraen poca información de los datos, ubicándose en los niveles inferiores.

Probabilidad

Los enfoques más actuales en enseñanza de la probabilidad consideran el uso combinado de los enfoque clásico, frecuencial y subjetivo de la probabilidad. El enfoque frecuencial se vuelve

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

factible a través del uso de herramientas tecnológicas para simular fenómenos aleatorios y registrar las frecuencias con las que ocurren los eventos de interés. En nuestra investigación (Inzunsa y Romero, 2012) hemos explorado la potencialidad que ofrece un ambiente de simulación en hoja de cálculo y las dificultades que enfrentan los estudiantes para formular modelos y simular fenómenos aleatorios en un curso básico de probabilidad y estadística a nivel universitario. Los resultados indican que el proceso de modelización de un fenómeno aleatorio es un proceso complejo para muchos estudiantes, dado que requieren identificar claramente las componentes clave de un problema, las condiciones que se deben cumplir, identificar casos favorables y resumir los resultados para facilitar su interpretación.

La simulación resultó ser una tarea novedosa y desafiante para los estudiantes, ya que requiere de diversas actividades de matematización para construir un modelo que sea funcional y genere resultados correctos. Se reconoce el potencial pedagógico de la simulación como complemento al enfoque clásico y axiomático formal de la probabilidad que aún prevalece en muchos cursos universitarios, sin embargo concluimos que para aprovechar el potencial de estas herramientas tecnológicas, se requiere una planeación didáctica cuidadosa de las diversas etapas del proceso de simulación y un conocimiento adecuado de la herramienta, para que los estudiantes desarrollen esquemas adecuados que les permitan comprender los conceptos probabilísticos en cuestión y que vean el proceso de simulación como un proceso holístico, coherente y confiable para resolver problemas de probabilidad e inferencia estadística.

En cuanto al uso de simulación para abordar el tema de distribuciones de probabilidad (Inzunsa, 2008), hemos investigado sobre la forma como los estudiantes conectan las probabilidades teóricas con los resultados experimentales de la simulación. Los estudiantes aprecian el efecto del número de simulaciones en la precisión de los resultados y la desarrollan habilidad para interpretar probabilidades con más facilidad que cuando utilizan tablas y fórmulas.

Inferencia estadística

Los trabajos que hemos desarrollado en esta área se ubican dentro de la perspectiva conocida como razonamiento informal a la inferencia estadística (Inzunsa, 2006; Inzunsa, 2007; Inzunsa, 2013). En particular nos hemos interesado en desarrollar una comprensión y un razonamiento adecuado de conceptos que se involucran en los métodos de inferencia estadística tales como distribuciones muestrales, variabilidad muestral, efecto del tamaño de muestra en la estimación de un parámetro poblacional y estimaciones informales de intervalos de confianza. En general, los resultados señalan que este enfoque informal puede ayudar a los estudiantes de bachillerato y universitarios a mejorar el razonamiento inferencial previo al estudio de los métodos formales de inferencia.

En Inzunsa (2010) presentamos una propuesta alternativa de ambiente de aprendizaje basado en el uso de dos herramientas de software (Fathom y Excel) para la enseñanza y aprendizaje de la estimación de parámetros por intervalos de confianza, un tema ineludible en la mayoría de los cursos de estadística a nivel universitario. Los resultados muestran que un elevado porcentaje de alumnos lograron desarrollar un razonamiento adecuado sobre el tema, de acuerdo con un cuestionario administrado al final de las actividades y con las entrevistas realizadas a dos estudiantes. Estos temas son muy recientes en la agenda internacional y se requiere mucha investigación con estudiantes de bachillerato y nivel superior.

TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA UNIVERSITARIA

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

Armando Albert; Tecnológico de Monterrey

El uso de tecnología en la clase de estadística en el nivel universitario es cada vez más frecuente. Esto es porque se cuenta con amplia variedad de recursos tecnológicos tales como Excel, Numbers, Minitab, R, SPSS, Matlab, CalEst, entre otros, además de Apps para móviles como StatViz o Stats Pad. Por otra parte, en la investigación de educación estadística es frecuente que el diseño de las actividades incluya el uso de hojas electrónicas u otros recursos tecnológicos, pero ha estado alejada de hacer objeto de estudio el uso de la tecnología y su influencia real en el aprendizaje. Los libros de textos modernos también incluyen elementos de uso de tecnología, unas veces como herramientas de cálculo rápido, otras como graficadores eficientes, o incluso como recurso para explorar muchos datos, pero la mayoría están basados más basados en la intuición que en la investigación. Es por eso que hace falta investigar cuál es el papel del uso de tecnología en la clase de estadística: en qué momentos debe utilizarse, qué aprendizajes potencia, qué se gana con su uso en el desarrollo de ideas y razonamiento estadístico, entre otros.

