La Matemática en el Contexto de las Ciencias

Patricia Camarena Gallardo
Instituto Politécnico Nacional, México

Resumen

A nivel mundial, es conocido el hecho del alto índice de reprobación en las asignaturas de matemáticas en áreas de ingeniería, la reprobación es sólo un síntoma de toda la problemática. En este conflicto inciden muchos factores de tipo social, económico, de orden curricular, asociados a la didáctica, que inciden en el aprendizaje y en la enseñanza de la matemática, inherentes a la formación de los docentes, inferidos al propio tema de estudio, por causas de la infraestructura cognoscitiva de los alumnos, etc. (Camarena, 1984). Los estudiantes no tienen en claro por qué estudiar matemáticas y esto demerita la motivación hacia esta ciencia, por otro lado, en los objetivos de los estudios de ingeniería se menciona que el futuro ingeniero deberá poseer una formación integral y en ninguna parte de los currículos de ingeniería se especifica cómo lograrlo. Desde esta perspectiva, la desarticulación que existe entre los cursos de la matemática y las demás asignaturas que cursa el estudiante se convierte en un conflicto cotidiano para los alumnos; tratando de enfrentar estas problemáticas nace la teoría de *la Matemática en el Contexto de las Ciencias*.

En el presente trabajo se muestran los resultados de varias investigaciones educativas relacionadas con el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en áreas de ingeniería, en donde la matemática no es una meta por sí misma. Esta serie de investigaciones convergen en la constitución de la teoría educativa denominada: *La matemática en el Contexto de las Ciencias,* la cual nace en el nivel universitario y se está llevando hacia los niveles educativos anteriores.

La teoría que aquí se resume se ha desarrollado a lo largo de más de 20 años en el Instituto Politécnico Nacional de México. Se inició con investigaciones sobre el currículo tratando de abordar la problemática del por qué de los cursos de matemáticas en las áreas de ingeniería y tratando de buscar respuestas a la problemática que todo docente de matemáticas vive con los estudiantes, quienes parece que odian a la matemática, en donde se repite la situación de que en apariencia nunca han visto los conocimientos de sus cursos anteriores que les exige el profesor.

La Matemática en el Contexto de las Ciencias

"*La Matemática en Contexto de las Ciencias*" es una teoría que nace desde 1982, la cual reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren (Camarena, 1984, 1987, 1995, 2001_a, 2005_a, 2007), y se fundamenta en los siguientes paradigmas:

- La matemática es una herramienta de apoyo y disciplina formativa.
- La matemática tiene una función específica en el nivel universitario.
- Los conocimientos nacen integrados.

El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas.

La teoría contempla cinco fases:

- La Curricular, desarrollada desde 1984.
- La Didáctica, iniciada desde 1987.
- La epistemológica, abordada en 1988.
- La de formación docente, definida en 1990.
- La cognitiva, estudiada desde 1992.

Es claro que en el salón de clases están presentes los contenidos de cada una de las cinco fases y éstas interactúan entre sí en un ambiente social, económico y político; es decir, los cinco elementos no están aislados unos de los otros y tampoco son ajenos a las condiciones sociológicas de los actores del proceso educativo, para una exposición con formalidad de la teoría se hace necesario fragmentarla en las cinco fases, véase la figura 1.

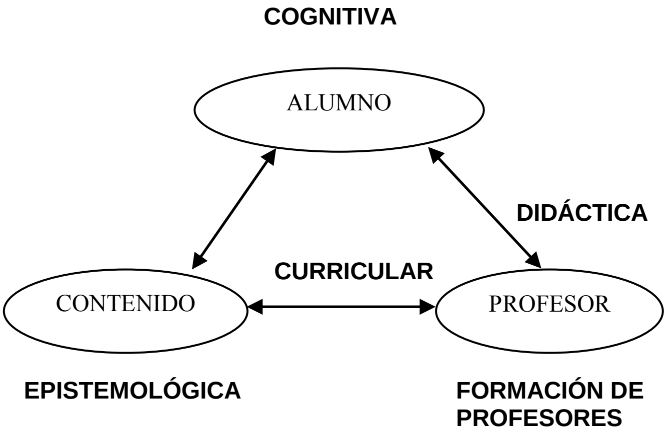

Figura 1. Una terna dorada en educación.

A continuación se exponen los elementos más relevantes de cada fase.

Fase curricular.

La fase curricular posee una metodología denominada DIPCING para el diseño de programas de estudio de matemáticas en carreras de ingeniería (Camarena, 1984).

