

# CONJETURA Y DEMOSTRACIÓN. UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA TRANSITAR DE LA ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA

Olivares, P.<sup>a</sup> y Parra, Y.<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Universidad San Sebastián;  
Priscilla.olivares@uss.cl<sup>a</sup>, Yocelyn.parra@uss.cl<sup>b</sup>

## Resumen

*Diversas investigaciones señalan uno de los procesos más difíciles dentro del desarrollo de los contenidos matemáticos: el tránsito de la aritmética al álgebra.*

*Este trabajo se apoya en los estudios realizados por Gómez (2003) y González y Ruiz (2003) en los que se evidencia la disociación por parte de estudiantes entre el álgebra y la aritmética, debido a que no observan la importancia del álgebra en situaciones aritméticas ni la relevancia de usar la aritmética para demostrar una expresión algebraica.*

*El propósito de este taller, es fortalecer la funcionalidad del sistema algebraico para situaciones diversas que involucran procesos aritméticos, además de identificar relaciones aritméticas en diversas situaciones que comprenden expresiones algebraicas.*

**Palabras clave:** *Álgebra, Aritmética, Conjetura, Demostración.*

## INTRODUCCIÓN

En los procesos de enseñanza-aprendizaje los estudiantes presentan dificultades cuando se enfrentan a situaciones que involucran la generalización de procesos y reglas. Diversas investigaciones dan a conocer las dificultades que tienen los estudiantes cuando se enfrentan al tránsito de lo aritmético a lo algebraico.

El trabajo con actividades sobre reconocimiento de patrones y su generalización, proporciona la oportunidad de establecer nuevas formas de comunicación en las que prevalece y se le da sentido y utilidad al lenguaje algebraico como una forma sucinta para expresar conjeturas y someterlas a verificación y refutación Casallas y Estrella (2006).

El propósito de este taller es propiciar estrategias prácticas que permitan facilitar la transición de la aritmética al álgebra. A través de dos actividades se pretende que los participantes logren conjeturar y establecer generalizaciones que sustentan procesos de cálculo aritmético. Posteriormente los participantes se enfrentaran a una centena cuadrículada con el propósito de visualizar patrones numéricos y demostrar la veracidad de las conjeturas establecidas. El objetivo de estas actividades es que puedan ser replicadas con estudiantes que se encuentren en el proceso de transición desde el pensamiento numérico al algebraico.

## Antecedentes y elementos teóricos

Dentro de la matemática los estudiantes presentan dificultades cuando se enfrentan a procesos de generalización matemática. Según Enfedaque (1990), los estudiantes presentan conflictos cuando deben realizar trasposos del pensamiento numérico al algebraico, sobre todo cuando el estudiantado realiza como estrategia el contar con los dedos y usar solo números positivos para resolver problemas aritméticos. Sin embargo el mayor problema se suscita cuando los estudiantes comienzan

a sustituir los números por letras. Por otra parte Kieran (1989) plantea que los estudiantes deben realizar ajustes cognitivos cuando se enfrentan al tránsito de lo aritmético a lo algebraico estos ajustes complejos para los estudiantes desencadenan en errores y dificultades.

El currículo propone que el traspaso del pensamiento numérico al algebraico se realice de manera paulatina, sin embargo estas prácticas no siempre han sido implementadas en las clases de matemática. En el desarrollo del pensamiento algebraico los estudiantes deben llegar a formalizar operaciones aritméticas, relaciones con figuras geométricas, etc., solo se puede tener acceso a este pensamiento si se comienza a trabajar en edades tempranas (Butto & Rojano, 2004).

En investigaciones basadas en generalizaciones como la planteada por Alvarez, Angel, Carranza y Solet-Alvarez (2013), evidencian que “el proceso de conjeturar en matemáticas se constituye en el mecanismo por medio del cual se formulan afirmaciones acerca de las propiedades de determinados objetos o las relaciones que se dan entre éstos, a partir de ciertas observaciones, exploraciones, ensayos o experimentos sobre dichos objetos, que permiten identificar información para plantear conjeturas a través de tales afirmaciones” (p. 76). Así como plantea González y Ruíz (2003), la actividad cognitiva involucrada en el reconocimiento de regularidades en tablas numéricas y/o centenas cuadrículadas permite que los estudiantes a través de conjeturas, identificación de patrones, verificación, enunciación de teoremas y demostraciones logren fortalecer el paso de la aritmética al álgebra.