El uso de tecnología como objeto de investigación en el aprendizaje de la estadística ha sido difícil de abordar por la complejidad de sus interacciones con el profesor, los estudiantes y saberes mismos. Es un reto actual para la comunidad educativa cómo investigar los fenómenos educativos que se suceden cuando se incorpora la tecnología en el ambiente de clase para el desarrollo de una actividad. En este sentido, algunas consideraciones han surgido al respecto, tal como la Aproximación Instrumental (Artigue, 2007). Desde esta perspectiva teórica se nos invita a distinguir algunos elementos en la incorporación de la tecnología en la clase: desde un artefacto hasta un instrumento para el desarrollo de ideas y resolución de problemas. Este enfoque incorpora algunas ideas de ergonomía cognitiva tales como que el instrumento es mediador entre el sujeto y el objeto, y que llega a ser tal, mediante la actividad del trabajo denominada *génesis instrumental*. Una manera de observar la génesis instrumental es mediante los esquemas que los sujetos desarrollan al interactuar con artefactos hasta que se convierten en un instrumento de trabajo (Béguin y Rabardel, 2000). Desde esta perspectiva se problematiza la introducción de la tecnología en la clase, pues al principio, sólo será un artefacto que debe evolucionar a instrumento de trabajo mediante las interacciones sucesivas que se dan entre la tecnología, los estudiantes, el profesor y el conocimiento estadístico. Ya no es sólo cuestión de investigar el aprendizaje de la estadística sino también del uso de tecnología que hará posible tal aprendizaje y posterior aplicación en situaciones nuevas.

Uno de los recursos tecnológicos al alcance de la mayoría de los profesores y estudiantes es la hoja electrónica, que se introdujo a las aulas universitarias desde finales de la década de los 80. Si bien no es siempre claro su uso en el discurso de la matemática escolar en general, sí cuando se trata de la clase de estadística, área donde más se utiliza. Sin embargo, aún no se ha esclarecido bien su papel dentro de la enseñanza de la estadística y las condiciones de éxito para su uso, cómo se dan los procesos de génesis instrumental y qué competencias específicas favorece.

Existen algunas investigaciones sobre la hoja electrónica pero no dirigidos a Estadística, sino a aspectos del razonamiento algebraico, sin embargo, pueden resultar valiosos porque aportan elementos de comprensión de la hoja electrónica. Tal el caso del trabajo de Haspekian (2005) donde resalta el gran potencial de la hoja electrónica por su variedad de registros semióticos, tales como un lenguaje más natural con la posibilidad de etiquetas según el contexto del problema; el registro numérico donde las celdas representan datos o cálculos; el registro gráfico vinculado con celdas y sus valores numéricos y un registro “numérico-variable” que permite, por ejemplo, resolver una ecuación por ensayo y error. Haspekian muestra también que lo que llama *celda*

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

variable es de naturaleza diferente a la variable en matemáticas. Esto es porque una celda variable puede tener contenidos numéricos, de dirección de internet o correo electrónico, una dirección geográfica (espacial sobre la hoja), un material de referencia o una variable abstracta.

Entre los elementos cognitivos a conocer en los estudiantes para describir una génesis instrumental serían:

- Las relaciones dinámicas entre celdas y entre celdas y fórmulas.
- Relaciones entre columnas donde una juega el papel de variable independiente y la otra dependiente.
- La manipulación de fórmulas mediante la modificación de parámetros referenciados.
- Las relaciones consecutivas de dependencia entre varias celdas.
- Los diferentes papeles que puede representar una celda variable para más de una fórmula que la referencian.
- El ensayo y error para encontrar el valor de una incógnita.

