

MODELACIÓN Y LA EMERGENCIA DE LA INTEGRAL

Mayra Rosalia Tocto Erazo, María Esther Magali Méndez Guevara

mayra.tocto@gmail.com; mguevara83@gmail.com

Unidad Académica de Matemáticas - Universidad Autónoma de Guerrero

Avance de Investigación

Modelación y Socioepistemología

Superior

RESUMEN

El presente es un proyecto de investigación sobre la construcción de la integral definida desde la categoría de construcción de conocimiento llamada modelación escolar, cuyas bases está en el marco teórico Socioepistemológico. El objetivo es abonar elementos a esta categoría de manera que propicie la emergencia de la integral definida desde los usos de las gráficas por estudiantes de Licenciatura de Matemáticas.

PALABRAS CLAVE: Integral, Modelación escolar, Socioepistemología.

INTRODUCCIÓN

El discurso matemático escolar ha generado un fenómeno denominado *exclusión*, éste priva a los actores del sistema didáctico de la construcción social del conocimiento matemático, Soto (2010) estudio dicho fenómeno y puso en evidencia componentes que lo producen: la concepción de la matemática como un conocimiento acabado y continuo, carácter utilitario y no funcional del conocimiento, y la falta de marcos de referencia para resignificar la matemática escolar. Esto no ha permitido llevar la matemática escolar a otros escenarios, y esto es, a nuestro entender, lo que Cordero (en prensa) denomina la pérdida del eslabón entre la matemática y lo cotidiano.

Por lo que nuestra investigación busca elementos que permitan incluir a los actores del sistema didáctico en la construcción y desarrollo de conocimientos matemáticos, esto mediante la determinación de marcos de referencia que permitan el rediseño del discurso matemático escolar.

En particular, nos preocupamos por el estudio de la integral definida, coincidiendo con Alanis y Soto (2011) sobre el hecho de que su enseñanza está caracterizada por un énfasis en una algoritmia desprovista de significados y una insistencia en la enseñanza formalista a sabiendas de las dificultades que trae consigo.

Nuestro principal objetivo es aportar un marco de referencia que permita resignificar la integral definida, y que permita ligar los usos del conocimiento matemático a otras realidades, creemos que la modelación nos proveerá de esos elementos, pues a pesar de tener diferentes acepciones, se presume que la modelación está ligada a la realidad (Cordero, en prensa).

Sin embargo, la modelación a la que hacemos referencia no es la que realizan los matemáticos aplicados; sino una modelación para la matemática escolar, pues ambas tratan con comunidades diferentes, pero en común buscan hacer de la modelación una construcción en sí misma de conocimientos.

6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

A manera de ubicar nuestra investigación, en lo que sigue mostraremos algunas diferentes acepciones en torno a la modelación, además de investigaciones hechas en torno a la integral.

Acercamiento a la modelación

Biembengut & Hein (2004), describen a la modelación matemática como un proceso involucrado en la obtención de un modelo matemático. y a su vez, un modelo matemático de un fenómeno o situación problema es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión; sin embargo, defienden a la modelación como un método de enseñanza y de investigación en Educación Matemática. Para Blomhøj (2004), un proceso de modelización está detrás de todo modelo matemático; esto significa que alguien de manera implícita o explícita ha recorrido un proceso de establecer una relación entre alguna idea matemática y una situación real.

Una concepción diferente de modelación es la desarrollada por un grupo latinoamericano, del cual Cordero (2006, 2011) elemento clave en la difusión de esta, él concibe a la modelación como algo más robusto que una representación de la realidad o una aplicación de las matemáticas; más bien la lleva a un status de práctica social, un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación, es en sí una construcción del conocimiento, una actividad que trasciende y se resignifica, que va a transformar al objeto. Desde esta línea Méndez (2013) formuló una categoría para la modelación escolar basada en el *desarrollo de red de usos del conocimiento matemático*, a saber son: los usos de las tablas de datos, los usos de las graficas y los usos de las expresiones analíticas. Esta categoría mostro su funcionamiento en diseños de situaciones específicas (variación, transformación y aproximación) que provocaron la caracterización de tipos de variación por una comunidad de estudiantes de enseñanza media superior.

