

# UN PROCESO DE MODELIZACIÓN EN LA FORMACIÓN DEL PROFESOR: ANÁLISIS DIDÁCTICO-MATEMÁTICO

Silvia Catalina, Etchegaray<sup>a</sup>- Julia Edith Corrales<sup>b</sup>y Karina Vanesa nahuin<sup>c</sup>

<sup>1</sup> Universidad Nacional de Río Cuarto – Fac. Cs. Exactas, Físico-Químicas y Naturales.

<sup>2-3</sup> Universidad Nacional de la Patagonia Austral – Unidad Académica Caleta Olivia.

[setchegaray@exa.unrc.edu.ar](mailto:setchegaray@exa.unrc.edu.ar); [julia\\_corrales@hotmail.com](mailto:julia_corrales@hotmail.com); [nahuinkarina@hotmail.com](mailto:nahuinkarina@hotmail.com)

## Resumen

*La finalidad de este taller es compartir una propuesta didáctica matemática que se “vivió” en el seno de un espacio de formación docente inicial que se denomina “Estudio y Reflexión del Conocimiento Matemático I”, del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral-Unidad Académica Caleta Olivia. Su objetivo fundamental es realizar un análisis didáctico matemático de una situación extra-matemática, con el objeto de dar significado a un proceso de modelización y reflexionar sobre los conflictos semióticos que emergen al interpelar el modelo a partir de una dialéctica institucional-personal entre los objetos función-ecuación.*

**Palabras Claves:** *formación inicial, objetos didácticos matemáticos, modelización*

## INTRODUCCIÓN

A partir de una situación extra-matemática en un contexto geométrico, extraída del libro “Modelización Matemática” (Segal, S., Giuliani, D., 2008) se trata de atrapar y socializar un modo de dar significado a un proceso de modelización y reflexionar sobre los conflictos semióticos que emergen al interpelar el modelo a partir de una dialéctica institucional-personal entre los objetos función-ecuación.

Dentro del enfoque teórico onto-semiótico de la Cognición Matemática (EOS) (Godino, 2007, 2009, 2014) en el que se enmarca este taller, entendemos como actividad matemática a la resolución de problemas, mediatizada por un lenguaje simbólico y organizado lógicamente como un sistema conceptual. (Godino 2003) suscribiendo que todo estudio reflexivo sobre un objeto matemático-regulado por un formador de formadores- nos lleva a transitar el siguiente camino:

Analizar la actividad matemática para “pensar” sobre la enseñanza de la matemática.

Entender a los problemas (extra o intra matemáticos) como recurso para el aprendizaje.

Revisar la matemática que se conoce, interrogarla y analizarla para reflexionar sobre algunos procesos y conflictos semióticos<sup>29</sup> en la enseñanza.

Reconstruir un aparato teórico que permita volver a utilizarlos para resolver nuevas situaciones, producir nuevos modelos y más teorías a partir de la Resolución de Problemas.

En este taller la propuesta está centrada en reproducir parte de lo vivido en el espacio de formación docente que se denomina “Estudio y Reflexión del Conocimiento Matemático I”, del Profesorado en Matemática y cerrar dicho taller con las reflexiones de una alumna que ha cursado este espacio y

---

<sup>29</sup> Dichos conflictos se refieren a toda disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa y pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas implementadas.

eligió esta situación para preparar su presentación de reflexión didáctico-matemático como evaluación del mismo.

## DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA DEL TALLER

### Momentos

Proponemos un taller en el cual distinguiremos tres momentos de trabajo tomando como unidad de análisis, tal como se anticipara, el problema llamado: “El Problema de Bebedero”

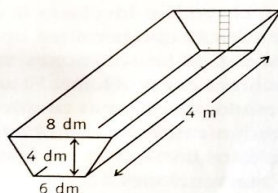
Momento 1: Realizar un trabajo grupal con los asistentes en el cual accionen a partir de la situación elegida y una posterior puesta en común centrándonos en un trabajo reflexivo acerca de la red de relaciones personales entre los procedimientos, lenguajes, argumentos, propiedades, nociones, es decir los diferentes elementos de significado puestos en juego por los estudiantes-futuros profesores- para resolverla y de los emergentes contextuales, dependiendo de las herramientas personales y de los distintos registros de representación utilizados.

Momento 2: Se pondrán al descubierto todos los interrogantes que surgen a partir del problema y a propósito de éste, así como también las proposiciones, conjeturas, propiedades, argumentaciones, que los estudiantes exponen para fundamentar su hacer. Por último se compartirá el proceso de indagación, de intervención, de requerimientos, de cuestionamientos regulado por las docentes de la asignatura con la finalidad de lograr una específica producción teórica, como un claro emergente de un proceso de construcción colectiva.

Momento 3: Compartir un momento de producción matemática colectiva.