Las anteriores consideraciones se ven ampliadas para la enseñanza de la estadística, si además tomamos en cuenta que en la mayoría de las hojas electrónicas se dispone de:

- Una variedad de tipos de gráficos para variables cualitativa y cuantitativa.
- Un catálogo de distribuciones discretas y continuas y algunas técnicas estadísticas
- La relativa facilidad para hacer simulaciones de datos con distribuciones específicas.

En conclusión, se hace urgente construir marcos teóricos y metodológicos que permitan investigar la incorporación de la tecnología en la clase de estadística. Un acercamiento desde la Aproximación Instrumental nos hace ver la necesidad de investigar el uso de la tecnología como una función pragmática, porque nos permite actuar sobre el mundo y transformarlo; como una función epistémica, porque la tecnología participa en nuestra comprensión del mundo; y como una heurística, pues la tecnología influencia la manera como nos organizamos y controlamos nuestras acciones.

En el caso de la hoja electrónica, ésta ha resultado muy utilizada en práctica de la enseñanza de la estadística, pero aún falta comprender por cuándo es exitosa, en qué momentos conviene usarla y cuándo no, y conocer su génesis instrumental que facilite a nuestros estudiantes apropiarse de ella como una verdadera herramienta de trabajo para el desarrollo y aplicación de ideas estadísticas, así como de solución de problemas.

PROPUESTA PARA MOTIVAR LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

Jorge Domínguez y Domínguez, Paula B. Ozuna Santiago; CIMAT, Ags.

La estadística es el proceso de contestar o describir interrogantes sobre el mundo real mediante la colección, análisis e interpretación de los datos. Así, los estudios en estadística son un procedimiento de búsqueda en el que a partir de un problema se derivan una serie de cuestiones que se responderán y explicarán mediante una adecuada recolección y análisis de los datos.

Inicialmente los estudiantes la abordan mediante temas de estadística descriptiva, incluyendo el cálculo de medidas descriptivas, de posición y variación. Posteriormente muchos programas de enseñanza o libros de estadística presentan el procedimiento de estimación de parámetros

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

mediante intervalos de confianza y pruebas de hipótesis; estos temas integran la parte fundamental de la inferencia estadística. La prueba de hipótesis es un procedimiento estándar usado comúnmente en una gran variedad de disciplinas, puesto que la metodología de la prueba de hipótesis tiene aplicación en muchas áreas del conocimiento. Por ello es importante ilustrar las ideas principales y características relacionadas con la inferencia estadística.

El propósito de nuestro grupo de trabajo es el desarrollo de material didáctico que auxilie al docente en la enseñanza de la estadística. Para ello consideramos una serie de casos, estrategias y proyectos cercanos a los estudiantes con el fin de motivar su participación en la solución de problemas que sean de su interés o los estimule de una manera recreativa.

Uno de esos casos de estudio consiste en completar el rompecabezas por estados de la República Mexicana, con el que ilustraremos nuestro trabajo en este espacio. En esta aplicación de PowerPoint se crea un ambiente que muestra los aspectos necesarios para poder aplicar la prueba de hipótesis y luego, con un enfoque visual, se ilustra de manera animada el procedimiento estadístico para probar una hipótesis. Primero se recurre al estudio de la teoría de probabilidades, que es base en el estudio de la inferencia estadística, con las distribuciones de probabilidad.

El material didáctico incluye una herramienta tecnológica que se nombra Calculador Estadístico, abreviado CalEst. En esta presentación sólo se indican los módulos que respaldan los conceptos estadísticos esenciales en la prueba de hipótesis. Se puede conocer con mayor detalle el proyecto en Domínguez y Domínguez (2012). Esta propuesta pedagógica ha demostrado su utilidad ya que proporciona a los profesores una opción para la enseñanza de la estadística con una perspectiva visual. Por otro lado, se ha evaluado que ayuda a los estudiantes a aprender una serie de conceptos estadísticos vinculados con la prueba de hipótesis.

Materiales y Métodos

El propósito principal de la prueba de hipótesis es hacer posible la elección adecuada entre dos hipótesis, que pueden referirse a valores de parámetros, tomando en cuenta los supuestos, como que los datos siguen una cierta distribución de probabilidad; generalmente suponemos que siguen una distribución normal. En “El rompecabezas de la República Mexicana” se usa como variable aleatoria el tiempo de armado del rompecabezas, aunque hay otras variables que la aplicación proporciona como el número de estados colocados correctamente y el porcentaje de aciertos.

