Algunas curiosidades encontradas mediante la observación

Arturo Rivera Cordero
correos@periodicopuravida.com

Introducción

Presento a ustedes un pequeño tratado que intenta explicar la ubicación de los números primos en el conjunto de números naturales y propone que existe una distribución de ellos basada en el orden de los números compuestos, tratando de que estas explicaciones sean amigables y entendibles para la mayoría de las personas con una formación matemática básica, por lo que pido disculpas a los expertos si algunas de ellas le parecen innecesarias o repetitivas o si de acuerdo a su docta formación matemática peco de poco formal.

Espero que este análisis así como las conclusiones, puedan contribuir en algo al estudio y comprensión del tema para algunos jóvenes o a motivarlos en su estudio, cabe explicar que el autor decidió analizar el tema desde lo más básico y haciendo conclusiones propias, lógicamente la mayoría de estas pertenecen al conocimiento matemático global, pero se siente una especial satisfacción cuando se llega a conclusiones propias aunque estas ya hubiesen sido establecidas desde tiempos lejanos.

El conjunto de Números Primos

Para adentrarnos en este estudio primero asumiremos que todos los números naturales N ={0,1,2,3,4,5,6….} podrían ser primos y partimos de la definición conocida que dice: "un número primo es aquel que tiene solamente dos divisores", entendiendo como divisor un número por el que se divide el número propuesto obteniéndose un resultado entero (sin decimales o residuo),por lo tanto y de acuerdo con esa convención el número 0, no será primo, pues no se puede dividir por 0, y el 1 no será primo, pues solamente se puede dividir por el mismo.

2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32
34
36
38
40
42
44
46
48
50

Continuamos con el 2 y observamos que tiene exactamente dos divisores el 1 y el 2, por lo tanto este será el primer primo, que tiene por cierto la particularidad de ser el único número primo que es par (que se puede dividir por 2), pues con solo observar los que siguen a cada dos lugares en el conjunto, notaremos que todos se obtienen como resultado de multiplicar el 2 por los números naturales del 1 en adelante.

Veámoslos más detenidamente:

En la tabla adjunta de números pares fácilmente notamos que hay una secuencia que se repite en los pares y es que su último dígito se repite cada 5 lugares, por lo tanto se deduce que todos los números pares terminarán en 2,4,6,8 o 0,y como ya habíamos comentado anteriormente, son divisibles por dos, por lo tanto tendrán como mínimo tres divisores que son el mismo número , el 1 y el 2 por lo que no serán primos.

De lo anterior se intuye que al menos la mitad de los números naturales, N ={0,1,2,3,4,5,6….} no serán primos. Con lo que las opciones se reducen a los terminados en impares {1,3,5,7 o 9}.

Ahora estudiaremos lo que ocurre con los múltiplos de 3, este número será primo pues únicamente se puede dividir por 3 y 1, si multiplicamos el 3 por cada uno de los números naturales obtenemos una secuencia como la que aparece a la derecha en la primera columna.

Después de investigarlos a fondo buscando un lugar común que nos permita identificarlos y discriminarlos con respecto a los demás números, se nota que si sumamos sus dígitos tantas veces que al final nos dé un solo dígito vamos a encontrar que en todos, sin excepción el resultado al final será 3, 6 o 9.

De lo anterior deducimos que no todos los números naturales que terminen en 1, 3, 5, 7 o 9 serían primos pues en la lista se observa que hay varios que son pares y también otros terminan en 1,3,5,7,9, por lo tanto algunos de los números terminados en esos dígitos no serán primos pues serán divisibles por 1, 3 y por ellos mismos como mínimo, con lo que se contradice la característica que esperábamos se cumpliera.

3	3	
6	6	
9	9	
12	3	
15	6	
18	9	
21	3	
24	6	
27	9	
30	3	
33	6	
36	9	
39	12	3
42	6	
45	9	
48	12	3
51	6	
54	9	
57	12	6
60	6	
63	9	
66	12	3
69	15	6
72	9	
75	12	6

En la siguiente tabla observamos muy fácilmente que ningún número que termine en 5 con excepción de él mismo, será primo, pues todos serán múltiplos de 5, de 1 y de otro número.

5	x	1	5
5	x	3	15
5	x	5	25
5	x	7	35
5	x	9	45
5	x	11	55
5	x	13	65
6	x	*	***5

Por lo que hemos visto nos quedan solo cuatro opciones para el último dígito de un número primo es decir que termine en 1, 3, 7 o 9.

Ahora observemos una pequeña lista de primos conocidos menores a 55, de la que omitimos por conveniencia el 2 y el 3:

5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53

Notaremos que al sumarles 1 a todos obtendremos algunos múltiplos de 6.

6	8	12	14	18	20	24	30	32	38	42	44	48	54

Y que al restarle 1 a los mismos, los que no eran múltiplos ahora si los son.

4	6	10	12	16	18	22	28	30	36	40	42	46	52

Si quiere puede hacerse el estudio con muchos números y siempre se encontrará lo mismo. Por lo tanto de lo anterior podemos generalizar que todo número primo con excepción del 2 y el 3, ya sea restándole 1 o sumándole 1 será divisible por 6, si no cumple con este requisito definitivamente no será primo.

Con base en lo expuesto anteriormente podríamos desarrollar una fórmula que nos permita generar números primos

Estos serían el resultado de multiplicar cualquier número natural por 6 y sumarle 1 o restarle 1.

Escrito algo más formalmente sería algo así:

$6 \times n - 1$

$6 \times n + 1$

"n" sería cualquier número que pertenezca al conjunto N={ 1,2,3…}

Eliminamos el signo x para sobrentender que si dice 6n esto significa 6 por n. Si son dos numerales multiplicados usaremos un punto (.) para más facilidad.

O sea tenemos la siguiente fórmula:

$6n – 1$

$6n + 1$

Veamos una lista de números originada a partir de esas fórmulas:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
6n -1	**5**	**11**	**17**	**23**	**29**	**35**	**41**	**47**	**53**	**59**	**65**	**71**	**77**	**83**	**89**	**95**
6n+1	**7**	**13**	**19**	**25**	**31**	**37**	**43**	**49**	**55**	**61**	**67**	**73**	**79**	**85**	**91**	**97**

Observe detenidamente la lista y notará que ahí se encuentran todos los números primos menores que 100 y que si continúa hasta infinito ahí estarán todos los números primos. Pero, hay algunos valores demás, por cierto esos otros destacados en amarillo se denominan números compuestos porque resultan de multiplicar otros números primos. En el caso anterior notamos que 25 es el producto de multiplicar el 5 por si mismo o sea 5 por 5, a esto se le llama potencia o elevar al cuadrado, por eso diremos que 25 es el cuadrado de 5, 49 el cuadrado de 7, otros compuestos son el 35 = 5 .7, el 55 = 5. 11, el 65= 5.13, el 77 = 7.11, el 85=5.17, el 91 = 7. 13 y el 95 = 5.17.