Acercamiento a la integral

Sobre las investigaciones hechas sobre integral, Cordero (2005) resignificó la integral y logro generar argumentaciones por parte de los participantes por medio de la *noción de acumulación*. Esta investigación, sugiere situaciones de enseñanza que enfoquen más la atención en situaciones específicas de variación continua y cambio, como la noción de acumulación, y no directamente en los conceptos de función derivada o suma de Riemann. Además se menciona tres nociones importantes: área, medida y movimiento; como elementos relevantes que ante una situación geométrica, contiene una resignificación de la integral (Figura 1, izquierda).

Reflexionando a partir de esta investigación y de otras que la preceden, Cabañas (2011) analiza una resignificación de la integral definida mediante un desarrollo *de usos, contextos y procedimientos* del área. Tal desarrollo de usos de área emerge de conservar una medida del área de regiones planas, y evoluciona en el tránsito de transformaciones hechas sobre objetos geométricos y analíticos (Figura 1, derecha).

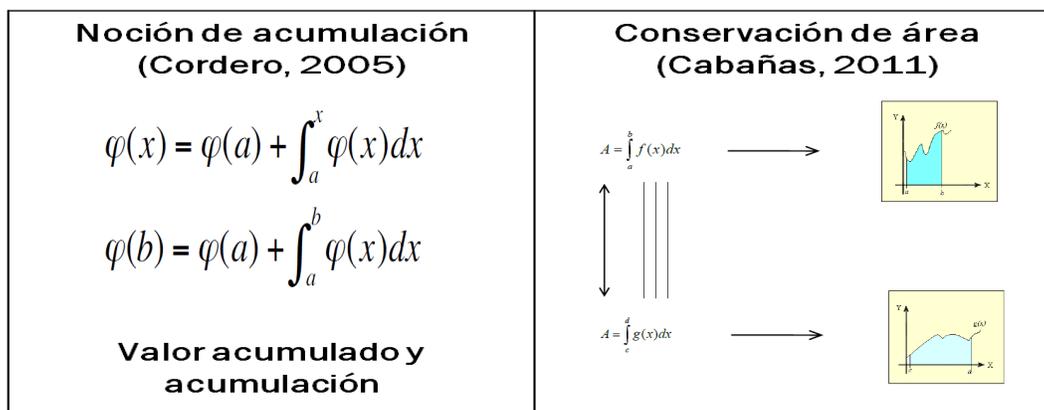


Fig. 1 Antecedentes de la integral.

Por otro lado, la investigación de Buendía (2012) considera que se puede generar discusión relacionando los *usos* de las graficas velocidad vs. tiempo con conocimientos como la integral (Figura 2), pues en este marco la integral podría ser resignificada.

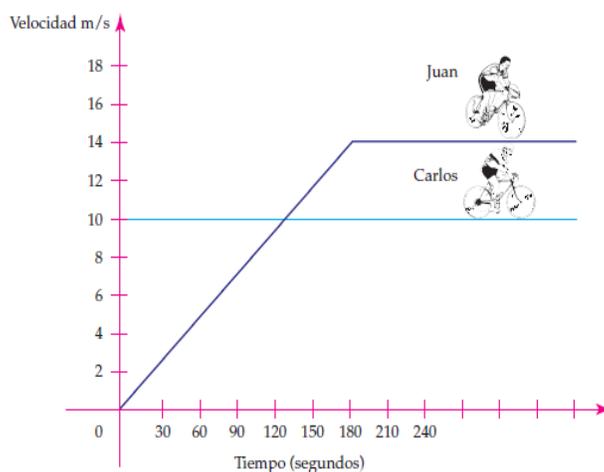


Fig. 2 Un escenario propio para la emergencia de la integral definida.