Suponemos que la variable aleatoria X , tiempo de finalizar el rompecabezas, sigue una distribución de probabilidad normal con media μ y desviación estándar σ . Así que se pueden calcular probabilidades sobre el número de aciertos en el rompecabezas. Para esta situación examinamos los valores específicos: $\mu = 240$ y desviación estándar $\sigma = 35$. La idea central es mostrar gráficamente el modelo de la función densidad de la normal, éste aparece en color verde. Así se observa que el área en blanco bajo la figura es el cien por ciento. Al ir pintando de color rojo el área aparece el porcentaje en un recuadro, sombreado. A través de una serie de preguntas el estudiante asimila lo que está observando, y empieza a escribir de manera formal expresiones matemáticas e interpretar. En el siguiente párrafo, se describe la idea.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

El cálculo de la probabilidad de un umbral X_c sirve como referencia para decidir si una de las hipótesis es sustentada por la información del armado del rompecabezas. Para estos valores de la normal, se plantea obtener la probabilidad en alguna de las siguientes tres situaciones: *i.* que la lectura tenga un valor (%) menor o igual a 180, $P(X \leq 180)$; *ii.* mayor o igual a 300, $P(X \geq 300)$; *iii.* entre 180 y 300, $P(180 \leq X \leq 300)$. Se anota el valor de la media y la desviación estándar, se usa la opción de “1 umbral” y se estima la probabilidad *i* (Figura 1). Este procedimiento se extiende a procesos en los que la variable aleatoria es un estadístico, por ejemplo la media muestral, para la normal o estadísticos con otro tipo de distribución. Una vez familiarizado con el cálculo de probabilidades, se aplica éste a la metodología de prueba de hipótesis. En resumen, empleando la herramienta didáctica del CalEst en el módulo de distribuciones se observa gráficamente el comportamiento de la normal en donde la variable aleatoria puede ser incluso un estadístico.

Conclusiones

Esta propuesta usa como recurso tecnológico la animación asistida por computadora y en su forma completa, las tres opciones, más una serie extra de materiales, se presenta como un paquete. Así este desarrollo resulta novedoso, visualmente atractivo y es una herramienta que complementa el aprendizaje, enseñanza y aplicación de los conceptos de estadística y probabilidad. El material contribuye a que el alumno y el profesor interactúen de manera visual con cada uno de los conceptos, se motiven a conocer más y a explorar por sí mismos. El CalEst sirve de apoyo para comprender temas y conceptos empleados en diferentes libros de estadística enfocados en planes de estudios de bachillerato, tecnológicos, ingenierías y licenciaturas. Una parte fundamental del desarrollo de nuestro trabajo está en el conocimiento y habilidad de una herramienta de cómputo aplicada para explicar y desarrollar conceptos y resultados en la enseñanza estadística y probabilidad. El desarrollo completo de la actividad “El rompecabezas de la República Mexicana” se publicará próximamente y se podrá consultar en www.calest.com.

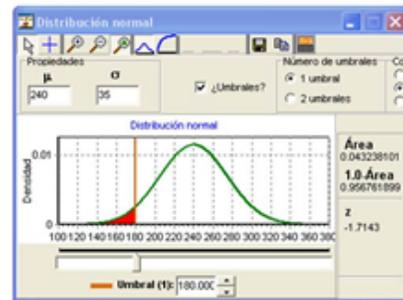


Figura 1. Cálculo de probabilidad a la izquierda

LA UTILIZACIÓN DE R EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

Sergio Hernández González; Universidad Veracruzana

Cada vez más, la sociedad puede acceder a información que anteriormente estaba fuera de su alcance gracias al desarrollo de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) y de las redes abiertas como Internet. La “sociedad de la información” está generando retos en diversos sectores y particularmente en el sector educativo. En los últimos años se han efectuado reformas a los sistemas educativos y un atributo sobresaliente en todas ellas es la incorporación de las TIC como mecanismo para promover aprendizajes efectivos y de calidad en estudiantes de todos los niveles escolares. Además se han llevado a cabo foros de debate especializado sobre diversos aspectos, donde se abordan los alcances y limitaciones de las TIC en el ámbito escolar, entre otros, la

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

UNESCO y la OCDE han promovido la configuración de indicadores internacionales comparables sobre el uso de estas tecnologías en la educación (UNESCO, 2009).