A continuación buscaremos un mecanismo que nos permita eliminar los números compuestos de nuestra lista de posibles primos. Para esto vamos a analizar una lista un poco más larga y con más detenimiento a ver que encontramos que nos permita generalizar una regla:

6x-1	6x+1		6x-1	6x+1		6x-1	6x+1		6x-1	6x+1
5	7		5	7		5	7		5	7
11	13		11	13		11	13		11	13
17	19		17	19		17	19		17	19
23	25		23	25		23	25		23	25
29	31		29	31		29	31		29	31
35	37		35	37		35	37		35	37
41	43		41	43		41	43		41	43
47	49		47	49		47	49		47	49
53	55		53	55		53	55		53	55
59	61		59	61		59	61		59	61
65	67		65	67		65	67		65	67
71	73		71	73		71	73		71	73
77	79		77	79		77	79		77	79
83	85		83	85		83	85		83	85
89	91		89	91		89	91		89	91
95	97		95	97		95	97		95	97
101	103		101	103		101	103		101	103
107	109		107	109		107	109		107	109
113	115		113	115		113	115		113	115
119	121		119	121		119	121		119	121
125	127		125	127		125	127		125	127
131	133		131	133		131	133		131	133
137	139		137	139		137	139		137	139
143	145		143	145		143	145		143	145
149	151		149	151		149	151		149	151
155	157		155	157		155	157		155	157
161	163		161	163		161	163		161	163
167	169		167	169		167	169		167	169
173	175		173	175		173	175		173	175
179	181		179	181		179	181		179	181
185	187		185	187		185	187		185	187
191	193		191	193		191	193		191	193
197	199		197	199		197	199		197	199

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

6x-1	6x+1		6x-1	6x+1		6x-1	6x+1		6x-1	6x+1
5	7		5	7		5	7		5	7
11	13		11	13		11	13		11	13
17	19		17	19		17	19		17	19
23	25		23	25		23	25		23	25
29	31		29	31		29	31		29	31
35	37		35	37		35	37		35	37
41	43		41	43		41	43		41	43
47	49		47	49		47	49		47	49
53	55		53	55		53	55		53	55
59	61		59	61		59	61		59	61
65	67		65	67		65	67		65	67
71	73		71	73		71	73		71	73
77	79		77	79		77	79		77	79
83	85		83	85		83	85		83	85
89	91		89	91		89	91		89	91
95	97		95	97		95	97		95	97
101	103		101	103		101	103		101	103
107	109		107	109		107	109		107	109
113	115		113	115		113	115		113	115
119	121		119	121		119	121		119	121
125	127		125	127		125	127		125	127
131	133		131	133		131	133		131	133
137	139		137	139		137	139		137	139
143	145		143	145		143	145		143	145
149	151		149	151		149	151		149	151
155	157		155	157		155	157		155	157
161	163		161	163		161	163		161	163
167	169		167	169		167	169		167	169
173	175		173	175		173	175		173	175
179	181		179	181		179	181		179	181
185	187		185	187		185	187		185	187
191	193		191	193		191	193		191	193
197	199		197	199		197	199		197	199

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

6x-1	6x+1		6x-1	6x+1		6x-1	6x+1		6x-1	6x+1
5	7		5	7		5	7		5	7
11	13		11	13		11	13		11	13
17	19		17	19		17	19		17	19
23	25		23	25		23	25		23	25
29	31		29	31		29	31		29	31
35	37		35	37		35	37		35	37
41	43		41	43		41	43		41	43
47	49		47	49		47	49		47	49
53	55		53	55		53	55		53	55
59	61		59	61		59	61		59	61
65	67		65	67		65	67		65	67
71	73		71	73		71	73		71	73
77	79		77	79		77	79		77	79
83	85		83	85		83	85		83	85
89	91		89	91		89	91		89	91
95	97		95	97		95	97		95	97
101	103		101	103		101	103		101	103
107	109		107	109		107	109		107	109
113	115		113	115		113	115		113	115
119	121		119	121		119	121		119	121
125	127		125	127		125	127		125	127
131	133		131	133		131	133		131	133
137	139		137	139		137	139		137	139
143	145		143	145		143	145		143	145
149	151		149	151		149	151		149	151
155	157		155	157		155	157		155	157
161	163		161	163		161	163		161	163
167	169		167	169		167	169		167	169
173	175		173	175		173	175		173	175
179	181		179	181		179	181		179	181
185	187		185	187		185	187		185	187
191	193		191	193		191	193		191	193
197	199		197	199		197	199		197	199

Algunas observaciones que se derivan del análisis de los cuadros anteriores y que se mantienen si se extiende el gráfico podrían ser:

Nótese que en ellos no aparece ningún múltiplo de 3.

En ambas listas hay números que son múltiplos de cada uno de los números primos que no son 2 ni 3.

En la columna de la derecha o sea la del 7 se encuentran todos los cuadrados de los números de ambas columnas.

Después de un número sus múltiplos se presentan exactamente a una distancia equivalente a ese valor.

En la columna del 7 se empieza a contar distancias después del cuadrado del número.

En la columna del 5 se cuentan a partir del número si pertenece a esa columna o a partir del resultado de multiplicar los números de la columna del 7 por 5.

Cada 5 números en la columna del 5 aparece un múltiplo de los de la columna de la derecha, dicho de otra manera, se podría generar la lista de la columna derecha dividiendo los múltiplos de 5 que aparecen en la lista de la columna izquierda e igualmente si esto se hace a la inversa.

Si hiciéramos esto hasta infinito tendríamos una criba infinita para generar todos los números primos por eliminación.

A continuación nos dedicaremos a buscar una fórmula que nos permita saber más fácilmente si un número es o no, primo.

6x-1	6x+1
5	7
11	13
17	19
23	25
29	31
35	37
41	43
47	49
53	55
59	61
65	67
71	73
77	79
83	85
89	91
95	97
101	103
107	109
113	115
119	121
125	127
131	133
137	139
143	145
149	151
155	157
161	163
167	169
173	175
179	181
185	187
191	193
197	199

Con base en las observaciones hechas en la tabla anterior podríamos decir lo siguiente:

6x-1	6x+1
5	7
11	13
17	19
23	25
29	31
35	37
41	43
47	49
53	55
59	61
65	67
71	73
77	79
83	85
89	91
95	97
101	103
107	109
113	115
119	121
125	127
131	133
137	139
143	145
149	151
155	157
161	163
167	169
173	175
179	181
185	187
191	193
197	199

Los múltiplos del 5 se presentan en la primera columna del 35 en adelante cada 5 lugares o sea cada 30 unidades pues recordamos que esta tabla fue construida a partir de múltiplos del seis en cada caso restándole 1.