La metodología se fundamenta en el siguiente paradigma educativo: *Con los cursos de matemáticas el estudiante poseerá los elementos y herramientas que utilizará en las materias específicas de su carrera, es decir, las asignaturas de matemáticas no son una meta por sí mismas; sin dejar a* *un lado el hecho de que la matemática debe ser "formativa" para el alumno.*

Asimismo, la premisa alrededor de la cual gira la metodología es que: *El currículo de matemáticas debe ser objetivo, es decir, debe ser un currículo fundado sobre bases objetivas.*

Para poder cumplir con la premisa dentro del marco del paradigma educativo planteado, se propone una estrategia de investigación dada en tres etapas: la central, la precedente y la consecuente.

> *ETAPA CENTRAL*
>
> *Hacer un análisis de los contenidos matemáticos, tanto explícitos como implícitos, en los cursos específicos de la ingeniería.*
>
> *ETAPA PRECEDENTE*
>
> *Detectar el nivel de conocimientos matemáticos que tienen los alumnos a su ingreso a la carrera.*
>
> *ETAPA CONSECUENTE*
>
> *Efectuar una encuesta a los ingenieros en ejercicio, sobre el uso que tienen de la matemática en su labor profesional.*

Con la metodología se obtiene vinculación curricular interna (entre la matemática y las asignaturas de las ciencias básicas, la matemática y las ciencias básicas de la ingeniería, así como entre la matemática y las especialidades de la ingeniería). También se logra la vinculación curricular externa [entre el nivel medio superior y el nivel superior (universitario), el nivel superior con el nivel postgrado, así como entre la escuela y la industria, tomando como eje rector a la matemática].

Algunos de los constructos teóricos sobresalientes son los diferentes tipos de contenidos que se presentan, unos apoyan a las partes teóricas de la ingeniería, mientras que los otros a los temas y conceptos de aplicación de la ingeniería, dando evidencia de en qué temas de la matemática se deberán desarrollar habilidades y destrezas matemáticas y en cuáles no es necesario desarrollarlas (Camarena, 2002_a).

Fase de formación de profesores.

La fase de formación de profesores o formación docente ha detectado las deficiencias de profesores que dan cursos de matemáticas y que su formación no es de matemáticos, constituyendo esto una de las grandes causas de las deficiencias de los estudiantes en matemáticas (Camarena, 2002_b). Desde 1990 a través de una investigación se diseñó una *especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica*, en donde las asignaturas de matemáticas se muestran vinculadas con otras disciplinas propias de la electrónica y sus ramas afines (Camarena, 1990). Como se muestra en el siguiente cuadro.

Matemáticas en el contexto de la ingeniería electrónica	
Matemáticas	**Ingeniería electrónica**
Introducción al Análisis Matemático de una variable real	Electrónica Básica
Cálculo Vectorial	Electromagnetismo
Álgebra Lineal	Control Electrónico
Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	Circuitos Eléctricos
Análisis de Fourier	Análisis de Señales Electromagnéticas
Probabilidad	Análisis de Señales Aleatorias
Procesos Estocásticos	Telefonía

Cuadro. Áreas vinculadas.

De hecho, la investigación arrojó cuatro categorías cognitivas que deberían incluirse en un programa de formación docente en matemáticas para el nivel universitario: Conocimiento sobre los estudios de ingeniería en donde laboran, Conocimiento de los contenidos a enseñar, Conocimiento sobre el uso de tecnología electrónica para apoyar el aprendizaje del estudiante y Conocimiento acerca del proceso de enseñanza y de aprendizaje de la matemática. Dentro de la última categoría se incluyen cursos sobre conocimiento científico y técnico, historia y fundamentos de la matemática, procesos de aprendizaje, la evaluación del aprendizaje, entre otros.

Fase epistemológica.

En la fase epistemológica se han llevado a cabo investigaciones que han verificado cómo gran parte de la matemática que se incluye en los cursos de áreas de ingeniería nace en el contexto de problemas específicos de otras áreas del conocimiento y a través del tiempo pierden su contexto para ofrecer una matemática "pura" que es llevada a las aulas de clases sin que tenga sentido para los estudiantes que no van a ser matemáticos, como lo describe Chevallard (1991).

Con la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* se muestra que así como los contextos de otras ciencias le dan sentido y significado a la matemática, ésta, la matemática, le da sentido y significado a los temas y conceptos de las ciencias del contexto, reconceptualizándolos (Muro, 2002; Camarena, 1987).

Hay situaciones en donde el ingeniero emplea procesos o métodos sin conocer su origen, la fase epistemológica de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* pone a la luz estas génesis (Camarena, 1987), como el caso de las impedancias complejas en circuitos eléctricos.