Una de las virtudes de las TIC es su amplio espectro de aplicación en el campo educativo. En la enseñanza de la matemática, destaca su utilización debido a la gran diversidad de situaciones problema que se tratan en el salón de clase, por lo que en la última década se han efectuado múltiples estudios al respecto (Pilli y Meral, 2012). En el caso de la educación estadística, su crecimiento significativo se ve reflejado en la gran cantidad de comunicaciones que continuamente se hacen del dominio público (Vishakha, 2010).

Se ha enfatizado mucho el uso de programas de cómputo especializado como herramienta para enseñar estadística. Pueden encontrarse reportes de investigación en el que se destacan las bondades de programas de amplio uso como Maple, Mathematica, MatLab, Excel; otros de uso específico: Fathom, StatGraphics, SPSS, Minitab, Statistica, EVIEWS, SAS y NCSS; algunos que operan como complementos de Excel: MegaStat, XIStat, Matrix, XLS, PopTools y PHStat2; otros que son de distribución gratuita como OpenStat, CaEst, Epidat, StatDisk, PAST y PSPP; y los que conforman entornos de programación como R.

Programas de cómputo estadístico de libre acceso

En 1984, Richard Matthew Stallman se convirtió en uno de los principales opositores al licenciamiento de software. Alrededor de 1985 creó la Free Software Foundation, la cual estaba orientada a eliminar las restricciones sobre la copia, redistribución, entendimiento y modificaciones de programas. También se ha popularizado el uso de conceptos como “copyleft” y “GNU”. Un programa de cómputo es de uso libre cuando el usuario tiene la “libertad” de, una vez obtenido, utilizarlo, copiarlo, estudiarlo, modificarlo y redistribuirlo libremente. No es correcto asociar los términos “programa de cómputo libre” con “programa de cómputo gratuito”, ya que, aunque conserve su carácter de libre, puede ser vendido comercialmente.

En el caso de la estadística, existe una gran cantidad de programas de cómputo especializado que pueden agruparse en algunas de las categorizaciones mencionadas. Algunos se han desarrollado para aplicaciones de uso general, otras para uso en tópicos particulares y algunas más como complemento de otros programas. Los programas de cómputo para aplicaciones de uso general, son variados los que sobresalen, entre los más representativos se encuentran: R, PSPP y WinIDAMS, OpenStat, ezANOVA, Demetra+, Draco Econometrics y gretl.

El lenguaje R proporciona un “ambiente robusto” para la realización de cómputo estadístico con propiedades sólidas de graficación. Se distribuye bajo el licenciamiento GNU, es multiplataforma y se encuentra disponible en múltiples idiomas. La primera versión fue creada en la Universidad de Auckland, Nueva Zelanda en la década de 1990 por Robert Gentleman y Robert Ihaka. Posee una amplia y creciente variedad de aplicaciones estocásticas de alto nivel que día a día son usadas en múltiples áreas del conocimiento, lo que posiblemente convierte a R en la herramienta de cómputo más utilizada a nivel internacional.

El uso de R en la enseñanza de la estadística

En el caso del ámbito educativo, en la última década se ha intensificado el uso de programas computacionales de uso libre en la enseñanza de numerosas disciplinas como finanzas, economía, matemáticas, probabilidad, estadística, análisis de datos, entre otras, (Ledesma, Valero-Mora y Molina, 2010; Stander y Eales, 2011). Con respecto a la enseñanza de la probabilidad, la

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

estadística y el análisis de datos, por su naturaleza disciplinar es indispensable usar tecnología computacional como coadyuvante en la formación académica.

El costo que representa obtener licencias para el uso de programas como SAS, SPSS, Minitab, Statgraphics, Statistica, entre otros, ha provocado que estudiantes y profesores busquen alternativas sin costo. Así, en el ambiente universitario es común observar cómo se ha popularizado el uso de complementos estadísticos en Microsoft Excel para el tratamiento de diversos tópicos estadísticos. MegaStat, XIStat, Matrix, XLS, PopTools y PHStat2 cuentan con una larga tradición en el aula por su facilidad de uso y gran cantidad de herramientas que integran. No obstante, al parecer es el entorno de programación *R* el que ha ganado más adeptos en los últimos años. Lo que ha contribuido a su popularización es la creación de interfaces gráficas que facilitan la interacción del usuario con *R* a través de menús de herramientas u objetos gráficos. Entre las más utilizadas se encuentran RCommander, RStudio y RKWard. Así, en los últimos años se han desarrollado y aplicado en el ámbito educativo diversos programas de cómputo especializado de uso libre. Se han utilizado complementos estadísticos para hojas de cálculo como Excel. También se han usado con éxito programas alternativos como gretl y PSPP, para tratar tópicos estocásticos en el aula (Ledesma, 2008; Cao & Naya, 2010). No obstante, el entorno de programación *R* es quizá el que ofrece mayores prestaciones para usarse en el aula.