Veamos:

$35 = 35 + 30.\ 0 = 35 + 0$

$65 = 35 + 30.\ 1 = 35 + 30$

$95 = 35 + 30.\ 2 = 35 + 60$

$125 = 35 + 30.\ 3 = 35 + 90$

$x = 35 + 30\ n$

Por lo tanto tendríamos que todos los números de esa lista que cumplan con la fórmula $35 + 30n$ son compuestos.

Simplificando un poco la fórmula observamos lo siguiente:

$35 + 30n = (5.\ 7) + (5.6n)$ que podemos trasformar en

$5\ (7 + 6n)$

De igual manera observaremos que el 77, 143, 209 o sea los múltiplos del 11 de la columna izquierda se podrían obtener de $11(7+ 6n)$,

$77 = 77 + 66.\ 0 = 77 + 0$

$143 = 77 + 66.\ 1 = 77 + 66$

$209 = 77 + 66.\ 2 = 77 + 132$

o sea

$x = 77 + 66\ n$ o $x = (\ 11.7\ )+ (6\ .11n)$ o $11\ (7 + 6n)$

Continuando nuestra generalización podríamos comprobar fácilmente que se cumple lo siguiente:

Para el 17, sus múltiplos en la columna izquierda se cumple que:

x = (7 .17) + (6.17n) que sería igual a 17(7 + 6n),

veamos otros:

x= (7.23) + (6.23n) que sería igual a 23(7 + 6n),

x= (7.29) + (6.29n) que sería igual a 29(7 + 6n),

x= (7.35) + (6.35n) que sería igual a 35(7 + 6n),

y así para todos los elementos de la columna de la izquierda.

Generalizando nuestra observación tendremos que para los números derivados del 6x -1.

Son primos todos aquellos que no sean iguales a:

(6x-1)(7 + 6n)

Donde x es cualquier número natural excepto el cero y n es cualquier natural.

6x-1	6x+1
5	7
11	13
17	19
23	25
29	31
35	37
41	43
47	49
53	55
59	61
65	67
71	73
77	79
83	85
89	91
95	97
101	103
107	109
113	115
119	121
125	127
131	133
137	139
143	145
149	151
155	157
161	163
167	169
173	175
179	181
185	187
191	193
197	199

De acuerdo con lo anterior, mediante un rato de análisis veremos que en la columna de la derecha ocurre algo muy parecido, pero con la diferencia de que el primer número de la secuencia es el cuadrado de cualquiera de los elementos de los conjuntos de las dos columnas. Así obtenemos:

25 = 25 + 0 o 5.5 + 6.5.0 o sea 5(5+6.0)

55 = 25 + 30 o 5.5 + 6.5.1 o sea 5(5+6.1)

85 = 25 + 60 o 5.5 + 6.5.2 o sea 5(5+6.2)

115 = 25 + 90 o 5.5 + 6.5.3 o sea 5(5+6.3)

Generalizando para los múltiplos del 5 en la columna derecha tendríamos:

Múltiplo de 5 = 5(5+ 6n)

Analicemos los múltiplos del 7:

49 = 49 + 0 o 7.7 + 6.7.0 o sea 7(7+6.0)

91 = 49 + 42 o 7.7 + 6.7.1 o sea 7(7+6.1)

133 = 49 + 84 o 7.7 + 6.7.2 o sea 7(7+6.2)

175 = 49 + 126 o 5.5 + 6.7.3 o sea 7(7+6.3),

Generalizando para los múltiplos del 7 en la columna derecha (6x+1), tendríamos:

x = 7(7+ 6n)

De igual manera para todos los 6x - 1 y 6x +1 podemos decir que NO son primos los elementos de la columna derecha que se deriven de la siguiente fórmula:

r(r +6n)

Donde r es cualquier resultado de 6x -1 o 6x +1 con x diferente de cero y donde n es cualquier número natural.

5	**7**
11	**13**
17	**19**
23	**25**
29	**31**
35	**37**
41	**43**
47	**49**
53	**55**
59	**61**
65	**67**
71	**73**
77	**79**
83	**85**
89	**91**
95	**97**
101	**103**
107	**109**
113	**115**
119	**121**
125	**127**
131	**133**
137	**139**
143	**145**
149	**151**
155	**157**
161	**163**
167	**169**
173	**175**
179	**181**
185	**187**
191	**193**
197	**199**

Hasta el momento tenemos dos fórmulas que nos permiten clasificar números naturales de las formas 6x-1 y 6x+1, como primos o no primos pero vamos a ver que ocurre cuando juntamos los dos conjuntos en uno solo.

Al ser los dos conjuntos iguales se entrelazan de uno por medio, y arrastran las distancias entre los compuestos que había en cada una de las columnas anteriores, pero duplicadas o sea los múltiplos de 5 ahora estarán a diez lugares del 5 hacia delante y del 25 hacia adelante, como se puede observar en la columna de la derecha entrelazándose entre ellos. Y así para todos los demás valores.

Deberemos pues buscar una fórmula que nos permita generar todos los múltiplos de un número cualquiera a partir del número.

Como observamos anteriormente en la columna de los múltiplos de 6x+1 encontramos todos los cuadrados de los números.

Vamos a partir de estos para observar la regularidad de los múltiplos de 5.

$$25 = 25+0 = 5.5+5.0 = 5.5+5.2.0$$

$$35 = 25+10 = 5.5+5.2 = 5.5+5.2.1$$

$$55 = 25+30 = 5.5+5.6 = 5.5+5.2.3$$

$$65 = 25+40 = 5.5+5.8 = 5.5+5.2.4$$

$$85 = 25+60 = 5.5+5.12 = 5.5+5.2.6$$

$$95 = 25+70 = 5.5+5.14 = 5.5+5.2.7$$

$$115 = 25+90 = 5.5+5.18 = 5.5+5.2.9$$

$$125 = 25+100 = 5.5+5.20 = 5.5+5.2.10$$

$$145 = 25+120 = 5.5+5.25 = 5.5+5.2.12$$

7
11
13
17
19
23
25
29
31
35
37
41
43
47
49
53
55
59
61
65
67
71
73
77
79
83
85
89
91
95
97
101
103
107
109
113
115
119
121
125
127
131
133
137
139
143
145

Ahora vamos a hacer lo mismo con los múltiplos de 7,

Para ilustración se incluyen algunos números que no se ven en el gráfico, y omitiremos el 35 pues este está excluido como número primo por la explicación anterior.

