

RECORRIDO DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN: UNA PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN EN CÁLCULO DIFERENCIAL

González Tiscareño Edith, Kú Euán Darly Alina, Briceño Solís Eduardo Carlos

edith_lp@hotmail.com, ku.darly@gmail.com, ecbs74@gmail.com

Universidad Autónoma de Zacatecas

Avance de investigación

Modelación y aplicaciones y matemática en contexto

Medio Superior

RESUMEN

En la práctica docente se ha detectado que para los alumnos es difícil identificar, aplicar e interpretar la optimización en problemas de la vida real en cálculo diferencial, a pesar de que esta acción la puedan utilizar en problemas de la matemática misma. Esto puede ser debido a los cursos de matemáticas que son enseñados tradicionalmente, propiciando que el alumno malinterprete conceptos importantes (Guzmán y Vallejo, 2004). Por ello se pretende desarrollar un dispositivo didáctico con un enfoque donde alumnos de bachillerato, construya sus propios conceptos a partir de la resolución e interpretación de un problema de optimización mediante modelación. Para ello se desarrollará un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico para la enseñanza de máximos y mínimos aplicados a problemas de optimización en el bloque IV de cálculo diferencial de bachillerato en México.

PALABRAS CLAVE: Cálculo diferencial, optimización, Recorrido de Estudio e Investigación, Teoría Antropológica de lo Didáctico, propuesta de enseñanza y aprendizaje.

INTRODUCCIÓN

En situaciones de lo cotidiano, con frecuencia afrontamos diversos problemas de optimización, aunque en ninguno usamos matemática formalizada y rigurosa para resolverlos, pues afrontamos los problemas con los criterios que nos dan la experiencia y la intuición, pero no necesariamente encontramos la solución óptima (Malaspina, 2008). Por otra parte Fonseca, Casas, Bosch y Gascón (2009) mencionan que la “modelización y las aplicaciones” han estado limitadas, en las instituciones escolares, a la aplicación de un conocimiento matemático previamente aprendido por los alumnos a determinadas situaciones más o menos reales, con la doble finalidad de mostrar su utilidad y servir de motivación al aprendiz.

En los programas de matemáticas del bachillerato en México, se abordan los problemas de optimización en el bloque IV de la materia de cálculo diferencial y, como lo destacan Contreras y Balcaza (2010), no se ha considerado un estudio riguroso sobre este tópico matemático con respecto a su enseñanza y aprendizaje. El plan de estudios de cálculo diferencial de bachillerato de la Secretaría de Educación Pública (SEP) afirma que actualmente la enseñanza de esta asignatura es caracterizada por ser abstracta y que el contexto en el que se desarrolla el estudiante no influye en la resolución de problemas. Moreno (2005) menciona que la enseñanza del cálculo resulta problemática, y aunque seamos capaces de enseñar a los estudiantes a resolver de forma mecánica algunos problemas, tales acciones están muy lejos de una comprensión de los

conceptos y métodos de pensamiento, es por ello que en esta investigación se pretende dar un enfoque didáctico, en el que el alumno construya sus propios conocimientos acerca de máximos y mínimos a partir de la resolución e interpretación de problemas de optimización mediante modelación.

Por ello, en esta investigación se desarrollará e implementará un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) con problemas de optimización en cálculo diferencial de bachillerato, centrado en el bloque IV del plan de estudios, de manera que dé respuesta a las exigencias del currículo. Así pues, el presente trabajo pretende proporcionar un dispositivo didáctico en el que el alumno construya sus propios conceptos a partir de la resolución e interpretación de un problema de optimización. Según Fonseca (2011c) los REI priorizan el carácter funcional de las matemáticas y como recurso didáctico, encajan muy bien para el estudio de la modelación matemática. Además afirman que en un REI el modelo didáctico es el inverso del modelo institucional imperante, donde la teoría se da primero y después se buscan aplicaciones de esa teoría.