Es así que tomando los elementos reportados por los autores anteriores y los elementos de la categoría de modelación escolar (ver Figura 3), elaboraremos diseños de situaciones para que emerja en la resignificación de las gráficas argumentos que caractericen a la integral definida.

Mientras que nuestra postura de modelación va más allá de un método de enseñanza o aplicación de conocimientos matemáticos, adquiere el status de una construcción de conocimiento matemático en sí misma. Y en este sentido retomamos la categoría que Méndez formuló pues creemos que esta la modelación escolar podría dar un marco de referencia que permita el rediseño del discurso matemático escolar en torno a la integral definida, por tanto, nuestra pregunta de investigación busca escudriñar: *¿Cómo reformular la categoría de modelación escolar de manera que propicie la emergencia de la integral?*

Los autores antes citados (Cordero, 2005; Cabañas, 2011; Buendía, 2012) nos dan elementos que podríamos usar para robustecer la categoría y además nos dan una luz sobre cómo potenciar el uso de graficas o de lo gráfico, en general, para la resignificación de la integral.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La Teoría Socioepistemológica (TSE) busca intervenir en el sistema didáctico desde una perspectiva múltiple, que además del estudio de la epistemología del conocimiento, agrega la dimensión sociocultural, los procesos cognitivos y los mecanismos de institucionalización vía su enseñanza (Cantoral, 2013). Su problemática fundamental es el discurso matemático escolar conocimiento y, la TSE, plantea su rediseño basado en la Construcción Social del Conocimiento (Cordero, en prensa); es aquí donde las prácticas sociales juegan un papel importante pues se las considera como “ciertas cosas” que hacen los grupos humanos para construir conocimiento, es aquello que norma la construcción del conocimiento (Cordero, 2005).

Se parte de la premisa de que la modelación es una práctica social generadora de conocimientos y que articula prácticas con herramientas matemáticas propias de una comunidad (Méndez, 2013). De esta manera, Méndez formuló una categoría (de conocimiento) de modelación para la matemática escolar.

Una categoría de modelación

La unidad mínima de la teoría que tomaremos deviene de lo explicitado por Méndez (2013), que nos llevo a entender tres categorías que preceden a la de modelación escolar, y que su en su construcción están implícitos constructos teóricos importantes para el rediseño del discurso matemático escolar, tales categorías son:

- Comportamiento tendencial de las funciones,
- Modelación - Graficación y
- Numerización de los Fenómenos.

De las dos primeras categorías, se retoma la importancia del potente uso de las graficas en la construcción de conocimiento y como esta puede caracterizar comportamiento de variación y cambio; y de la última categoría, se retoma la importancia de la toma de datos experimentales, para el análisis local de variaciones y determinaciones de condiciones iniciales. Tales elementos se articulan y desarrollan en situaciones de transformación, variación y aproximación; los usos serán los argumentos que emplean los actores para *“organizar comportamiento de fenómenos, mediante la comparación de dos estados de este en el tiempo, los cambios de condiciones en un experimento y sus implicaciones en las variaciones de su grafica hasta llegar al estudio de operaciones de corte lógico-formal. Además, dichas construcciones son enlazadas por practicas como interpretar, analizar, especular, graficar, calcular, organizar, postular, adaptar, consensuar, entre otros (Méndez, 2013)”*

Dichas prácticas son los enlaces del núcleo de la categoría, y que una comunidad realiza para expresar, desarrollar y enlazar sus usos de conocimiento matemático (Ver Figura 3).