5
7
11
13
17
19
23
25
29
31
35
37
41
43
47
49
53
55
59
61
65
67
71
73
77
79
83
85
89
91
95
97
101
103
107
109
113
115
119
121
125
127
131

$49 = 49 + 0 = 7.7 + 7.0 = 7.7 + 7.2.0$

$77 = 49+28 = 7.7 + 7.2 = 7.7 + 7.2.2$

$91 = 49+42 = 7.7 + 7.6 = 7.7 + 7.2.3$

$119 = 49+70 = 7.7 + 7.10 = 7.7 + 7.2.5$

$63 = 49+14 = 7.7 + 7.2 = 7.7 + 7.2.1$

$105 = 49+56 = 7.7 + 7.8 = 7.7 + 7.2.4$

$133 = 49+84 = 7.7 + 7.12 = 7.7 + 7.2.6$

$147 = 49+98 = 7.7 + 7.20 = 7.7 + 7.2.7$

$175 = 49+126 = 7.7 + 7.27 = 7.7 + 7.2.9$

Nótese que hemos incluido otros números que no son precisamente múltiplos de $6x - 1$ o $6x + 1$(63…175), pero que si son múltiplos de 7 y este análisis también los incluye lo que nos permitirá extender nuestras conclusiones para generalizar una fórmula.

De lo explicado se puede intuir una fórmula que se plantearía así, siendo p un número de la forma 6x+1 o 6x-1, los múltiplos de un primo serían aquellos que cumplan con:

$$\mathbf{p.p + p.2.n \quad \text{o sea} \quad p^2 + 2pn \quad \text{o también} \quad p(p + 2n).}$$

Donde x sería cualquier número natural mayor que 1 y n sería cualquier número natural.

Conclusiones 1

Por lo analizado anteriormente se concluye que el Conjunto de los Números Primos es un subconjunto ordenado del conjunto de Números Naturales, que se compone del 2 y el 3, además de todos los múltiplos de $6x + 1$ y $6x - 1$, con la excepción de aquellos que se pueden expresar como :

$$(6x+1)^2 + 2n \qquad o \qquad (6x-1)^2 + 2n$$

Donde x y n pertenecen a los naturales y x es mayor que 0.

ALGORITMO PARA ESTABLECER UNA LISTA DE CUALQUIER TAMAÑO DE NÚMEROS PRIMOS.

Algoritmo en Python para generar números primos mayores a 11. Se puede convertir en función, con ligeros cambios puede servir para determinar si un número es primo o no, o generar una lista de los números y sus divisores, determinando si un número es primo o no etc. También se puede hacer más eficiente introduciéndole solamente valores iguales a 5 + 6n y 7 + 6n o estableciendo una matriz para almacenar los números ya estudiados. Sin embargo consideramos que para el propósito de demostrar que la argumentación citada anteriormente es cierta, no es necesario hacer el algoritmo más complicado si lo que se quiere es obtener solamente primos.

Generador de primos de mayores a 7

En Python (aprox. 3 seg. para primos menores de 100000).

```
>>> for x in range (1,100000,2):
...     if x % 5.0 <> 0 and x % 7.0 <> 0 :
...         if ((x-1)/6.0) % 1 == 0 or ((x+1)/6.0) % 1 == 0:
...             a = int(math.sqrt(x)+4)
...             b,c = int(a/6.0)*6+1,int(a/6.0)*6-1
...             while b > 1 or c > -1 and b <> 0 and c <> 0:
...                 d, e  = (x-b**2)/(1.0*b),((x-c**2)/(1.0*c))
...                 if  d % 2.0 == 0 or e % 2.0 == 0:
...                     b,c  = 1,-1
...                 elif  b > 7 or c > 5:
...                     b,c = b - 6, c-6
...                 else:
...                     print x,
...                     b = 0
```

*Recordar que hay que cargar math.sqrt para que corra .

Generador de primos de Mersenne* mayores a 7.

En Python

```
>>> for x in range (1,n):
...     if (2**x-2.0)/6.0 % 1.0 == 0 or (2**x)/6.0 % 1.0 == 0 and ((x+1)/6.0 % 1.0 == 0 or (x-1)/6.0 % 1.0 == 0):
...         m = 2**x-1
...         if m % 5.0 <> 0 and m % 7.0 <> 0 :
...             if ((m-1)/6.0) % 1 == 0 or ((m+1)/6.0) % 1 == 0:
...                 a = int(math.sqrt(m)+1)
...                 b,c = int(a/6.0)*6+1,int(a/6.0)*6-1
...                 while b > 1 or c > -1 and b <> 0 and c <> 0:
...                     d, e  = (m-b**2)/(1.0*b),((m-c**2)/(1.0*c))
...                     if  d % 1.0 == 0 or e % 1.0 == 0:
...                         b,c  = 1,-1
...                     elif  b > 7 or c > 5:
...                         b,c = b - 6, c-6
...                     else:
...                         print m,'es un número de Mersenne','pues 2 a la',x, 'es igual a', m+1
...                         b = 0...
```

31 es el número de Mersenne pues 2 a la 5 es igual a 32

127 es el número de Mersenne pues 2 a la 7 es igual a 128

8191 es el número de Mersenne pues 2 a la 13 es igual a 8192

131071 es el número de Mersenne pues 2 a la 17 es igual a 131072

524287 es el número de Mersenne pues 2 a la 19 es igual a 524288

2147483647 es el número de Mersenne pues 2 a la 31 es igual a 2147483648

* Se dice que un número primo es primo de Mersenne si precede por una unidad a una potencia de 2.

SEGUNDA PARTE

De lo estudiado anteriormente concluimos que todos los primos están incluidos en el conjunto formado por los múltiplos de 6 menos uno y los múltiplos de 6 más 1.

En este apartado intentaremos buscar una fórmula, aún más sencilla que la anterior intentando eliminar los conceptos de potencia y raíz cuadrada, pues la belleza de la matemática consiste en encontrar la forma más simple de expresar la armonía que la caracteriza. Partiremos pues del número 6 que lo obtenemos de multiplicar el único par primo con el primer primo impar, a este le restaremos y le sumaremos 1. Tenemos así el 5, 6 y 7. Construyamos la siguiente tabla sumándole 6 a cada uno de esos tres valores consecutivamente.

	1	
2		3
5	6	7

+	+	+

6	6	6

11	12	13
17	18	19
23	24	25
29	30	31

Obsérvese que en las columnas de los extremos vamos a tener, si continuamos esta figura hasta infinito, todos los números primos, pues son las mismas columnas formadas por 6x -1 y 6x+1 que vimos anteriormente. Al centro tendríamos la columna de múltiplos de 6 que es la que genera los posibles primos al restarle o sumarle uno al múltiplo de seis.

Nuevamente nos enfrentamos al problema de que hay una cantidad de valores que nos aparecen que no son primos como el 25, que vemos en el gráfico. A continuación intentaremos encontrar la fórmula que elimine esos valores observando detenidamente los siguientes gráficos.