También se ha determinado un constructo teórico denominado transposición contextualizada; en donde la matemática que han aprendido los estudiantes en la escuela sufre transformaciones para adaptarse a la forma de trabajar de otras ciencias (Camarena, 2001_a), como el caso de la delta de Dirac para modelar una señal eléctrica impulsiva.

<table>
<tr><td>Conocimiento
erudito</td><td>Transposición
➔</td><td>Conocimiento
a
ser enseñado</td><td>Transposición
➔</td><td>Conocimiento
a ser aplicado</td></tr>
<tr><td colspan="3">Transposición Didáctica (Chevallard)
contextualizada</td><td colspan="2">Transposición</td></tr>
</table>

Figura 2. Transposiciones

Como parte de esta etapa se cuenta con una serie de situaciones de matemática contextualizada para ser usadas en clase, como los cursos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en el contexto de los Circuitos Eléctricos (Camarena, 1987), Cálculo Vectorial en el contexto de la Teoría Electromagnética (Ongay, 1994), el Análisis de Fourier en el contexto del Análisis de Señales Electromagnéticas (Camarena, 1993), las Ecuaciones Diferenciales Parciales en el contexto de la cuerda vibrante (Camarena, 2004_a), la Transformada de Laplace en el contexto de los Circuitos Eléctricos (Suárez, 2000), la Serie de Fourier en el contexto de la transferencia de masa (Muro, 2002), etc.

Los obstáculos epistemológicos, como han sido definidos por Brousseau (1983), se identifican en esta fase para ser usados en la planeación didáctica de los cursos, a través del diseño de actividades de aprendizaje que ayuden a enfrentar estos obstáculos.

Fase didáctica.

La fase didáctica contempla un proceso metodológico para el desarrollo de las competencias profesionales referidas a la resolución de eventos contextualizados, con la cual se fomenta el desarrollo de las habilidades para la transferencia del conocimiento, éste incluye tres etapas (Camarena, 2005_a).

1. Presentar la estrategia didáctica de la *Matemática en Contexto* en el ambiente de aprendizaje.

2. Implantar cursos extracurriculares en donde se lleven a cabo actividades para el desarrollo de habilidades del pensamiento, habilidades metacognitivas y habilidades para aplicar heurísticas al resolver problemas, así como actividades para bloquear creencias negativas.

3. Instrumentar un taller integral e interdisciplinario en los últimos semestres de los estudios del alumno, en donde se resuelvan eventos reales de la industria.

En la ***primera etapa*** se presenta la estrategia didáctica denominada la *Matemáticas en Contexto* (Camarena, 1995), en donde se le presenta al estudiante una matemática contextualizada en las áreas del conocimiento de su futura profesión en estudio, en actividades de la vida cotidiana y en actividades profesionales y laborales, todo ello a través de eventos contextualizados, los cuales pueden ser problemas o proyectos. En general el hablar de la *Matemática en Contexto* es desarrollar la teoría matemática a las necesidades y ritmos que dictan los cursos de la ingeniería.

La *Matemática en Contexto* contempla 9 etapas que se desarrollan en el ambiente de aprendizaje en equipos de tres estudiantes: Líder académico, líder emocional, líder de trabajo.

1.- Identificar los eventos contextualizados.

2.- Plantear el evento contextualizado.

3.- Determinar las variables y las constantes del evento.

4.- Incluir los temas y conceptos matemáticos necesarios para el desarrollo del modelo matemático y solución del evento.

5.- Determinar el modelo matemático.

6.- Dar la solución matemática del evento.

7.- Determinar la solución requerida por el evento.

8.- Interpretar la solución en términos del evento y disciplinas del contexto.

9.- Presentar una matemática descontextualizada.

De las etapas mencionadas se tiene dos observaciones, una referida a la planeación didáctica y otra a la modelación matemática.

Observación 1.

Es importante hacer notar que los puntos 4 y 9 requieren de una planeación didáctica específica, en donde el docente diseñe actividades didácticas guiadas por los siguientes elementos (Camarena, 2004_b):

- Tránsito entre los diferentes registros de representación. En la matemática se cuenta con los registros numérico, algebraico, analítico, contextual y visual, éste último incluye gráficas, diagramas, esquemas y dibujos, los cuales deben ser usados por el profesor para poder llegar a los diferentes estilos de aprendizaje de la matemática.

- Tránsito del lenguaje natural al matemático y viceversa. Se cuenta con una categorización de las representaciones en este tránsito: problemas con enunciado literal, problemas con enunciado evocador y problemas con enunciado complejo (Olazábal, 2003).