Conclusiones

La popularización de Internet y las ventajas que su acceso ofrece, han acelerado el florecimiento de una colectividad más informada. Así, el profesorado ha enfrentado problemas para incorporar TIC en su práctica docente. En el caso particular de la estadística, se ha incrementado el uso de programas de cómputo especializado para su enseñanza. Tradicionalmente han sobresalido los paquetes de cómputo de uso restringido al pago de licenciamiento, y, algunos que operan como complementos de programas más grandes.

Pero, la última década se ha caracterizado por el crecimiento en el uso del comúnmente llamado “software libre”. Se considera necesario promover el uso de programas informáticos de uso libre en el tratamiento de tópicos estocásticos de todos los niveles educativos dado que las ventajas son muchas y significativas.

LA FERIA DE LOS DADOS. UNA MUESTRA DE PROPUESTA DE ACTIVIDADES INTERACTIVAS PARA UN AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE

José Dionicio Zacarias Flores; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Es indudable el impacto que tienen hoy en día del uso de las tecnologías digitales en la mayor parte de las actividades de las personas en el mundo. El sector educativo sin duda está siendo uno de los beneficiados pues gracias a las nuevas tecnologías se pueden desarrollar escenarios didácticos digitales que pueden instalarse en la Web en entornos conocidos como Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA). Con esto en mente, se muestra el desarrollo de un escenario didáctico diseñado para el aprendizaje de la probabilidad en el nivel bachillerato con el propósito de potenciar el uso de las tecnologías digitales (<http://mattec.matedu.cinvestav.mx/probexp2012/portada/>).

La Feria de los Datos

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

En esta aplicación se involucran diversos conceptos probabilísticos: espacio muestral, evento, probabilidad frecuencial, equiprobabilidad y frecuencia relativa.



Figura 2. Portada principal de la feria de los dados



Figura 3. Elección del dado

experimental, a la vez que se va generando un historial del juego mediante una tabla que concentra las frecuencias relativas de los respectivos valores de cada dado y se miden y muestran la proporción de veces que ganan tanto el sistema como el alumno (Figura 4).

Como el juego es interactivo puede cambiarse el dado elegido las veces que se desee. Se pretende que el alumno, al experimentar, se vaya dando cuenta que mientras más repeticiones realice se mostrará una tendencia frecuencial a perder al jugar contra el sistema pues al analizar el espacio muestral del experimento e identificar los eventos involucrados, mediante el uso del enfoque frecuencial de manera proporcional siempre estará en desventaja. Con esto se llega a la conclusión de que el juego no es justo.

Conclusiones.

El uso de la tecnología digital (o TIC) y con propuestas de aprendizaje atractivas para el estudiante, podemos lograr que se integre de manera activa en el aprendizaje de la probabilidad, algunas de las ventajas que se pueden derivar de desarrollar este tipo de escenarios es que puede guardarse el trabajo que realizan los estudiantes al experimentar, lo cual permite identificar y analizar los errores que cometen los estudiantes al intentar resolver las preguntas, además de no olvidar el alcance social que se tiene al estar soportadas en Internet, lo que también redundará en un



Figura 4. Interfaz del escenario experimental

tiempo de vida más largo del uso del software. Se pretende mostrar en el evento este y algún otro escenario desarrollado para ilustrar con más detalle este tipo de propuesta de enseñanza-aprendizaje.