En esta tabla, marcamos los múltiplos de cinco y observamos que están distribuidos uniformemente en las dos columnas y a cada cinco lugares entre ellos, si analizamos el 25 y el 35 veremos que están exactamente a cinco unidades hacia arriba y hacia abajo del 30 que equivale a 6 x 5. Luego si analizamos el 55 y 65 veremos que cumplen la misma regla y así sucesivamente; veamos:

	1	
2		3
5	6	7
11	12	13
17	18	19
23	24	25
29	30	31
35	36	37
41	42	43
47	48	49
53	54	55
59	60	61
65	66	67
71	72	73
77	78	79
83	84	85
89	90	91
95	96	97
101	102	103
107	108	109
113	114	115
119	120	121
125	126	127
131	132	133
137	138	139
143	144	145
149	150	151
155	156	157
161	162	163
167	168	169
173	174	175
179	180	181
185	186	187
191	192	193
197	198	199
203	204	205
209	210	211
215	216	217
221	222	223
227	228	229
233	234	235

25, 30, 35 =
5.5, 5.6, 5.7 =
5.6-5, 5.6, 5.6 +5 =
5.(1.6)-5, 5.1.6, 5.1.6 +5

55, 60, 65 =
5.11, 5.12, 5.13 =
5.12-5, 5.12, 5.13 +5 =
5.(2.6)-5 5.2.6 5.2.6 +5

85, 90, 95 =
5.17, 5.18, 5.19 =
5.18-5, 5.18, 5.18 +5 =
5.3.6-5 5.3.6 5.3.6 +5

115, 120, 125 =
5.23, 5.24, 5.25 =
5.24-5, 5.24, 5.24 +5 =
5.4.6-5 5.4.6 5.4.6 +5

145, 150, 155, =
5.29, 5.30, 5.31, =
5.30-5, 5.30, 5.30 +5 =
5.5.6-5 5.5.6 5.5.6 +5

Analicemos los últimos valores de cada una de las anteriores anotaciones buscando un lugar común:

5.1.6-5,   5.1.6,   5.1.6 +5
5.2.6-5   5.2.6   5.2.6 +5
5.3.6-5   5.3.6   5.3.6 +5
5.4.6-5   5.4.6   5.4.6 +5
5.5.6-5   5.5.6   5.5.6 +5
5.n.6-5   5.n.6   5.n.6 +5

Generalizando lo observado podríamos concluir que para los múltiplos del cinco que aparecen en las series de 6x-1 y 6x+1, no serían primos aquellos que cumplen con ser iguales a 5(n.6) -5 y 5(n.6)+5 o sea 30n -5 y 30n +5.

Ahora intentaremos analizar si esta misma observación se aplica para los otros valores que no son primos en las columnas de los extremos analizando los múltiplos de 7.
Nótese que en este caso se presenta primero el de la izquierda al contrario de la columna anterior.

35,   42,   49
7.(1.6)-7   7.1.6   7.1.6 +7

77,   84,   91
7.(2.6)-7   7.2.6   7.2.6 +7

119,   126,   133
7.3.6-7   7.3.6   7.3.6 +7

161,   168,   175
7.4.6-7   7.4.6   7.4.6 +7

203,   210,   217
7.5.6-7   7.5.6   7.5.6 +7

Generalizando nuevamente diremos que:
7.n.6-7   7.n.6   7.n.6 +7

	1	
2		3
5	6	7
11	12	13
17	18	19
23	24	25
29	30	31
35	36	37
41	42	43
47	48	49
53	54	55
59	60	61
65	66	67
71	72	73
77	78	79
83	84	85
89	90	91
95	96	97
101	102	103
107	108	109
113	114	115
119	120	121
125	126	127
131	132	133
137	138	139
143	144	145
149	150	151
155	156	157
161	162	163
167	168	169
173	174	175
179	180	181
185	186	187
191	192	193
197	198	199
203	204	205
209	210	211
215	216	217
221	222	223
227	228	229
233	234	235
239	240	241
245	246	247
251	252	253

Veamos que sucede con el 11 que sería el segundo valor de la columna de 6x-1. Nótese que en este caso aparece primero el valor de la columna de la izquierda, si extendemos esta observación con los demás valores se concluye que para los valores generados por 6x-1 el primer múltiplo en esta secuencia estará en la columna de 6x+1 y para los generados por 6x+1 el primer múltiplo estará en la columna de 6x-1.Veamos lo mismo que estudiamos en las columnas anteriores un poco más simplificado:

1. 6 . 11 = 66 66 - 11 = 55
66 +11 = 77

2. 6 . 11 = 132 132 – 11 = 121
132 + 11 = 143

3. 6 . 11 = 198 198 – 11 = 187
198 + 11 = 209

4. 6 . 11 = 264 264 – 11 = 253
264 + 11 = 275

Nótese que los valores 66, 132, 198, etc., se obtienen de Multiplicar 6 por cada uno de los números naturales y este resultado a su vez por el valor 11, que es el que estamos estudiando. Se nos ocurre pensar que tal vez una forma general para encontrar los valores no primos en el conjunto de $6x\pm1$ y podría ser 6 np – p y 6n p + p donde p sería cada uno de los valores obtenidos por 6x+1 y 6x-1 y n cada uno de los naturales.

6x-1	6x	6x+1
	1	
2		3
5	6	7
11	12	13
17	18	19
23	24	25
29	30	31
35	36	37
41	42	43
47	48	49
53	54	55
59	60	61
65	66	67
71	72	73
77	78	79
83	84	85
89	90	91
95	96	97
101	102	103
107	108	109
113	114	115
119	120	121
125	126	127
131	132	133
137	138	139
143	144	145
149	150	151
155	156	157
161	162	163
167	168	169
173	174	175
179	180	181
185	186	187
191	192	193
197	198	199
203	204	205
209	210	211
215	216	217

Analicemos las cantidades estudiadas y otras más utilizando lo concluido anteriormente:

1. 5.6 = 30	30-5 = 25*	30+5 = 35*
2. 5.6 = 60	60-5 = 55	60+5 = 55
3. 5.6 = 90	90-5 = 85	90+5 = 95
4. 5.6 = 120	120-5 =115	120+5 =125

1. 7.6 = 42	42-7 = 35	42+7 = 49
2. 7.6 = 84	84-7 = 77	84+7 = 91
3. 7.6 = 126	126-7 = 119	126+7 = 133
4. 7.6 = 168	168-7 =161	168+7 = 175

1. 13.6 = 78	78-13 = 65	78+13 = 49
2. 13.6 = 156	156-13 = 143	156+13 = 91
3. 13.6 = 234	234-13 = 221	234+13 = 133
4. 13.6 = 312	312-13 = 299	312+13 = 175

1. 51.6 = 306	306-51 = 255	306+51 = 357
2. 47.6 = 564	564-47 = 517	564+47 = 611
3. 121.6 = 2178	2178-121 = 2057	2178+121 = 2299
11.19.6 = 1254	1254-19 =1235	1254+19 = 1273

Podemos de esta forma gráfica continuar por mucho tiempo y veremos que todos los valores de las dos columnas van a seguir siendo excluidos por la misma fórmula, sin quedar absolutamente ningún valor no primo en las columnas. Sin embargo para probar lo expuesto en una cantidad grande de valores, diseñamos un algoritmo en Phyton (adjunto), en donde probamos hasta 10 millones de números, resultando que todos los valores obtenidos son primos y equivalen exactamente a las cantidades conocidas de primos para los valores estudiados.