La pregunta de investigación que buscamos responder es: ¿De qué manera se puede introducir la modelización en problemas de optimización de cálculo diferencial en bachillerato?

El objetivo general es desarrollar e implementar un REI para la enseñanza del último bloque de Cálculo Diferencial en bachillerato, a través de problemas de optimización mediante la modelación. Y los objetivos particulares son:

- Diseñar un REI que cumpla con los objetivos del último bloque de cálculo diferencial en bachillerato.
- Implementar la REI en alumnos de bachillerato.
- Evaluar la viabilidad del REI propuesto en el actual sistema de enseñanza.

De esta manera, buscamos que a partir de una cuestión problemática, el alumno sea capaz de construir su propio conocimiento. Se pretende que mediante el REI desarrollado, el alumno:

- Interprete gráficas que representan fenómenos naturales y producciones agrícolas e industriales.
- Establezca modelos matemáticos y representaciones gráficas de producción para calcular sus máximos y mínimos de utilidad.
- Calcule máximos y mínimos de funciones algebraicas y trascendentes.

MARCO TEÓRICO

La presente investigación está desarrollada en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). De acuerdo con la Real Academia Española (RAE), antropología (De antropo- y -logía) es la ciencia que trata de los aspectos biológicos y sociales del hombre. Así pues, la TAD pone la actividad matemática y, por tanto, la actividad de estudio de la matemática, en el conjunto de la actividad humana y de las instituciones sociales (Chevallard, 1999, citado en D'Amore y Godino, 2007). Por su parte, Fonseca (2011a) afirma que la TAD considera a la matemática como una actividad más del ser humano.

Sobre la noción de praxeología

Fonseca (2011a) menciona que la TAD utiliza como unidad mínima de análisis de toda actividad

6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

humana, el concepto de praxeología en la cual es posible distinguir dos componentes principales, interrelacionados: la praxis o parte práctica, y el logos o razonamiento humano.

Bosch, García, Gascón y Ruíz (2006) mencionan que la TAD propone que toda actividad humana puede ser modelada mediante praxeologías (praxis + logos). En toda actividad humana es posible distinguir entre:

- El nivel de la praxis o del “saber hacer”, que engloba un cierto tipo de problemas y cuestiones que estudian, así como las técnicas para resolverlos.
- El nivel del logos o del “saber” en el que se sitúan los discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan, y que recibe el nombre de tecnología. Dentro del “saber” se postula un segundo nivel de descripción-explicación-justificación (esto es, el nivel de la tecnología de la tecnología) que se denomina teoría.

Trigueros, Bosch y Gascón (2011) afirman que una praxeología de investigación consta de cuatro componentes básicos $[T/\tau/\theta/\Theta]$. El bloque práctico $[T/\tau]$ constituye la «práctica de investigación» y está formado por el conjunto de *tipos de problemas* (T) que se consideran o se pueden formular, así como de las *técnicas de investigación* (τ) que se utilizan. El bloque teórico $[\theta/\Theta]$ se compone de los distintos *discursos tecnológico-teóricos* que se utilizan para describir, justificar e interpretar la práctica de investigación. Por ejemplo según Fonseca (2011a) las CP generan una serie de tareas asociadas y la elaboración de una o más técnicas relativas a ese tipo de tareas; los tipos de tarea y las técnicas forman el bloque práctico- técnico, que requiere de la puesta en marcha de un discurso racional que justifique la pertinencia de la técnica para la tarea concreta; tal discurso es la tecnología. Se pasa así del nivel de justificación, explicación, producción de la técnica, que es el nivel de la tecnología, al nivel de justificación, explicación, producción de la tecnología, que es el nivel de la teoría. Aparece de esta forma el segundo bloque de la organización matemática (OM), el bloque tecnológico-teórico. El sistema formado por esas cuatro componentes (tareas, técnicas, tecnología y teoría) es lo que en la TAD se denomina OM o Praxeología.