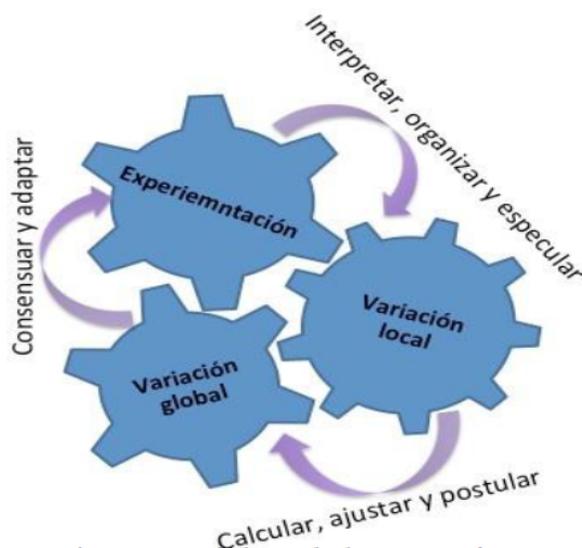


Fig. 3. El eje de la categoría de modelación (Méndez, 2013, p. 61).

Esta categoría de modelación para la matemática escolar, denominada *desarrollo en red de usos del conocimiento matemático*, provocará el uso de tablas de datos, de gráficas y de expresiones analíticas y su desarrollo en red de los usos; tal categoría se puso en juego su funcionamiento para la resignificación de tipos de variación específicas en situaciones de transformación, variaciones y aproximación.

REFLEXIONES

En esta revisión somera hemos determinado elementos para robustecer la categoría de modelación escolar, y una idea sobre cómo desarrollarla hasta poder explicitar el marco de referencia para la integral. Por ahora estamos trabajando en la elaboración de diseños de modelación de movimiento que involucren el tránsito entre variaciones de tiempo-distancia-velocidad que implique el uso de las gráficas.

Esta es una investigación en proceso, y al momento se reporta parte de la etapa primera, la cual consistió en un estado de arte que nos permitiera determinar la posición de nuestro trabajo y los elementos que podrían ser base para el desarrollo de este. La segunda fase es una articulación de elementos y diseño de instrumentos. La tercera fase, será la exploración de los instrumentos y la confrontación de las evidencias con nuestras expectativas, desde ahí valorar si nuestro marco de referencia es factible o no.

Al momento, se tiene identificado ya el grupo de estudiantes de Licenciatura con los que trabajaremos para el objetivo que perseguimos, y se están detallando los instrumentos de exploración.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alanis, J. A. & Soto, E. (2011). La integral de funciones de una variable: Enseñanza actual. *Revista el Cálculo y su enseñanza*, 3.
- Biembengut, M. S. & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16 (2), 105-125.

6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling – A theory for practice. En Clarke, B., Clarke, D., Emanuelsson, G., Johnansson, B., Lambdin, D., Lester, F., Walby, A. & Walby, K. (Eds.). *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*. National Center for Mathematics Education. Suecia, 145-159.
- Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. *Educación Matemática*, 24 (2), 9-35.
- Cabañas, G. (2011). *El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de doctorado no publicado. Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Barcelona: gedisa.
- Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una Socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8 (3), 265-286.
- Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La matematica e la sua didattica*, 20 (1), 59-79.
- Cordero, F. (2011). La Modelación y la Graficación en la Matemática Educativa Escolar. En L. M. Rodríguez-Salazar, R. Quintero-Zazueta & A. R. Hernández-Ulloa (Coords.). *Razonamiento Matemático, Epistemología de la Imaginación: (Re)pensando el papel de la Epistemología en la Matemática Educativa* (pp. 377-399). Editorial Gedisa, Barcelona y Cinvestav, México.
- Cordero, F. (en prensa). *Modelación, Funcionalidad y Multidisciplinariedad: El Eslabón de la Matemática y el Cotidiano*.
- Méndez, M. (2013). *Desarrollo de red de usos del conocimiento matemático: La modelación para la matemática escolar*. Tesis de doctorado no publicado. Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.
- Soto, D. (2010). *El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una Visión Socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada. Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.