* Los valores de estas columnas no son primos pero si múltiplos de 6x-1 o 6x+1.

Conclusiones 2

Por lo anteriormente analizado proponemos, siendo aún más específicos, e intentando mejorar lo propuesto en la primera parte que:

$$\textbf{PRIMOS} = \{2,3\}\ \mathbf{U} \left\{ \{6x \pm 1\} - \left\{ \begin{array}{l} -[6n\,(6x+1) \pm (6x+1] \\ \\ -[6n\ (6x-1) \pm (6x-1] \end{array} \right\} \right\}$$

Donde x y n pertenecen al conjunto de los números naturales.

Se podría decir que la complejidad del Conjunto de los Números Primos se da por la forma en que van siendo eliminados los múltiplos de estos primos que son a su vez múltiplos de 6x+1 o 6x-1, pues, si construimos una tabla similar a las que hemos hecho, observaremos que en el caso de los múltiplos de 6x-1 el primer “no primo” lo encontraremos en la columna de la derecha tantos espacios hacia atrás como valor tenga x y también a x espacios hacia delante en la columna de la izquierda, y en el caso de los múltiplos de 6x+1 sucede exactamente lo contrario, lo que genera un comportamiento muy particular que hace difícil establecer un orden en el sentido conocido.

Algoritmo construido en Python para probar la afirmación que dice que:

$$\textbf{PRIMOS} = \{2,3\}\ \mathbf{U} = \left\{ (6x \pm 1) - \left\{ \begin{array}{l} -[6n\,(6x+1) \pm (6x+1] \\ \\ -[6n\ (6x-1) \pm (6x-1] \end{array} \right\} \right\}$$

```
>>> for x in range (1,1000000):
...     if x % 5.0 <> 0 and x % 7.0 <> 0 :
...         if ((x-1)/6.0) % 1 == 0 or ((x+1)/6.0) % 1 == 0:
...             a = int(math.sqrt(x)+4)
...             b,c = int(a/6.0)*6+1,int(a/6.0)*6-1
...             while b > 1 or c > -1 and b <> 0 and c <> 0:
...                 d,e,f,g  = (x-b),(x+b),(x-c),(x+c)
...                 if  d % 6.0 == 0 and d/(6.0*b) % 1.0 ==0:
...                     b,c  = 1,-1
...                 elif  e % 6.0 == 0 and e/(6.0*b) % 1.0 ==0:
...                     b,c  = 1,-1
...                 elif  f % 6.0 == 0 and f/(6.0*c) % 1.0 ==0:
```

```
...                b,c  = 1,-1
...            elif  g % 6.0 == 0 and g/(6.0*c) % 1.0 ==0:
...                b,c  = 1,-1
...            elif  b > 7 or c > 5:
...                b,c = b - 6, c-6
...            else:
...                print x,
...                b = 0
```

Nota: Al resultado deben agregársele el 2,3, 5 y 7.

TERCERA PARTE

Continuamos con nuestro estudio y aceptaremos como válidas las conclusiones anteriores para tratar de simplificar aún más lo obtenido hasta el momento que como hemos probado sí funciona. Por lo tanto continuaremos adentrándonos en las probabilidades de 6x+1 y 6x-1. Observaremos los siguientes gráficos, en los cuales aplicamos lo estudiado anteriormente en busca de alguna posible generalidad, a propósito hemos colocado solamente algunos números primos en las columnas de la izquierda.

		pp	
		5	
x		(pp-x)/6	(pp+x)/6
5		0	1,66666667
7		-0,3333333	2
11		-1	2,66666667
13		-1,3333333	3
17		-2	3,66666667
19		-2,3333333	4
23		-3	4,66666667
31		-4,3333333	6
41		-6	7,66666667
43		-6,3333333	8
47		-7	8,66666667
61		-9,3333333	11
71		-11	12,6666667
73		-11,333333	13
83		-13	14,6666667
101		-16	17,6666667
103		-16,333333	18

Cuadro 1

Se nota como para cada posible primo al sumarlo con un primo y dividirlo por 6 nos da un número entero. Además se nota que cuando corresponde con él mismo el resultado será 0. Lo probamos con muchos más y el comportamiento siempre fue el mismo.

Probemos ahora con algunos de los posibles primos que sabemos son compuestos:

		pp	
		25	
x		**(pp-x)/6**	**(pp+x)/6**
5		3,3333333	5
7		3	5,33333333
11		2,3333333	6
13		2	6,33333333
17		1,3333333	7
19		1	7,33333333
23		0,3333333	8
31		-1	9,33333333
41		-2,6666667	11
43		-3	11,3333333
47		-3,6666667	12
61		-6	14,3333333
71		-7,6666667	16
73		-8	16,3333333
83		-9,6666667	18
101		-12,666667	21
103		-13	21,3333333
Cuadro 3			

		pp	
		49	
x		**(pp-x)/6**	**(pp+x)/6**
5		7,3333333	9
7		7	9,33333333
11		6,3333333	10
13		6	10,3333333
17		5,3333333	11
19		5	11,3333333
23		4,3333333	12
31		3	13,3333333
41		1,3333333	15
43		1	15,3333333
47		0,3333333	16
61		-2	18,3333333
71		-3,6666667	20
73		-4	20,3333333
83		-5,6666667	22
101		-8,6666667	25
103		-9	25,3333333
Cuadro 4			

Nótese como se sigue cumpliendo que en una de las dos opciones nos dará un número entero, pero además tenemos ahora que donde corresponde al divisor que lo descalifica como primo, el resultado es el mismo que el primo que se le sumó o restó. Después de analizar en forma rápida otros ejemplos con números pequeños podríamos concluir que para todo posible primo que no lo es, existe un primo que al sumárselo o restárselo y dividir el resultado entre 6 será igual a ese primo. Veamos algunos ejemplos con posibles primos más grandes:

		pp	
		83	
x		**(pp-x)/6**	**(pp+x)/6**
5		13	14,6666667
7		12,6666667	15
11		12	15,6666667
13		11,6666667	16
17		11	16,6666667
19		10,6666667	17
23		10	17,6666667
31		8,66666667	19
41		7	20,6666667
43		6,66666667	21
47		6	21,6666667
61		3,66666667	24
71		2	25,6666667
73		1,66666667	26
83		0	27,6666667
101		-3	30,6666667
103		- 3,33333333	31

Cuadro 5

		pp	
		91	
x		**(pp-x)/6**	**(pp+x)/6**
5		14,333333	16
7		14	16,3333333
11		13,333333	17
13		13	17,3333333
17		12,333333	18
19		12	18,3333333
23		11,333333	19
31		10	20,3333333
41		8,3333333	22
43		8	22,3333333
47		7,3333333	23
61		5	25,3333333
71		3,3333333	27
73		3	27,3333333
83		1,3333333	29
101		-1,6666667	32
103		-2	32,3333333