La situación extraída del libro “Modelización matemática en el aula” de Segal, S., Giuliani, D., (Edic. 2005 Libros del Zorzal Bs. As.) con la cual pretendemos llevar adelante los diferentes momentos del taller es la siguiente:

*En el campo, algunos bebederos para animales tienen una forma como la que se esquematiza en el dibujo:*



*Se trata de un prisma recto de 4 m de largo, y dos de sus caras son trapecios isósceles congruentes de base menor 6 dm, base mayor 8 dm y altura 4 dm.*

*Se necesita graduar una varilla colocada en forma vertical sobre uno de los trapecios para precisar el nivel de agua correspondiente a 100, 200, 300, ... lts.*

### Contextualización institucional del taller: Fundamentación y objetivos

El espacio Optativa I: “Estudio y reflexión sobre el conocimiento matemático I” pertenece al plan del profesorado en matemática en el tercer año y es un espacio en el cual se revisa la matemática que conocen, se la interroga y se la analiza para pensar una matemática a enseñar, además se reflexiona sobre las prácticas personales puestas en acción para resolver situaciones seleccionadas por el equipo de la cátedra y que han sido estudiadas y analizadas con anterioridad, siempre con la firme convicción de que el poder atravesar, durante la formación inicial estos espacios, predispone a los estudiantes –futuros profesores- de una manera diferente frente al conocimiento que luego

deberán enseñar. Es decir, el poder participar como constructores de relaciones matemáticas y no como meros reproductores de ellas posiciona a tales estudiantes, con una mirada más flexible y fluida al pensar en las situaciones con las que abordarán determinado conocimiento en sus futuras prácticas docentes. Además, la experiencia de vivir el proceso de construcción de teoría matemática desde diversos espacios en la formación inicial con reflexiones acerca de los significados personales puestos en juego, los registros y producciones de las interacciones es beneficiosa para abordar los objetivos del análisis didáctico-matemático y el estudio de la misma que recién se atraviesa en la etapa final de la formación, Didáctica de la matemática (II Cuatrimestre del 3er año) y Práctica Docente (4to año).

Nosotros asumimos, en consonancia con el EOS; que la distinción entre persona e institución es esencial en el análisis de la actividad matemática y en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta distinción de “posiciones” en el sistema didáctico nos interesa que se refleje también en los propios objetos de enseñanza y de aprendizaje (objetos y significados personales e institucionales), ya que ello permite caracterizar el aprendizaje como “acoplamiento progresivo” entre significados personales e institucionales, lo que consideramos debe estar en el plano de lo explícito en los procesos de formación de profesores.

En el Taller que proponemos se pretende compartir esta experiencia en una clase de este espacio a partir de:

- Analizar los diferentes tipos de resoluciones de la tarea que nos presenten los asistentes, compartir estas prácticas personales, confrontarlas, relacionarlas, identificar sus elementos de significados –lenguaje, argumentos, procedimientos, proposiciones, nociones- tanto los que se ponen a funcionar como los emergentes. Se favorece así a la construcción de relaciones matemáticas que serán consecuencia de este trabajo reflexivo sobre las prácticas operativas y discursivas de los participantes del taller.
- Compartir el hacer de una alumna de la UNPA ante la misma situación utilizada en el presente taller en la comunicación de su propuesta de evaluación
- Analizar su producción, el lenguaje por ella utilizado, los nuevos problemas a los que se enfrentó, las relaciones matemáticas que emergieron como producto de interactuar con la situación, las producciones matemáticas finales que ella presentó como así también el proceso por el que atravesó para producirlas, revisar el funcionamiento del proceso de modelización y de la dualidad función-ecuación, fuente clara de posibles conflictos que suelen obstaculizar la producción de una micro teoría, etc. utilizando para todo esto fragmentos de los registros de clases tomados, y deteniéndonos especialmente en algunos momentos claves de las clases que ponen de manifiesto esta fuente de conflictos.

### **Ideas que estructurarán la presentación de la producción personal de una estudiante del espacio de formación**

La pregunta que me motivo a desarrollar la situación del Bebedero, como el estudio reflexivo que debía presentar en el momento de evaluación final del taller, fue: ¿Qué es el hacer Matemático?, ¿por qué insistió tanto la profesora que entre “el pensar”, “el hacer” y “el decir” hay cambios de significados que son fuente de conflictos? A través del desarrollo de este trabajo traté de ir respondiendo a estas preguntas que me planteé como motivación de mi trabajo.

Este problema me llevó a realizar una actividad de modelización, que ayudó a construir una parte esencial del “Quehacer” matemático.

Ahora bien, ¿En qué consiste el Quehacer Matemático?

- Plantear y plantearse nuevas preguntas
- Buscar medios para responderlas

- Desarrollar nuevos métodos
- Conjeturar propiedades
- Validar soluciones
- Interactuar con compañeros
- Confrontar resultados, técnicas, validaciones
- Utilizar y hacer emerger teoremas y definiciones (producto y herramientas)

Esto concluye en un nuevo conocimiento matemático, entonces podemos decir que un quehacer matemático conlleva la emergencia de un conocimiento, pero ahora bien ¿Solo eso?