Por su parte Butto & Rojano (2004), quienes plantean que “... la vía de acceso de los procesos de generalización implica involucrar a los estudiantes en la detección de patrones y ayudarlos a que sean capaces de expresar tales patrones; esto nos lleva al pensamiento algebraico a través de actividades que involucren el razonamiento acerca de patrones en gráficas, patrones numéricos y figuras, detectando similitud, diferencias, repetición, recurrencia, generalización o pensamiento en términos de número general puede ser vistando de lo general a lo particular y viceversa” (p. 120).

## **Descripción del taller**

El taller busca a través de la actividad práctica reconocer la funcionalidad del álgebra en situaciones aritméticas, entendiendo la aritmética como un sistema matemático organizado según principios definidos (Flouroy, 1969).

Este taller contempla una sesión de 90 minutos que a continuación describimos:

Basados en los trabajos de Gómez (2003) la primera parte de este taller se orienta al trabajo del traspaso de operaciones aritméticas al algebraico, proponiendo actividades de construcción de leyes o normas, con el propósito de que los participantes logren conjeturar y establecer expresiones algebraicas que representen la generalidad de la situación planteada.

## **Planteamiento Actividad**

1. Se presenta una actividad de trabajo utilizando reglas de generalización de relaciones numéricas multiplicativas como la multiplicación “A la Turca” o “Del Perezoso”. La multiplicación a la turca es una vieja técnica de multiplicación de dígitos establecidas en la aritmética de Chuquet. La multiplicación del Perezoso se entenderá en el sentido de Corachán (1699). La tarea es encontrar el patrón numérico para luego generar una ley numérica que posteriormente se generalice en una expresión algebraica utilizando una hoja de papel y lápices.



Figura 1: Actividad de Multiplicación a la Turca.

Para multiplicar por ejemplo  $7 \cdot 8$ , se escribirán los números y a su derecha sus diferencias a 10  
 $7 \dots$  diferencia a 10  $\dots 3$   
 $8 \dots$  diferencia a 10  $\dots 2$

Figura 2: Actividad de Multiplicación del Perezoso.

- 3- Posteriormente en un segundo momento se presenta una actividad utilizando una centena cuadriculada. La tarea consiste en encontrar las regularidades numéricas que se presentan en dicha tabla a partir de procesos de visualización de la plantilla y demostración de la validez de las conjeturas realizadas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura 3: Centena cuadriculada

## Metodología

La gestión de esta actividad se inspira en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau: Acción, la Comunicación, Validación e Institucionalización.

La primera fase de Acción: implica la manipulación libre individual, en un corto tiempo y que permite un acercamiento al problema a través de la experiencia personal. Los participantes disponen de hojas de papel y lápices.

La segunda fase de Comunicación: Se trata de un trabajo grupal en el que los alumnos podrán intercambiar sus producciones, conjeturas y demostraciones.

En la tercera fase de Validación: se realiza un intercambio para comparar los resultados de cada grupo, el profesor anima este intercambio y se institucionaliza las expresiones algebraicas que generalizan las situaciones planteadas.

### **Contrato didáctico**

El docente a cargo de la actividad presentará problemas asociados a patrones numéricos como la multiplicación “A la turca” y “Del Perezoso” y “centenas cuadrículadas” a los participantes del Taller, entregando las herramientas pertinentes a la tarea: una hoja y lápices, solicitándoles que determinen la generalidad asociada.

### **Referencias**

Álvarez, I., Angel, L., Carranza, E. & Solet-Alvarez, M. (2014). *Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar*. NÚMEROS, 85, pp. 75-90. ISSN: 1887-1984.

Butto, C. & Rojano, T. (2004). *Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría*. EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 16, pp. 113-148. Distrito Federal, México. ISSN (Versión impresa): 1665-5826

Enfedaque, J. (1990). *De los números a las letras*. SUMA, 5, pp. 23-34

Gómez, B. (2003). *Los viejos métodos de cálculo. Un dominio para transitar de la aritmética al álgebra y viceversa*. Disponible en <http://www.uv.es/gomezb/9Losviejosmetodosdec calculo.pdf>

González, F. & Ruiz, F. (2003). *Las centenas cuadrículadas: un material matemáticamente potente para ilustrar el tránsito de la Aritmética al Álgebra*. SUMA, 42, pp. 47-59.

Kieran, C. (1996). *The changing face of school algebra*. In C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Eds.), *8th International Congress on Mathematical Education: Selected lectures* (pp. 271-290). Seville, Spain: S.A.E.M. Thales.