- Construcción de modelos matemáticos. Si el alumno no puede construir un modelo matemático de un evento a abordar, significa que no puede hacer la transferencia del conocimiento matemático a otras ciencias, por lo que es importante que este elemento forme parte de los hilos conductores de la enseñanza y del aprendizaje.

- Resolución de problemas contextualizados. Es necesario ayudar al estudiante a desarrollar las habilidades para abordar la resolución de problemas. De hecho, la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* toma como herramienta a la resolución de problemas y el aprendizaje a través de proyectos, así como a sus elementos de formación: heurísticas, metacognición, creencias, etc.

- Argumentación, habilidad de conjeturar y partir de supuestos. Uno de los elementos formativos que ofrece la matemática es poder argumentar, conjeturar y saber seguir un proceso a partir de supuestos, sin que se desee formar como matemáticos a los futuros ingenieros, pero sí es deseable que desarrollen las habilidades formativas que otorga la matemática para un mejor desempeño profesional.
- Búsqueda de analogías. Las analogías que pueda usar el docente en clase ayudará a que el estudiante establezca los amarres a las estructuras cognitivas establecidas.
- Identificación de nociones previas. Si se conocen las nociones previas con que cuenta el estudiante, el docente podrá diseñar sus actividades a partir de éstas y apoyar la construcción de conocimientos significativos en el sentido de Ausubel (1990).
- Identificación de obstáculos. Los obstáculos se pueden clasificar en epistemológicos en el sentido que los maneja Brousseau, didácticos, los que provoca el profesor, cognitivos los que están inferidos a los conocimientos anteriores del estudiante y ontogénicos, aquellos que son inherentes a las características físicas y hereditarias del estudiante.
- El conocimiento se presenta en espiral. Es importante que el docente tome en cuenta este hecho, porque ello le abre el camino a estar repasando continuamente conocimientos que ya han sido tratados dentro del mismo curso o en estudios anteriores, lo cual apoya la construcción y reconstrucción del conocimiento.
- Uso de la tecnología electrónica. En el siglo en que vivimos la tecnología no puede esta fuera de nuestra actividad profesional, para el caso de la docencia es necesario que se incorpore como una herramienta tecnológica de apoyo al aprendizaje. En general no hay

tiempo en los espacios didácticos para incursionar en actividades didácticas que consuman los tiempos programáticos, se debe incursionar en la tecnología, usar plataformas tecnológicas educativas, foros de discusión, comunidades virtuales, etc., los cuales ayudan a extender los tiempos del aula.

El uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) permiten que el estudiante vaya a sus ritmos vitales, porque los tiempos cognitivos son diferentes a los tiempos didácticos. Además, le permiten retroceder o avanzar cuando quiera, repasando y reforzando los conocimientos.

Observación 2.

Una de las etapas centrales de la estrategia didáctica de la *Matemática en Contexto* es la elaboración del modelo matemático, situación que llevó realizar investigaciones (Camarena, 2001_b) que abordaran las siguientes interrogantes: ¿Qué es un modelo matemático?, ¿Qué es modelación matemática?, ¿Qué elementos cognitivos intervienen? y ¿Qué habilidades del pensamiento son indispensables para la modelación?

Para iniciar, se tiene que la matemática en ingeniería es un lenguaje, ya que casi todo lo que se dice en la ingeniería se puede representar a través de simbología matemática.

Es más, el que se represente a través de la terminología matemática y se haga uso de la matemática en la ingeniería, le ayuda a la ingeniería a tener carácter de ciencia por un lado y por el otro, le facilita su comunicación con la comunidad científica de ingenieros.

Dentro del conocimiento de la ingeniería, se tienen problemas de la ingeniería, asimismo, se tienen objetos de la ingeniería que para su mejor manejo o referencia se les representa matemáticamente y también se tienen situaciones que se pueden describir a través de la simbología matemática. Estos casos permitirán caracterizar a los modelos matemáticos.

A continuación se muestran ejemplos de cada caso.

a) Problemas

Se quiere conocer el fenómeno de carga de un condensador (capacitor), cuya capacitancia es C, el cual está conectado en serie con un resistor de resistencia R, a las terminales de una batería que suministra una tensión constante V, este planteamiento se puede representar a través de la ecuación diferencial lineal siguiente:

$$R\frac{d}{dt}q(t)+\frac{1}{C}q(t)=V$$

Es de mencionar que bajo el término problema se están incluyendo los fenómenos que se presentan en la ingeniería, como la carga de un condensador, la caída libre de un cuerpo, el movimiento de un péndulo, etc.

b) Objetos

Considérese una señal eléctrica del tipo alterno sinusoidal, la señal es el objeto de la ingeniería el cual se representa a través de la función: $f(t)$ = A sen (t+∝)

c) Situaciones

El condensador de carga q=q(t) está totalmente descargado al inicio del problema. Esta situación se puede representar matemáticamente, tomando en cuenta que al inicio del problema t=0 y que la carga es una función del tiempo, como: q(0)=0.