La modelización en la Teoría Antropológica de lo Didáctico

Fonseca (2011b) menciona que diversos informes propugnan la necesidad de enseñar las matemáticas como una herramienta de modelización. Además afirma que la TAD cuestiona la propia actividad de modelización, y postula que la actividad matemática es, en esencia, una actividad de modelización matemática. A partir de aquí se pueden reformular los procesos de modelización como procesos de reconstrucción y articulación de OM de complejidad creciente, que parten de las razones de ser que motivan su estudio. Estas OM surgen de cuestiones (matemáticas o extramatemáticas) cuyo estudio provoca la emergencia de técnicas y necesidades tecnológicas, que a la vez permitirán construir nuevas técnicas capaces de resolver nuevos tipos de problemas, que resultarán ser cada vez más amplios y complejos, y así, mediante la articulación de tareas, técnicas, tecnologías y teorías, aparecen nuevas Praxeologías que actuarán como modelos.

Según Fonseca (2011a), en la TAD, los procesos de modelización se entienden como procesos de reconstrucción y articulación de organizaciones matemáticas de complejidad creciente, que deben partir de las razones de ser de las organizaciones matemáticas que se quieren construir.

Recorridos de Estudio e Investigación

6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

Toda actividad de estudio e investigación parte de una cuestión generatriz (CG) que permite hacer emerger un tipo de problemas y una técnica de resolución de dichos problemas, así como una tecnología apropiada para justificar y comprender mejor la actividad matemática que se ha llevado a cabo (Chevallard, 1999, citado en Bosch *et al.*, 2006). Si esta CG es lo suficientemente fecunda, dará lugar a nuevas cuestiones problemáticas que generarán nuevos tipos de tareas, cuya respuesta producirá una sucesión de organizaciones matemáticas articuladas entre sí en un periodo de tiempo relativamente largo, esto es, un REI.

Por su parte, Chevallard (2006, citado en Fonseca, 2011a) considera que un REI viene generado por el estudio de una cuestión viva y con fuerte poder generador, capaz de imponer un gran número de cuestiones derivadas.

Fonseca (2011b) afirma que el REI no funciona como una estructura rígida, sino como un proceso de estudio dinámico que se va creando a partir de una cuestión inicial crucial que se presenta muy abierta. Se parte de una cuestión problemática inicial obtenida de la CG que da lugar a una OM puntual y mediante sucesivos procesos de la actividad matemática, iremos completándola y ampliándola hasta obtener una Organización Matemática Local Relativamente Completa (OMLRC).

Por otro lado, Fonseca, *et al.* (2009) afirman que los REI se presentan como unos nuevos dispositivos didácticos muy flexibles que pueden ayudar a superar algunas de las restricciones transpositivas que dificultan enormemente y casi impiden la enseñanza de la modelización matemática en los actuales sistemas de enseñanza.

MÉTODO

Ya que se ha conformado el marco teórico, se hará el diseño, elaboración y análisis del REI, para dar paso a la aplicación en estudiantes del 5º semestre de bachillerato en el Centro de Bachillerato Tecnológico agropecuario No. 88 de Ojocaliente, Zac. Luego se analizarán los datos obtenidos para evaluar la viabilidad del REI en el actual sistema de enseñanza, confrontándolo con los objetivos establecidos en el plan de estudios.

CONCLUSIONES

En la presente investigación se desarrollará e implementará un REI para la enseñanza del bloque IV de cálculo diferencial en bachillerato, a través de problemas de optimización mediante la modelación, con la intención de proporcionar los instrumentos didácticos, tanto teórico como prácticos, requeridos para la implementación efectiva de la modelización matemática en la enseñanza en bachillerato. Se pretende que a partir de una cuestión problemática, el alumno sea capaz de construir su propio conocimiento y que mediante el REI desarrollado, el alumno adquiera el conocimiento matemático que el plan de estudios indica. Se afirma lo anterior con base en la revisión de investigaciones que han mostrado efectividad al implementar REI, por ejemplo, por medio del desarrollo de algunos REI realizados por Fonseca, *et al.* (2009) reflexionan y destacan lo siguiente:

- Son una buena herramienta para el estudio de la modelización matemática.
- El poco tiempo del que se dispone para impartir programas demasiados extensos provoca que una parte importante el REI tenga que hacerse fuera del aula.
- En la elaboración de secuencias de enseñanza y aprendizaje con los REI, aparece en todo momento la necesidad de elaborar un nuevo contrato didáctico que, por un lado, provoque

cambios en el modelo epistemológico actual de la actividad matemática y, por otro lado, deben producirse cambios en las responsabilidades del profesor y del alumno.

- En un REI, a partir de una Razón de SER se genera un proceso de estudio con una cuestión generatriz lo suficientemente rica como punto de partida. Esta cuestión generatriz es dinámica y puede ser vivida por el alumnado como el motor del proceso de estudio, a partir de la cual se genera una actividad matemática con nuevas cuestiones y nuevas respuestas. El alumno está obligado a perturbar la situación inicial, elaborar conclusiones y presentar los resultados. Es el protagonista del proceso de estudio.

Esta investigación proveerá a los profesores de nivel medio superior una herramienta para la enseñanza y aprendizaje de la optimización en cálculo diferencial; si bien el REI propuesto será implementado y evaluado, es probable que necesitará ajustes acordes al contexto en el que será puesto en marcha.

REFERENCIAS

- Bosch, M., García, F., Gascón, J. y Ruiz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática*, 18(2), 37-74.
- Contreras, A. y Balcaza, T. (2010). La enseñanza-aprendizaje de la optimización matemática en estudiantes de educación secundaria desde la perspectiva del EOS. *Jornadas de Investigación del Grupo de Didáctica del Análisis de la SEIEM*. Universidad Internacional Antonio Machado de Baeza, Jaén, Andalucía, España. pp. 95-109
- D'Amore, B., y Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(2), 191-218. Recuperado el 28 de abril de 2014 en http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/D'Amore%20Godino%20_Relime%2010-2.pdf
- Fonseca, C. (2011a). Los Recorridos de Estudio e Investigación en las Escuelas de Ingeniería. *Educação Matemática Pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. ISSN 1983-3156*, 13(3), 547-580.
- Fonseca, C. (2011b). Recorridos de Estudio e Investigación: Una propuesta dentro de la teoría antropológica de lo didáctico para la creación de secuencias de enseñanza y aprendizaje. *Paradigma* [online] 32(1) 55-70 Recuperado el 14 de abril de 2014, en: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512011000100004&lng=es&nrm=iso. ISSN 1011-2251.
- Fonseca, C. (2011c). Una herramienta para el estudio funcional de las matemáticas: Los Recorridos de Estudio e Investigación. *Educación Matemática*, 23(1), 97-121.
- Fonseca, C.; Casas, J.M.; Bosch, M.; Gascón, J. (2009). Diseño de un recorrido de estudio e investigación en los problemas de modelización. En González, M. J.; González, M. T.; Murillo, J. (Eds.). *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación. XIII Simposio de la SEIEM*. Santander.
- Guzmán, S. M. y Vallejo, C. A. C. (2004). Interpretaciones erróneas sobre los conceptos de máximos y mínimos en el Cálculo Diferencial. *Educación Matemática*, 16(002), 93-104.

6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

- Malaspina, U. (2008). *Intuición y rigor en la resolución de problemas de optimización. Un análisis desde el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática* (Tesis doctoral no publicada). Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* (22.a ed.). Consultado en <http://www.rae.es/rae.html>
- Trigueros, M., Bosch, M., y Gascón, J. (2011). Tres modalidades de diálogo entre APOS y TAD. En M. Bosch, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage y M. Languier (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 77-116). CRM Documents, vol. 10. Bellaterra (Barcelona): Centre de Recerca Matemática.