Cuadro 6

		pp	
		1001	
x		**(pp-x)/6**	**(pp+x)/6**
5		166	167,666667
7		165,666667	168
11		165	168,666667
13		164,666667	169
17		164	169,666667
19		163,666667	170
23		163	170,666667
31		161,666667	172
41		160	173,666667
43		159,666667	174

Cuadro 7

		pp	
		121	
x		**(pp-x)/6**	**(pp+x)/6**
5		19,333333	21
7		19	21,3333333
11		18,333333	22
13		18	22,3333333
17		17,333333	23
19		17	23,3333333
23		16,333333	24
31		15	25,3333333
41		13,333333	27
43		13	27,3333333

Cuadro 8

Destacamos en los anteriores cuadros, que son citados a manera de ejemplo, pues se han construido muchos buscando generalidades, lo siguiente:

En el cuadro 5 un conocido primo, el 89 nuevamente da 0 en 89 por lo que no lo destacamos con color, en el 6 el 91 nos da 13 en la casilla del 13 precisamente y según nuestra generalización anterior, eso lo descalifica como primo y es que efectivamente el 91 es divisible de 13. Sin embargo en los cuadros 7 y 8 en los que analizamos dos posibles primos, que en realidad no son primos, vemos que los resultados en los que ellos se hacen compuestos, no son equivalentes al primo por el que son divisibles, pero luego de analizar un poco podremos ver que los valores que se obtienen en esos resultados son múltiplos exactamente de los primos que usamos en la suma o resta.

Conclusiones 3

Con lo observado anteriormente nos atrevemos a decir que siendo k un número cualquiera resultante de 6x+1 y 6x-1 a los que llamaremos posibles primos, si a éste le sumamos o le restamos un primo diferente de 2 y 3, y el resultado dividido por seis es múltiplo del primo, entonces x no será primo.

Formalmente: "x" es primo si y solo si :

$$(x + p)/6 \neq np \quad \text{o} \quad (x - p)/6 \neq np$$

Donde p será un número primo diferente de 2 y 3 y n cualquier número natural.

Para mostrar lo anteriormente expuesto, realizamos un algoritmo nuevamente en Python que nos permite comprobar con cualquier número computable, de hecho los resultados fueron totalmente correctos. Lo invitamos a probarlo o convertirlo a otro lenguaje de programación. Se debe recordar que en Python se debe cargar el módulo matemático, para extraer la raíz cuadrada que se toma como referencia sumándole dos, para no hacer los cálculos más extensos, pues como se sabe, si revisamos los divisores de un número hasta su raíz cuadrada, podremos concluir cuales son ellos.

Algoritmo construido en Python utilizado para demostrar que los múltiplos de 6x+1 y 6x-1, más el 2 y el 3 contienen a todos los números primos excepto aquellos a los que al sumarle 6x+1 o 6x-1 generan un múltiplo de 6 que es a su vez múltiplo del 6x +1 o 6x-1 que se le ha sumado o restado.

```
>>> for x in range (1,100000000,2):
...     if ((x-1)/6.0) % 1 == 0 or ((x+1)/6.0) % 1 == 0:
```

```
...        a = int(math.sqrt(x)+3)
...        m,n = 5,7
...        while m < a or n < a:
...            d,e,f,g  = (x-m)/6.0,(x+m)/6.0,(x-n)/6.0,(x+n)/6.0
...            if  d % m == 0:
...                m,n  = a,a
...            elif  e % m == 0:
...                m,n  = a,a
...            elif  f % n == 0:
...                m,n  = a,a
...            elif  g % n == 0:
...                m,n  = a,a
...            elif  m < a-7 or n < a-5:
...                m,n = m+6, n+6
...            else:
...                print x
...                m,n = a,a
```

Variaciones de este algoritmo elemental nos permitirán encontrar los divisores, encontrar primos entre dos cantidades dadas, hacer listas con los números y sus divisores, buscar primos gemelos, de Mersenne etc. Para muestra adjuntamos un ejemplo que nos genera primos de Mersenne, similar al anterior pero aún más rápido, además combinado con otros métodos existentes y acumulando los primos generados será mucho más rápido, pero no es ese el propósito de este estudio.

Variación del algoritmo anterior diseñado para encontrar números primos de Mersenne, con base en lo estudiado anteriormente.

```
>>> for x in range (1,50L):
...    if (2**x-2.0)/6.0 % 1.0 == 0 or (2**x)/6.0 % 1.0 == 0 and ((x+1)/6.0 % 1.0 == 0 or (x-1)/6.0 % 1.0 == 0):
...        k = 2**x-1L
...        if ((k-1)/6.0) % 1L == 0 or ((k+1)/6.0) % 1L == 0:
...            a = int(math.sqrt(k)+2L)
...            m,n = 5L,7L
...            while m < a or n < a:
...                d,e,f,g  = (k-m)/6.0,(k+m)/6.0,(k-n)/6.0,(k+n)/6.0
...                if  d % m == 0:
...                    m,n  = a,a
...                elif  e % m == 0:
...                    m,n  = a,a
...                elif  f % n == 0:
...                    m,n  = a,a
...                elif  g % n == 0:
...                    m,n  = a,a
...                elif  m < a-7 or n < a-5:
...                    m,n = m+6, n+6
```

```
...         else:
...             print k,'es un número de Mersenne','pues 2 a la',x, 'es igual a', k+1
...             m,n = a,a
...
31 es un número de Mersenne pues 2 a la 5 es igual a 32
127 es un número de Mersenne pues 2 a la 7 es igual a 128
8191 es un número de Mersenne pues 2 a la 13 es igual a 8192
131071 es un número de Mersenne pues 2 a la 17 es igual a 131072
524287 es un número de Mersenne pues 2 a la 19 es igual a 524288
2147483647 es un número de Mersenne pues 2 a la 31 es igual a 2147483648
```

Estos dos algoritmos también nos sirven para ver los múltiplos de 6x-1 y 6x+1 que nos son primos en una cantidad dada.

```
>>> for x in range (1,500):
...     a = 6*x+1
...     for n in range (1,500):
...         if n % a == 0:
...                 print  (6*n)-a,  (6*n)+a,
```

```
>>> for x in range (1,500):
...     a = 6*x - 1
...     for n in range (1,500):
...         if n % a == 0:
...                 print  (6*n)-a,  (6*n)+a,
```

A continuación nos abocaremos a mostrar de una manera más formal todo lo dicho anteriormente.