COMENTARIOS FINALES

En este grupo de discusión se analizan las reflexiones y las líneas de investigación de 5 grupos que han estado interesados en la mejora del uso de la tecnología en la enseñanza de la estadística. Los cinco coinciden en la necesidad de mejora, pero lo analizan desde distintas perspectivas. La reflexión va desde la generación de aplicaciones específicas para la enseñanza que mejoren la comprensión del estudiante hasta la preocupación por la disponibilidad de la herramienta tecnológica que se favorecería con el uso de software libre. Así mismo, la delimitación de líneas de investigación desde la herramienta estadística mantiene el énfasis en la estadística como el objeto de aprendizaje, aunque no se puede sustraer de la enseñanza de la tecnología. Finalmente, pero no menos importante, está la necesidad de marcos teóricos para analizar el impacto de la tecnología en las clases de estadística.

REFERENCIAS

- Artigue, M. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. *Memorias de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Mexico: Edebé Ediciones Internacionales, pp. 9-21.
- Beguin, P., & Rabardel, P. (2000). Designing for instrument-mediated activity. *Scandinavian Journal of Information Systems*, 12(1), 1.
- Cao, R. and Naya, S. (2010). The use of statistical software to teach nonparametric curve estimation: from Excel to R. *8th International Conference on Teaching Statistics. Ljubljana, Slovenia*.
- Domínguez D. J., Domínguez L. J.A., (2012). Genuine or impostor: Using a biometric recognition system to describe the hypothesis test methodology. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 10(3).
- Haspekian, M. (2005). An “Instrumental approach” to study the integration of a computer tool into mathematics teaching: the case of spreadsheets. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 10: 109-141.
- Inzuna, S. (2006). Students’ errors and difficulties for solving problems of sampling distributions by means of computer simulation. *Proceedings of the [Seventh International Conference on Teaching Statistics](#)*. IASE-ISI.
- Inzuna, S. (2007). Meanings related to statistical intervals and distributions as constructed in a computer simulation environment. *Proceedings of the XXIX Annual Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Lake Tahoe Nevada.
- Inzuna, S. (2008). Probability calculus and connections between empirical and theoretical distributions through computer simulation. *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education*. Monterrey Nuevo León, México.

12. Seminario de introducción a la Matemática Educativa

- Inzunsa, S. (2010). Entornos Virtuales de Aprendizaje: Un enfoque alternativo para la enseñanza y aprendizaje de la inferencia estadística. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 15(45), 423-452.
- Inzunsa, S. (2013). Un acercamiento informal a la inferencia estadística mediante un ambiente computacional con estudiantes de bachillerato. *Revista de la Asociación Mexicana de Investigadores sobre uso de Tecnología en la Educación Matemática*, 1(1).
- Inzunsa, S. (2014). Dificultades en el Desarrollo de una Comprensión Global de los Datos en un Ambiente Computacional. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*
- Inzunsa, S. y Romero, M. A. (2012). Strategies and difficulties that university students develop through the modeling of random phenomena by simulation. *Proceedings of the 34th Annual Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Kalamazoo Michigan.
- Inzunsa, S. y Juárez, J. A. (2014). High School Teachers' Statistical Reasoning about Comparison of Distributions of Data in a Computer Environment. *Proceedings of the 9th International Conference on Teaching Statistics*. IASE-ISI.
- Ledesma, R. (2008). Software de Análisis de Correspondencias Múltiples: Una Revisión Comparativa. *Metodología de Encuestas*, 10, 59-78.
- Ledesma, R., Valero-Mora, P. y Molina, J. (2010). Vista: Un Software para la Enseñanza de la Estadística y la Psicometría. *Revista Argentina de Ciencias del Comportamiento*. 2(2): 2-59.
- Moore, D. (1997). New Pedagogy and new content: The case of statistics, *International Statistical Review*, 65(2), 123-127.
- Pilli, O. and Meral, A. (2012). The effects of computers-assisted instruction on the achievement, attitudes and retention of fourth grade mathematics students in North Cyprus. *Computers and Education*, 62, 62-71.
- Stander, J. and Eales, J. (2011). Using R for teaching financial mathematics and statistics. *MSOR Connections*. 11, 1, 7-11.
- Unesco. (2009). *Medición de las tecnologías de la información y la comunicación en educación. Manual del usuario*. Instituto de Estadística de la UNESCO, Canadá.
- Vishakha, P. (2010). Fathom that!: an ethnography of the use of interactive data analysis software in a statistics class of a high school serving low-income students. *8th International Conference on Teaching Statistics*. Ljubljana, Slovenia.