De los tres casos mencionados los que caracterizan a los modelos que se trabajan en esta investigación, son los objetos y los problemas, así la definición es: *Un modelo matemático es aquella relación matemática que describe objetos o problemas de la ingeniería.*

El análisis de problemas reales, de problemas trabajados en investigaciones de la ingeniería y problemas abordados en los textos de ingeniería, se clasifica a los modelos matemáticos según se muestra en la figura 3.

CARACTERIZACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS					
Modelaje de objetos de la ingeniería		Modelaje de problemas de la ingeniería			
La clasificación está en función del uso que le da la ingeniería		La clasificación está en función de las áreas cognitivas de la ingeniería			
Modelos estáticos	Modelos Dinámicos	Modelos de primera generación	Modelos de segunda generación	Modelos de tercera generación	Modelos de cuarta generación

Figura 3. Clasificación de los modelos matemáticos según su

De las etapas de la *Matemática en Contexto* y lo detectado en el análisis de los problemas estudiados para la investigación se construye la definición del término "modelación matemática".

La modelación matemática se concibe como el proceso cognitivo que se tiene que llevar a cabo para llegar a la construcción del modelo matemático de un problema u objeto del área del contexto.

Este proceso cognitivo consta de tres momentos, los que constituyen los indicadores de la modelación matemática:

1. Identificar variables y constantes del problema, se incluye la identificación de lo que varía y lo que permanece constante, que generalmente se encuentra implícito.

2. Establecer relaciones entre éstas a través de los conceptos involucrados en el problema, implícita o explícitamente, ya sean del área de la matemática o del contexto.

3. Validar la "relación matemática" que modela al problema, para lo cual hay que regresarse y verificar que involucre a todos los datos, variables y conceptos del problema. Dependiendo del problema, algunas veces se puede validar el modelo matemático a través de ver si la expresión

matemática predice la información otorgada o la información experimental. En otros casos, para validar el modelo, es necesario dar la solución matemática para ver que se predicen los elementos involucrados.

Un punto importante de mencionar es que el modelo matemático no es único, hay varias representaciones matemáticas que describen el mismo problema, razón por la cual se hace necesaria la validación del mismo (tercer momento).

La forma de abordar (o resolver) matemáticamente el modelo matemático tampoco es única, elemento que permite verificar la versatilidad de la matemática, así como su consistencia.

Elementos cognitivos (Camarena, 2005_b).

Para llevar a cabo la modelación matemática se hace necesario poseer los siguientes elementos cognitivos:

- Los enfoques de los temas y conceptos matemáticos del área del contexto. Cada tema y concepto matemático posee varios enfoques, por ejemplo, la derivada es un cociente de diferenciales, es un límite muy particular, es la operación inversa a integrar, es una razón de cambio, es la pendiente de la recta tangente a la curva, etc. Conocer estos enfoques es necesario para modelar.

- La transposición contextualizada. Es conocido el hecho de que el saber científico sufre una transformación para convertirse en un saber a enseñar, denominado transposición didáctica. El conocimiento que se lleva al aula sufre otra transformación para convertirse en un saber de aplicación, a lo que se denomina *transposición contextualizada*.

- El manejo conceptual de la matemática descontextualizada. Es importante que sea del conocimiento del alumno que la matemática es universal en el sentido de que es aplicable a varios contextos. Dentro de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* se concibe como matemática conceptual a aquella matemática si se tiene el concepto es porque se puede transferir ese conocimiento, porque se conocen los diferentes enfoques de concepto, porque se conocen los puntos de control de error del concepto, porque se conocen los patrones de comportamiento del concepto cuando se mueven los parámetros que lo componen, porque se puede transitar entre los diferentes registros de representación del concepto, etc.

Habilidades del pensamiento (Camarena, 2005_b).

