

# ETG DE REFERENCIA EN CHILE, SIMETRÍA: ESTUDIO DE CASO

Pizarro, A.<sup>a</sup>, Díaz, S.<sup>b</sup>, Rojas, K., López, P.<sup>c</sup>.

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso;

andrea.pizarro@ucv.cl<sup>a</sup>, susana.diaz.oyanedel@gmail.com<sup>b</sup>.

## Resumen

*El presente artículo muestra parte de los resultados de una investigación que estudió la circulación y progresión del Espacio de Trabajo Geométrico de Referencia de Chile, en tercero y cuarto básico, en torno a las Transformaciones Isométricas. En este artículo nos referimos a una de las Actividades Sugeridas por el Ministerio de Educación de Chile, en el Programa de Estudio de cuarto año básico. En esta se identifican los elementos epistemológicos y procesos cognitivos que la actividad moviliza -a la luz de la teoría del Espacio de Trabajo Geométrico propuesta por Alain Kuzniak et al.-*

**Palabras clave:** *Transformaciones Isométricas, Espacio de Trabajo Geométrico, Génesis y Circulación.*

## PRESENTACION

En Chile, la educación matemática está regida por los documentos ministeriales: Bases Curriculares y Programas de Estudio. Estos son construidos, avalados y distribuidos, por el Ministerio de Educación (MINEDUC) a modo de unificar la enseñanza a nivel nacional, apoyando así el quehacer docente.

Los aprendizajes alcanzados por los estudiantes chilenos, son evaluados a través de pruebas internacionales estandarizadas como TIMSS<sup>1</sup>. En el año 2011, esta evaluación arrojó bajos resultados en el área de geometría (“figuras geométricas y medidas”) en 4° básico, con 455 puntos. Dada la clasificación de TIMSS, dicho puntaje pertenece al nivel de desempeño Bajo, distante de los 550 puntos requeridos para posicionarse en el nivel Alto. Luego, las Transformaciones Isométricas fueron añadidas al primer ciclo básico en el año 2012.

Es por esto que la investigación<sup>1</sup> se centró en el estudio de los Programas de Matemática dentro del área de Geometría, en el objeto geométrico Transformaciones Isométricas (TISO), que se encuentra en los niveles de 3° y 4° básico. Este artículo presenta elementos de dicha investigación correspondiente al objetivo específico: Reconocer la Circulación del Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) de las actividades propuestas por el MINEDUC en Chile, en el objeto geométrico TISO de dichos niveles.

La investigación se realizó bajo un paradigma cualitativo, tal como establece Albert, M (2007): “*Es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, y a la toma de decisiones...*” (p.147). El análisis sistemático del ETG de referencia se realizó a través de un Análisis de Caso, al estudiar meticulosamente los documentos ya mencionados. Dicho análisis se realizó en dos partes, primero se estudió la correspondencia entre los elementos de los programas, en segundo lugar se estudió el ETG que cada actividad moviliza.

En este artículo se presenta el análisis de la actividad (MINEDUC, 2012): “*Identifican simetría en señales de tránsito y trazan la línea de simetría en ellas*” (p.113), correspondiente al objetivo (MINEDUC, 2012): “*Demostrar que comprenden una línea de simetría (...) en figuras*”(p.112), parte de la segunda etapa de la investigación.

Para ello se presenta la Teoría del Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) de los autores Catherine Houdement y Alain Kuzniak (2006), extendida por este último.

### Espacio de trabajo geométrico (etg)

Corresponde a un proceso complejo y progresivo en que se articulan todos los elementos matemáticos para el desarrollo del pensamiento. Es decir, son todos los elementos que, desde el punto de vista didáctico, se movilizan con el fin de facilitar el trabajo del individuo en la resolución de situaciones problemáticas.

Para organizar el estudio del concepto de Espacio de Trabajo Geométrico se reconocen dos niveles o planos horizontales no jerarquizados, “...uno de naturaleza epistemológica, en relación estrecha con los contenidos matemáticos del ámbito estudiado y, el otro, de naturaleza cognitiva, que concierne al pensamiento del sujeto que resuelve tareas matemáticas.”(Kuzniak, A. & Richard, P. 2014), formando un enfoque coherente, como se muestra en la figura 1:

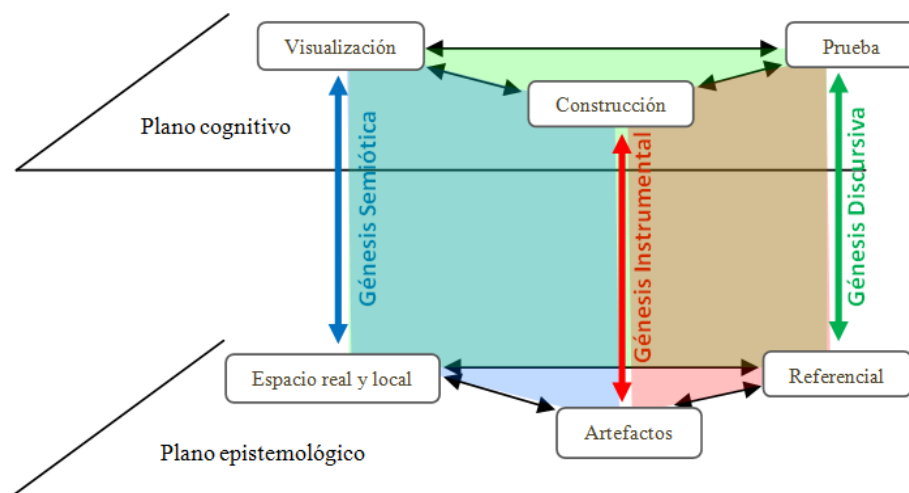


Figura 1: Diagrama General del Espacio de Trabajo Geométrico

A partir de la articulación entre ambos planos horizontales, surgen tres relaciones bidireccionales llamadas génesis: Instrumental [Ins], Semiótica [Sem] y Discursiva [Dis]. Además, los autores plantean el surgimiento de tres planos verticales, [Sem-Ins], [Ins-Dis], [Sem-Dis] según las génesis que los delimitan, como muestra la figura 1.

Kuzniak A. & Nechache A. (2015) plantean que para que el trabajo geométrico sea considerado “completo”, este debe circular a través de los tres planos verticales. Se considera Circulación a la movilización interna del Espacio de Trabajo Geométrico en una tarea geométrica dada, es decir, cómo se articulan los componentes y procesos a lo largo del desarrollo de dicha tarea.

## Tipos de etg

A partir de la comprensión del concepto de ETG, los autores proponen tres subtipos de espacios de trabajo geométrico: De Referencia, Idóneo y Personal. El primero corresponde a las propiedades, axiomas y definiciones que delimitan el trabajo de la comunidad matemática. El segundo es la reorganización didáctica de los componentes del ETG de Referencia con el fin de articularlos para su enseñanza. El tercero, es dinámico y propio de cada individuo, donde se movilizan los conocimientos matemáticos y las capacidades cognitivas para el enriquecimiento del mismo. Cada ETG Personal se ve influenciado continuamente por el de Referencia, además del ETG Personal de los demás agentes del proceso.

## Análisis del espacio de trabajo geométrico

El análisis del ETG que la Actividad Sugerida número 5 del objetivo 17 de cuarto básico moviliza, se muestra en la tabla 1.

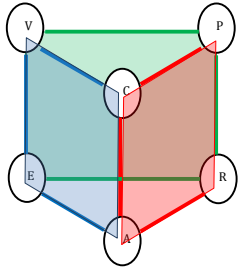
Tabla 1: Entrada al ETG, actividad original.

Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
Identifican simetría en señales de tránsito dadas y trazan la línea de simetría en ellas (no se consideran las letras).	<p>E trabajo geométrico comienza en el plano epistemológico, a través de la interrelación entre señales de tránsito, las figuras dentro de ellas y el concepto de simetría. Las señales de tránsito y el lápiz funcionan como artefactos, dado a que permiten manipular el objeto geométrico, a su vez presentan figuras pertenecientes al espacio real y local del estudiante, siendo objetos concretos y tangibles que funcionan como soporte material para el logro de la tarea. Además se utiliza el dominio previo de las características y propiedades de la simetría, que corresponden al componente referencial.</p> <p>La finalidad de la actividad es la construcción del trazado de la línea de simetría, proceso que se persigue tanto desde el uso del artefacto, como desde la visualización de la línea de simetría en las formas extraídas del espacio real y local.</p> <p>El planteamiento de la actividad no permite que se concrete ninguna génesis, ni la circulación entre la construcción y la prueba, o de esta al referencial, debido a que la actividad tiene su foco y fin en la construcción y no da espacio para el proceso de prueba.</p>	

La Actividad Sugerida 5 no presenta la movilización de ningún plano vertical completo, sino que sólo se moviliza el plano horizontal epistemológico en pos de la construcción. A partir de esta actividad, se realizó una modificación para que se produzca la movilización completa del ETG, como muestra la tabla 2:

Tabla 2: Entrada al ETG, actividad modificada.