Seguramente, no, en esta situación, los “haceres” exigen poner a funcionar la dialéctica entre ostensivos y no ostensivos y entre lo que “se piensa” y “se dice” teniendo en cuenta una complejidad mayor en tanto cantidad y tipo de relaciones utilizadas y emergentes, tanto por mí como por mis compañeros. En otras palabras este llamado proceso de modelización, me exigió:

- Observación de la realidad y entendimiento de la observación de otros
- Descripción simplificada de esa “realidad”
- Construcción de un modelo que se adapte a lo solicitado y compatibilización con otros modelos surgidos en el aula de formación
- Trabajo matemático sobre el modelo
- Interpretación del resultado sobre la realidad planteada.
- Modificación del modelo, ante nuevas situaciones que me planteen y que fueron planteadas.

La observación, la descripción, la construcción, el modelo y su interpretación no son más que pasos de una actividad científica. Pero ¿Todo problema genera este tipo de hacer matemática?

Es obvio, que no, tal problema o situación debe:

- Atrapar complejidad procesual y contextual: exigencia de seleccionar y usar diferentes herramientas y conocimientos en forma coordinada y simultánea.
- Admitir diferentes procedimientos.
- Exigir toma de decisiones personales.

### **Conflictos semióticos: Algunos ejemplos**

Como mencionamos anteriormente, un objetivo de este taller es el poder reflexionar con los asistentes a partir de sus propias producciones y de las de los estudiantes acerca de los objetos matemáticos involucrados en sus “sistemas de prácticas” y cómo éstos al provocar el enunciado de diferentes propiedades, conjeturas, argumentaciones, etc son fuente de conflictos. Pero siempre pensando en cómo la intervención docente hace dialogar esas producciones generando una genuina construcción o reconstrucción de relaciones matemáticas por parte de los estudiantes conformando una micro sociedad científica.

A modo de ejemplo, de estos momentos de discusión, que consideramos los momentos más productivos para avanzar en nuestros objetivos de formación reflexionando sobre los sistemas de prácticas personales, presentamos a continuación algunos recortes de lo sucedido con los alumnos de la UNPA. Intentan ser una genuina muestra de cómo vive la producción de nuevos problemas y relaciones teóricas de la matemática en el aula y cómo se va generando tal producción, siempre respetando sus primeras preguntas/creaciones/dudas y enfrentando los conflictos que aparecen.

A continuación compartimos dos ejemplos de sistemas de prácticas emergentes donde se contraponen dos tipos de registros productos de dos formas de pensar la relación ecuación-función.

<p><math>A = 28 \text{ dm}^2</math></p> <p><math>A_1 = (7+x)(4-h)</math>  <math>A_2 = (6+x)h</math></p> <p><math>25,5 \text{ dm}^2 = (7+x)(4-h)</math>  <math>100 \text{ dm}^2 = (6+x)h</math></p> <p><math>A_2 = (6+x)h</math></p>	<p>Volumen del Bebedero = Área · Largo</p> <p>Área = <math>\frac{(B+b)h}{2}</math>, donde <math>B = 8 \text{ dm}</math>; <math>b = 6 \text{ dm}</math>; Largo = <math>40 \text{ dm}</math></p> <p>Volumen(h) = <math>\frac{(8+6)40}{2} \cdot h</math></p> <p>Volumen(h) = <math>280 \cdot h</math></p> <p>Si todas las dimensiones esta en dm, el volumen estará en <math>\text{dm}^3</math>.          Si establecemos la relación entre capacidad del bebedero con la altura del mismo.</p>
Ejemplo 1	Ejemplo 2

### Reflexiones finales

El objetivo primordial de este taller, diseñado a partir de uno de los espacios de la Formación Inicial, es generar en cada uno de sus asistentes una nueva experiencia dentro del hacer matemático. Buscando compartir cómo se genera esta propuesta didáctica a través del estudio y análisis a-priori de ciertas prácticas operativas y reflexivas, con el objeto de lograr producciones, a partir de las interacciones docentes realizadas en los encuentros, que avancen hacia la construcción de relaciones matemáticas desde los significados personales interpelados/cuestionados /puesto en tensión tanto entre compañeros estudiantes como por los docentes a cargo del grupo.

A su vez, también se busca reflexionar con los diversos asistentes sobre estas acciones realizadas en dichos encuentros de Formación y en los espacios de Investigación educativa, abriendo la discusión sobre la importancia de “vivir” de otro modo la conformación de la teoría matemática, para poder luego pensarla dentro de la enseñanza de la formación inicial.

### Referencias

Godino, J., Batanero C., Font V. (2007). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción Matemática*. [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis\\_eos\\_10marzo08.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf), 4. <http://www.ugr.es> Consultado el 11/05/13.

Godino, J. y Batanero C., (2009). *Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica*. Universidad de Granada. Trabajos disponibles en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino>.

Segal, S., Giuliani, D. (2008). *Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades*. Libros del Zorzal Bs. As.

Corrales J., Etchegaray S., Leguizamón V., Vázquez L. (2013). *Un espacio de reflexión y producción matemática en la formación inicial del profesor*. Publicado en las actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (ISSN 2301-079)

Posadas, P. y Godino, J. (2014). *Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Trabajos disponibles en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino>.