Al igual que en los elementos cognitivos, a través del análisis de la instrumentación de problemas de cada área cognitiva de la ingeniería en electrónica se detectan las habilidades del pensamiento que entran en acción en la construcción del modelo matemático. Así, para llevar a cabo la modelación matemática es necesario desarrollar en el estudiante las siguientes habilidades del pensamiento:

- Habilidad para identificar los puntos de control de error, como elemento metacognitivo. Esta habilidad forma parte de tener una matemática conceptual, como se ha mencionado.
- Habilidad para transitar del lenguaje natural al lenguaje matemático y viceversa. Para este punto se puede ver la referencia de Olazábal (2003), quien hace una categorización de problemas de matemáticas contextualizadas respecto a la demanda de traducción del lenguaje natural al matemático.
- Habilidades para aplicar heurísticas. Las heurísticas como estrategias para abordar un problema, con la clasificación que otorga Nickerson (1994) a las dadas por Polya (1976).
- Habilidad para identificar regularidades. Entre las habilidades básicas del pensamiento, esta habilidad se hace notoria.
- Habilidad para transitar entre las diferentes representaciones de un elemento matemático. Se consideran las representaciones que describe Duval (1999): aritmética, algebraica, analítica y visual, incluyéndose la

representación contextual que maneja la *Matemática en el Contexto de las Ciencias*.

- Habilidad para hacer "consideraciones" o “idealizar” el problema (cuando proceda). Hay problemas tan complejos que deben ser idealizados para poderse matematizar, en otras ocasiones es necesario hacer consideraciones, como controlar variables para poder lograr la matematización.

Nota. Se han tomado como sinónimos a modelación matemática, matematización y modelaje.

Con la estrategia didáctica de la *Matemática en Contexto* se cambia el paradigma educativo de enseñanza tradicional, ahora se trata de una enseñanza, con conocimientos integrados, y centrada en el aprendizaje. Dando los temas de matemáticas vinculados con las demás asignaturas que cursa el alumno y presentándolas al ritmo y tiempos que son requeridos por los estudiantes (Camarena, 1987). La *Matemática en Contexto* fortalece la reorganización cognitiva de conceptos y procesos matemáticos.

En la ***segunda etapa*** se instrumenta un curso extracurricular. Se formula a partir de la necesidad abordar problemas concretos en el aula. Cuando se usa como una herramienta la resolución de problemas (Polya, 1976), afloran los elementos de la resolución de problemas, como lo son las heurísticas, las habilidades del pensamiento, la metacognición y las creencias (Nickerson, 1994; De Bono, 1997; Santos, 1997; Herrera, 2003; Camarena, 2003_a).

Las estrategias para abordar un problema en las diferentes partes del proceso de la resolución se les denomina heurísticas. El padre de las heurísticas fue Polya quien a través de preguntas como las que se muestran a continuación guía la resolución de problemas: ¿Con qué cuento?, ¿Qué me preguntan?, ¿Qué tipo de datos tengo?, ¿Tengo condicionantes?, ¿Cuáles son variables en mi problema y cuáles son constantes?, ¿Se podrá ver para casos particulares y después resolverlo para cualquier caso?, ¿Qué problema que ya he resuelto se parece a éste?, ¿Cuál es la generalización del problema para ver si es más fácil de abordar?, ¿Qué analogías, semejanzas puedo encontrar con otros problemas?, ¿Puedo plantearlo de forma diferente para poder abordarlo?, Etc.

Cuando se resuelven problemas está presente un factor que es denominado metacognición. La metacognición es aquella parte del individuo que le hace ser consciente de su propio conocimiento, de saber si tiene o no todos los elementos cognitivos cuando resuelve un problema o tiene que ir a buscar en libros o consultar personas, etc. Cuando la persona está en el proceso de resolución de un problema la metacognición es el elemento que se encarga de que el individuo se pregunte a sí mismo si va por buen camino o no, es decir, hace que busque contradicciones, incongruencias o elementos que le den la pauta para decir que sí va bien, en la teoría de *la Matemática en el Contexto de las Ciencias* a esto se le denominan "puntos de control de error". También la metacognición está presente cuando el individuo va y verifica si el resultado obtenido satisface o no el problema planteado.

Las habilidades del pensamiento ayudan al entendimiento de las ciencias y a su vez las ciencias ayudan a desarrollar las habilidades del pensamiento en el individuo que las estudia. Las habilidades del pensamiento se clasifican en básicas y de orden superior.

Entre las habilidades básicas se encuentran: la observación, la identificación, la comparación, la clasificación, la jerarquización, la asociación, la inducción, la deducción, la síntesis, la memoria, etc.

Las habilidades más sobresalientes de orden superior son: la creatividad, el razonamiento (lógico, crítico, analítico, etc.), la contextualización (vincular diferentes disciplinas transfiriendo conocimientos), el modelaje matemático, la resolución de problemas, etc.