NUMEROS PRIMOS - CONJETURA FINAL

Los números compuestos tienen al menos 3 divisores, los primos únicamente 2.
Todos los naturales k > 1 pertenecen a una secuencia estructurada de la siguiente forma:

$6x-4$	$6x-3$	$6x-2$	$6x-1$	$6x$	$6x+1$
2	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***
$6(x+1)-4$	$6(x+1)-3$	$6(x+1)-2$	$6(x+1)-1$	$6(x+1)$	$6(x+1)+1$
8	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
$6(x+2)-4$	$6(x+2)-3$	$6(x+2)-2$	$6(x+2)-1$	$6(x+2)$	$6(x+2)+1$
14	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*
$6(x+3)-4$	$6(x+3)-3$	$6(x+3)-2$	$6(x+3)-1$	$6(x+3)$	$6(x+3)+1$
20	*21*	*22*	*23*	*24*	*25*
$6(x+1)-4$	$6(x+1)-3$	$6(x+1)-2$	$6(x+1)-1$	$6(x+1)$	$6(x+1)+1$
…	…	…	…	…	…
$6(n)-4$	$6(n)-3$	$6(n)-2$	$6(n)-1$	$6(n)$	$6(n)+1$
k	$k+1$	$k+2$	$k+3$	$k+4$	$k+5$**…**
6x-4	**6x-3**	**6x-2**	**6x-1**	**6x**	**6x+1**
2(3x-2)	**3**(2x-1)	**2**(3x-1)		**6**x	

COMPUESTOS	COMPUESTOS	COMPUESTOS	PRIMOS	COMPUESTOS	PRIMOS
EXCEPCIÓN	**EXCEPCIÓN**	**EXCEPCIÓN**	**EXCEPCIONES***	**EXCEPCIÓN**	**EXCEPCIONES***
Si x = 1	Si x = 1	No hay	6n(6x-1)-(6x-1)	No hay	6n(6x-1)-(6x-1)
			6n(6x-1)+(6x-1)		6n(6x-1)+(6x-1)
			6n(6x+1)-(6x+1)		6n(6x+1)-(6x+1)
			6n(6x+1)+(6x+1)		6n(6x+1)+(6x+1)

Las formas 6x-4, 6x-3, 6x-2, 6x serán compuestos divisibles por 2 o 3 con excepción de ellos mismos.
Por lo tanto los demás números primos serán de la forma 6x+1 o 6x-1.

Las excepciones, es decir los números de estas dos formas que no son primos se demuestran mediante la siguiente argumentación:

Demostración:
Demostraremos que todo número k de las formas:

a) k = 6n (6x + 1) + (6x + 1)
b) k = 6n (6x + 1) - (6x + 1)
c) k = 6n (6x - 1) + (6x - 1)
d) k = 6n (6x - 1) - (6x - 1) son compuestos.

Argumentación:
1) Todos los primos excepto 2 y 3, son de la forma 6x-1 o 6x+1 y son mayores que 1.

2) Sea *p* cualquier natural mayor que 2, podemos decir que cualquier natural mayor que 1 será de la forma p+1 o p-1.

3) Todos los compuestos se podrán representar como m(p+1) o m(p-1), donde m es mayor que 1. POR LO QUE SI UN NUMERO NO SE PUEDE REPRESENTAR DE ESTA FORMA SERA PRIMO

4) Si m es igual a (6x +1) o m es igual a (6x-1) entonces todos los compuestos de la formas 6k+1 o 6k -1, serán representables también de las formas

m(p+1) o m(p-1)

o sea (6x+1) (p+1) o (6x+1) (p-1) o

(6x-1) (p+1) o (6x-1) (p-1)

5)

i) Por lo anterior si m es de la forma $(6n + 1)$, diremos que todo k de la forma $(6n + 1)(p + 1)$ es compuesto.

Multiplicando obtenemos

$$k = 6np + 6n + p + 1 =$$

que se puede factorizar como:

$k = 6n(p + 1) + (p + 1)$, por lo tanto k es compuesto para cualquier valor de p mayor que 2.

Sea $p = 6x$

Sustituimos:

$k = 6n(p + 1) + (p+ 1) = 6n(6x + 1) + (6x + 1)$, por lo tanto a queda demostrado.

ii) Por lo anterior si m es de la forma $(6n - 1)$, diremos que todo k de la forma $(6n - 1)(p + 1)$ es compuesto.

Multiplicando obtenemos

$$k = 6np + 6n - p - 1 =$$

que se puede factorizar como:

$k = 6n(p + 1) - (p + 1)$, que como se dijo arriba, es compuesto para cualquier valor de p mayor que 2.

Sea $p = 6x$

Sustituimos:

$k = 6n(p + 1) - (p + 1) = 6n(6x + 1) - (6x + 1)$, por lo tanto b queda demostrado.

iii) Por lo anterior si m es de la forma $(6n + 1)$, diremos que todo k de la forma $(6n + 1)(p - 1)$ es compuesto.

Multiplicando obtenemos

$$k = 6np - 6n + p - 1 =$$

que se puede factorizar como:

$k = 6n(p - 1) + (p - 1)$, que como se dijo arriba, es compuesto para cualquier valor de p mayor que 2.

Sea $p = 6x$

Sustituimos:

$k = 6n(p - 1) + (p - 1) = 6n(6x - 1) + (6x - 1)$, por lo tanto c queda demostrado.

iiii) Por lo anterior si m es de la forma (6n - 1), diremos que todo k de la forma (6n - 1) (p - 1) es compuesto.

Multiplicando obtenemos

$$k = 6np - 6n - p - 1 =$$

que se puede factorizar como:

$k = 6n (p - 1) - (p - 1)$, que como se dijo arriba, es compuesto para cualquier valor de p mayor que 2.

Sea p = 6x

Sustituimos:

$k = 6n (p - 1) - (p- 1) = 6n (6x - 1) - (6x - 1)$, por lo tanto d queda demostrado.

6) Diremos por tanto que:

$$P= \{2,3\} \cup = \Big\{ \{6x \pm 1\} - \{\{6n (6x + 1) \pm (6x +1)\} \cup \{ 6n (6x - 1) \pm (6x - 1)\}\} \Big\}$$

donde x y n son cualesquier natural diferentes de 0.

7) *Teorema:*

Para cada *x* compuesto de la forma 6x±1, existe al menos un *p* primo tal que x + *p* será múltiplo de 6 y de *p* a la vez.

Sea p de la forma 6x±1, de acuerdo a lo anteriormente demostrado, diremos que todo k de la forma 6x+1 o 6x-1, es compuesto si se puede representar como k = 6n*p* ± *p*, por lo tanto

k será compuesto si $k \pm p = 6np$ o sea:

k será primo si $\frac{(k \pm p)}{6} \neq np$, donde n es natural mayor que 0 y k y *p son* de la forma 6x ± 1 .

Referencias :

http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_primo
http://www.mersenne.org/prime.htm
http://gaussianos.com/numeros-primos-pseudogemelos/
http://www.polprimos.com/numeros_primos_omar_pol.pdf
http://mimosa.pntic.mec.es/jgomez53/matema/conocer/primos.htm
http://www.microsiervos.com/archivo/ciencia/listas-numeros-primos.html
http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Prime_numbers.html
http://primes.utm.edu/