Actividad	Entrada al ETG	Diagrama

<p>Clasifican señales de tránsito (entregadas en fichas), entre simétricas o no simétricas, argumentando dicha clasificación con el trazado de la línea de simetría en ellas.</p>	<p>El trabajo geométrico circula en el plano epistemológico, a través de la interrelación entre señales de tránsito, las figuras dentro de ellas y el concepto de simetría. Las señales de tránsito y el lápiz funcionan como artefactos, dado a que permiten manipular el objeto geométrico, a su vez presentan figuras pertenecientes al espacio real y local del estudiante, siendo objetos concretos y tangibles que funcionan como soporte material para el logro de la tarea. Además se utiliza el dominio previo de las características y propiedades de la simetría, que corresponden al componente referencial.</p> <p>Para la clasificación de las señales de tránsito, el estudiante debe visualizar las líneas de simetría en cada figura (génesis semiótica), y utilizar los artefactos como herramientas para desarrollar la construcción de las líneas de simetría (génesis instrumental), dentro del proceso de argumentación, para generar un discurso (génesis discursiva).</p>	
---	---	---

Al realizar estas modificaciones para la actividad 5, se produce la circulación dentro de los tres planos verticales de manera simultánea, por lo que se completa el prisma del ETG.

## CONCLUSIONES

Considerar las habilidades en la redacción de cada actividad, produce un enriquecimiento del ETG movilizado por esta, puesto que posibilita la concreción de las distintas génesis y la relación entre ellas. Por ejemplo, en actividad mejorada, el desarrollo de habilidades permite el logro de los procesos del plano cognitivo por parte del estudiante y la interacción entre ellos. De esta manera, incluso las modificaciones sutiles en la instrucción de la actividad, generan grandes cambios que enriquecen la circulación del Espacio de Trabajo Geométrico.

Como consecuencia del enriquecimiento del ETG movilizado por la actividad, por ejemplo al tener una tarea geométrica pertinente, se produce un mayor enriquecimiento del ETG personal de los estudiantes y por lo tanto una comprensión más profunda de la simetría. En concreto, es importante considerar la teoría propuesta por Kuzniak et al. en la planificación de la enseñanza, considerando los elementos que se utilicen y los procesos que se busca intencionar a lo largo de las diferentes secuencias didácticas y situaciones de aprendizaje.

Tal como se menciona en el marco teórico, la construcción “completa” de un concepto geométrico para que la distancia entre el aprendizaje esperado y el alcanzado sea mínima, está dada por la circulación del Trabajo Geométrico a través de los tres planos verticales, pues mediante esta se va enriqueciendo el ETG Personal de cada uno de los estudiantes.

## Referencias

Albert, M. (2007). *La investigación educativa*. Editorial Mcgraw-hill.

Chile, Ministerio de Educación. (2013). *Resultado TIMSS 2011*. Recuperado de: [http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe\\_Resultados\\_TIMSS\\_2011\\_Chile\\_\(10-01-13\).pdf](http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_(10-01-13).pdf)

Chile, Ministerio de Educación. (2012). *Matemática: Programa de Estudio Cuarto Año Básico*. Recuperado de:

[http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t\\_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10](http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10)

Díaz, S., Rojas, K., Véliz, N., Silva, M. (2015). *Circulación y progresión del Espacio de Trabajo Geométrico en los programas de Matemáticas, en tercero y cuarto básico, en torno al objeto de estudio Transformaciones Isométricas*. Trabajo de titulación, PUCV.

Kuzniak, A., Nechache A. (2015). *Using the geometric working spaces in order to plan the teaching of geometry*. Rescatado de: [http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM\\_FR/Cerme.pdf](http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM_FR/Cerme.pdf)

Kuzniak, A., Richard, P. (2014) *Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas*. Recuperado de: [http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM\\_ES/Relime\\_Intro\\_es.pdf](http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM_ES/Relime_Intro_es.pdf)

---

<sup>i</sup> TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study.

<sup>ii</sup> Días, S., Rojas, K., Véliz, N., Silva, M. 2015. *Circulación y progresión del Espacio de Trabajo Geométrico en los programas de Matemáticas, en tercero y cuarto básico, en torno al objeto de estudio Transformaciones Isométricas*.