Es claro que las habilidades del pensamiento entran en juego en el proceso de resolución de problemas, pero también están presentes en este proceso las habilidades para aplicar heurísticas, así como habilidades metacognitivas, todas ellas apoyando la transferencia del conocimiento.

Las creencias son un factor que puede actuar de forma positiva o negativa en el alumno. De hecho, los alumnos, al igual que cualquier persona poseen creencias negativas y creencia positivas, siendo las primeras las que los bloquean para actuar de forma eficiente y las segundas al contrario, ayudan a ser eficiente la resolver problemas.

Es menester mencionar que este tipo de cursos se han instrumentado durante un semestre, dando muestras de su éxito a través de los resultados de los estudiantes en donde su aprovechamiento escolar se encuentra favorecido y la motivación hacia los estudios de ingeniería se ha incrementado.

En la ***tercera etapa*** se instrumenta un taller integral e interdisciplinario con el objeto de resolver eventos reales de la industria. Esta etapa se considera como la culminación del proceso didáctico de la *Matemática en Contexto*, ya que aquí es en donde se verán reflejadas las acciones de transferencia del conocimiento fomentadas en las etapas anteriores.

La instrumentación de esta etapa, a diferencia de las anteriores, requiere de un grupo interdisciplinario de profesores que se comprometan con el proyecto. Por la complejidad que representan los eventos reales de la industria, en el taller participan estudiantes egresados en las ciencias de física y matemáticas, ya que se ha visto que el trabajo en equipo es más eficiente y trabajando entre pares de las mismas edades el lenguaje y la confianza son componentes favorables para la resolución de los eventos contextualizados.

Fase cognitiva.

El sustento fuerte de esta fase está en la teoría de aprendizajes significativos de Ausubel (1990). Respecto a la fase cognitiva se ha determinado que el estudiante debe transitar entre los registros aritmético, algebraico, analítico, visual y contextual para construir y asirse del conocimiento (Camarena, 2002_c).

Se ha verificado a través de la *Matemática en Contexto* que el estudiante logra conocimientos estructurados y no fraccionados, logrando con ello estructuras mentales articuladas (Camarena, 1999). Esta situación se ha tratado a través de la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, como ejemplo véase la tesis de doctorado de Muro (2004) en donde establece el campo conceptual de la serie de Fourier en la transferencia de masa de fenómenos químicos.

La *Matemática en Contexto* ayuda a que el estudiante construya su propio conocimiento con amarres firmes y duraderos y no volátiles; refuerza el desarrollo de habilidades del pensamiento mediante el proceso de resolver eventos (problemas y proyectos) vinculados con los intereses del alumno (Camarena, 2003_b).

Para mirar en los estudiantes el funcionamiento cognitivo de la *Matemática en Contexto*, también, se ha recurrido a analizar las funciones cognitivas, véase la tesis de doctorado de Zúñiga (2004).

Asimismo, se ha determinado que el factor motivación en el estudiante se encuentra altamente estimulado a través de la *Matemática en Contexto* y su desempeño académico como futuro profesionista se incrementa, es decir, la transferencia del conocimiento se puede establecer sin tantos tropiezos (Camarena, 2000).

Conclusiones

Con la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* el estudiante tiende a hacerse responsable de su propio aprendizaje generándose habilidades para la autonomía en el aprendizaje y trabajo en equipo.

Con la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* se cambia el paradigma educativo que se centra en el profesor ante un paradigma centrado en el estudiante, donde el alumno construye el conocimiento.

Como parte de las conclusiones se puede mencionar que ésta es una teoría que nace en el nivel superior y baja a los niveles anteriores, a diferencia de la mayoría de las teorías sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje que nacen en el nivel básico. Esta teoría contempla muchas de las variables que intervienen en el proceso educativo, al cual lo mira como un proceso social, y tiende a la construcción de una matemática para la vida.

El profesor debe tratar de realizar investigación educativa que le sirva en su actividad laboral para elevar la calidad académica de la educación porque la docencia y la investigación educativa van de la mano.

Es claro que es imposible ahondar en cada una de las cinco fases de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias*, por lo que se le sugiere al lector interesado que consulte la bibliografía, que aunque no es toda la existente relativa a este tema, sí es suficiente como para tener un panorama de la teoría.

Referencias

Ausubel David P., Novak Joseph D. y Hanesian Helen (1990). *Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*. Editorial Trillas.

Brousseau G. (1983). *obstacle sépistémologiques de la didactique des mathématiques.* Recherches en didactique des mathématiques, 7 (2).

Camarena G. Patricia (1984). *El currículo de las matemáticas en ingeniería*. Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN, México.

Camarena G. Patricia (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos*. Tesis de Maestría en Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México.

Camarena G. Patricia (1990). *Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica*. Editorial ESIME-IPN, México.

Camarena G. Patricia (1993). *Curso de análisis de Fourier en el contexto del análisis de señales eléctricas*. ESIME-IPN, México.

Camarena G. Patricia (1995). *La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería*. XXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana, México.

Camarena G. Patricia (2000). Reporte del proyecto de investigación titulado*: Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería.* ESIME-IPN, México.

Camarena G. Patricia (2001_a). *Las Funciones Generalizadas en Ingeniería, construcción de una alternativa didáctica.* Editorial ANUIES, México.

Camarena G. Patricia (2001_b). Reporte de investigación titulado: *Los modelos matemáticos como etapa de la matemática en el contexto de la ingeniería.* ESIME-IPN, México.

Camarena G. Patricia (2002_a). *Metodología curricular para las ciencias básicas en ingeniería*. Revista: Innovación Educativa, Vol. 2, Núm. 10, septiembre - octubre (primera parte) y Núm. 11, noviembre - diciembre (segunda parte). México.

Camarena G. Patricia (2002_b). *La formación de profesores de ciencias básicas en ingeniería.* Memorias del 3º nacional y 2º internacional: Retos y expectativas de la Universidad, México.

Camarena G. Patricia (2002_c). Reporte de investigación titulado: *Los registros cognitivos de la matemática en el contexto de la ingeniería.* ESIME-IPN, México.

Camarena G. Patricia (2003_a). *Las heurísticas disciplinarias y la matemática en contexto.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, vol. 16, tomo 2.

Camarena G. Patricia (2003_b). Reporte de investigación titulado: *La matemática en el contexto de las ciencias: la resolución de problemas.* ESIME-IPN, México.

Camarena G. Patricia (2004_a). *La transferencia del conocimiento: el caso de las ecuaciones diferenciales parciales*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 17, Tomo I.

Camarena G. Patricia (2004_b). Reporte de investigación titulado: *La matemática en el contexto de las ciencias y la didáctica disciplinaria.* ESIME-IPN, México.

Camarena G. Patricia (2005_a). Reporte de investigación titulado: *La matemática en el contexto de las ciencias: las competencias profesionales.* ESIME-IPN, México.

Camarena G. Patricia (2005_b). *La modelación matemática en las carreras universitarias.* IV Congreso Internacional Trujillano de Educación en Matemática y Física, Venezuela.

Camarena G. Patricia (2007). Reporte de investigación titulado: *La matemática formal en la modelación matemática.* ESIME-IPN, México.

Chevallard Y. (1991). *La transposición didáctica. El saber sabio al saber enseñado*. Aique Grupo Editor S. A.

De Bono Edward (1997). *El pensamiento lateral, manual de creatividad*. Editorial Paidós.

Duval (1999). *Semiósis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática.

Herrera E. Javier y Camarena G. Patricia (2003). *Los modelos matemáticos en el contexto de los circuitos eléctricos y la metacognición*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Volumen 16, tomo II, Cuba.

Muro U. Claudia y Camarena G. Patricia (2002). *La serie de Fourier en el contexto del proceso de transferencia de masa*.

Revista "Científica" The Mexican Journal of Electromechanical Engineering. Volumen 6, No. 4.

Muro U. Claudia (2004). *Análisis del conocimiento del estudiante relativo al campo conceptual de la serie de Fourier en el contexto de un fenómeno de transferencia de masa.* Tesis de Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional.

Nickerson Raymond S., Perkins David N. y Smith Edward E. (1994). *Enseñar a pensar, aspectos de la aptitud intelectual*. Editorial Paidós M. E. C.

Olazábal B. Ana María y Camarena G. Patricia (2003). *Categorías en la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico de la matemática en contexto.* Memorias del Congreso Nacional de Profesores de Matemáticas, México.

Ongay, Fausto (1994). Apuntes de un curso de *Cálculo Vectorial en el contexto de la Teoría Electromagnética*. Inéditos.

Polya G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.

Santos T. Luz Manuel (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica S. A. de C. V.

Suárez B. Virginia y Camarena G. Patricia (2000). *La transformada de Laplace en el contexto de la ingeniería*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Volumen 13.

Zúñiga S. Leopoldo (2004). *Funciones cognitivas: un análisis cualitativo sobre el aprendizaje del concepto de función de dos variables y la derivada parcial en el contexto de la ingeniería.* Tesis de Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional.