

Análisis del conocimiento geométrico en estudiantes para profesor de matemáticas. Capacidades y destrezas que lo evidencian

Emma Carreño Peña
Universidad de Piura

Resumen

El presente documento describe parte de la investigación realizada sobre el conocimiento geométrico en estudiantes para profesor de matemáticas. En este estudio se analizó el conocimiento que poseían 12 alumnos¹ solo ve los temas de ángulos y polígonos² para caracterizarlo en función de las capacidades y habilidades que evidenciaban, tomando como referente el modelo Van Hiele.

Palabras Clave: Conocimiento del contenido, formación de conceptos, modelo de Van Hiele, capacidad, habilidad, ángulo, estudiante para profesor de matemática (EPPM).

Introducción

Lo observado en la formación de pre-grado y en la docencia universitaria de la asignatura de *Geometría Plana y Trigonometría*, permitió reparar en la dificultad que tienen

¹Los informante pertenecían al tercer ciclo (segundo año de formación universitaria¹) de la especialidad de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Piura (Perú)¹, sus edades oscilaban entre los 18 y los 20 años. Estos alumnos estaban iniciando su formación de especialidad y entre las asignaturas que cursaban estaba *Geometría Plana y Trigonometría* lo cual permitió recoger los datos necesarios para el desarrollo de la investigación en cuestión.

² Se incluye dentro de los polígonos los triángulos.

los alumnos para demostrar un teorema geométrico, elaborar e interiorizar una definición matemática o asociar a esta una representación gráfica coherente. Esto motivó a querer indagar las dificultades conceptuales y gráficas que tienen los estudiantes para profesor de matemáticas (EPPM) entorno a los temas de ángulos y polígonos. Dichas dificultades fueron analizadas sin tomar en cuenta factores psicobiológicos, ya que lo que interesaba eran las capacidades que se ponen en juego (o que se omiten) al momento de razonar entorno a alguno de los tópicos geométricos señalados.

La relevancia del problema planteado radica en visualizar las dificultades que se evidencian en la formación de conceptos, considerando tangencialmente las limitaciones de enseñanza en el nivel secundario ya que, contrariamente a lo que se propone con las capacidades del área de matemática en el DCN³, los contenidos matemáticos, en nuestro caso geométricos, solo se imparten con un matiz numérico y gráficamente estereotipado. De ello que, estudiar la geometría desde un enfoque deductivo-axiomático, suponga una brecha enorme en la actividad matemática de los estudiantes, que es necesario contrarrestar.

El fundamento teórico entorno al conocimiento profesional y dentro de este, el conocimiento del contenido matemático, ha sido tomado de los aportes de Climent (2007). En cuanto a la formación de conceptos, se han considerado los trabajos de Gutiérrez y Jaime (1996), Vinner y Hershkowitz (1983), Fischbein (1993) y Moreira (2002). Finalmente, respecto del modelo de Van Hiele, se ha tomado los aportes de Jaime y Gutiérrez. (1990). Corberán y otros (1994).

Metodología

Diseño general

El estudio en referencia se sitúa dentro del paradigma interpretativo ya que se ha descrito situaciones particulares, sin buscar generalizar las mismas ni hacer una fotografía de

³ Diseño Curricular Nacional Peruano.

lo que sabían los alumnos antes y después de desarrollar los contenidos de geometría euclídea, asignatura en que estaba inmersa la investigación. De las técnicas de recogida de información propuestas por Tenbrink (1997) se seleccionaron *el análisis y el test* como métodos para recabar la información y, como instrumentos de recogida de información se emplearon los *test elaborados por el profesor*⁴(no los estandarizados). Se elaboraron cuatro test: Evaluación sobre el conocimiento a cerca de ángulos y triángulos; ángulos; polígonos; y clasificación de polígonos.⁵

En el análisis y descripción del conocimiento geométrico, se tomó como referencia (no directriz) el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele y se establecieron como categorías de análisis (y descripción) las siguientes: percepción de la figura, descripción de la figura, definición matemática, razonamiento matemático y demostración matemática. Éstas representan capacidades⁶ fundamentales y como tales, se considera que la adquisición y desarrollo de aquellas ella permite la asimilación, acomodación y transferencia de los conocimientos en cuestión.

Para el análisis y descripción de resultados se estableció una serie de códigos que permitieron sistematizar la información obtenida y facilitar la interpretación de la misma. Así se determinó que:

- 0 representaba que el indicador estaba ausente en la actividad del EPPM.
- 1 señalaba que el indicador estaba presente en la actividad del EPPM.
- * indica que la conducta (presente o no) del EPPM tenía un matiz peculiar o anecdótico.

⁴ TENBRINK, T. (1997). *Evaluación. Guía práctica para profesores*. Madrid: Narcea.

⁵ Por motivo de brevedad, solo se hará referencia al test N°2: Ángulos.

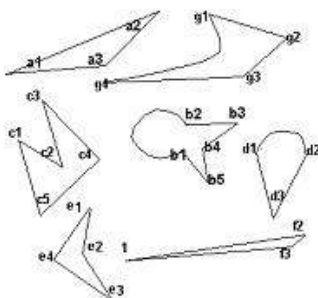
⁶ Según Román, M. (2004, p.41) Capacidad es una habilidad general que utiliza o puede utilizar el aprendiz para aprender, cuyo componente fundamental es cognitivo.

- 2 equivalía a que en la conducta (presente o no) del EPPM había un matiz extraño (que cuesta entender o que no es usual que ocurra).

Test N°2: Ángulos

Fue elaborado tomando como referencia lo trabajado por Matos (1994). Con este test se pretendía conocer la concepción (definición formal e imagen conceptual) que tenían los EPPM respecto de los ángulos, además de observar si diferenciaban entre los ángulos convexos y los cóncavos. El test fue el siguiente:

1. En las siguientes figuras, coloque una "A" en el vértice de cada ángulo. Justifique los casos que no considere como ángulos.



2. Defina que es un ángulo.

La siguiente tabla muestra la relación entre las categorías (capacidades) de análisis, las destrezas⁷ y los indicadores que se tuvieron en cuenta para interpretar dicho test.

⁷ Siguiendo a Román, M (2004, p.42), una destreza es una habilidad específica que utiliza o puede utilizar un aprendiz para aprender. Un conjunto o constelación de destrezas constituye una capacidad. Las destrezas señaladas en la tabla son las que él propone para las personas entre 14 y 18 años.

Test N°2: Ángulos		
Categoría de análisis	Destreza	Indicador de la categoría
1. Percepción de la figura (PF)	-Representación mental.	1. Identifica b_4, c_2, e_2 como ángulos cóncavos (internos) de una figura.
	-Observación directa e indirecta.	2. Reconoce que los ángulos se forman por la unión de dos segmentos rectilíneos más no curvos o la combinación de estos.
2. Definición matemática (DM)	-Rigor y precisión.	1. Define ángulo de manera prototípica: “unión de dos rayos con un extremo común”.
	-Uso adecuado del vocabulario.	2. Define de manera completa y correcta “ángulo”.
	-Formulación adecuada y correcta.	3. Utiliza términos correctos y formales al definir.
		4. Señala restricciones para los lados que forman el ángulo.

Interpretación de los resultados

En general, fue posible observar que algo más de la mitad de alumnos (7 de 12) reconocen que los ángulos se forman por la unión de dos segmentos rectilíneos mas no curvos o alguna combinación parecida. Por otro lado el vértice “g4” ocasionó confusión, tal vez porque la curva $\overline{g1g4}$ ⁸ al aproximarse a g4 se hace más rectilínea entonces al unirse con el lado $\overline{g3g4}$, los EPPM asumen que es un ángulo. Luego y como caso particular, E8⁹ señaló todas las uniones de segmentos rectilíneos, curvos o alguna combinación de ambos con una

⁸ Ver test N°2.

⁹ A cada estudiante se le asignó como código E y un número el orden alfabético de sus apellidos.

“A” tal vez porque pensó en “vértice de la figura” y no en “vértice del ángulo”.

Respecto del ítem 2 ha de decirse que más que leer un listado de propiedades importaba observar si los EPPM enunciaban las propiedades determinantes del objeto “ángulo”. Así se pudo leer variedad de definiciones de ángulos y cuatro EPPM lo conciben como *unión de dos rayos con un extremo común*, esto coincide con la definición que presentan varios libros de texto.

Entendiendo como definición completa y correcta aquella que se estudia en la asignatura de Geometría Plana y Trigonometría (MGP): “*Unión de dos rayos no colineales con un extremo común*”, puede decirse que solo tres EPPM explicitaron ésta. Respecto al vocabulario empleado, pudo notarse que siete EPPM utilizaron términos formales al definir.

Ahora se comentará brevemente el estudio del caso de una estudiante que mostró un comportamiento bastante coherente en todos los test aplicados. Ocupó el segundo lugar en mayor cantidad de respuestas correctas y no ha vertido respuestas con matiz extraño. Asimismo, dio el mayor número de respuestas incorrectas peculiares¹⁰ y el menor de respuestas incorrectas extrañas, así como de respuestas extrañas a secas.

Estudio de un caso: Modelo mental del estudiante 4

A. *Conocimiento geométrico*

La concepción que tiene entorno a los ángulos es la clásica y común, ya que considera que para formarlos bastan dos rayos que parten de un punto. Con esto dejó claro que los lados de un ángulo son rectos. En coherencia con su respuesta, reconoció perfectamente los vértices de cada ángulo de las siete figuras mostradas.

¹⁰ El matiz peculiar, tanto en las respuestas correctas e incorrectas, hace que sea un caso interesante para el análisis.

En cuanto a la clasificación de ángulos¹¹, reconoció todas las clases: convexos, cóncavos, rectos, obtusos y “llanos”¹², aunque sin estructurar un esquema inclusivo.

Respecto a la medida de ángulos, a pesar de que asignó las medidas correctas a cada uno, al momento de escribir el valor de la medida siempre lo hizo en la región convexa, aunque el ángulo era cóncavo. Esto puede ser una consideración irrelevante; sin embargo, si lo acostumbrado es escribir la medida en la región determinada por cada ángulo en cuestión, para los ángulos cóncavos debió escribir su medida en la región cóncava y no en la convexa.

B. Capacidades y habilidades matemáticas

◆ *Percepción de la figura*

Es correcta aunque no completa puesto que al clasificar los ángulos de manera independiente, se observa que estableció redes simples entre ellos. Esto, según el modelo de Van Hiele, ocurre en el segundo nivel de razonamiento o nivel de análisis.

En cuanto a las destrezas relacionadas con esta capacidad puede decirse que la observación directa e indirecta se realizó de manera detallada porque identificó correctamente los vértices de los ángulos de las figuras mostradas; sin embargo, la representación mental y la identificación de los elementos reales y matemáticos se notaron un poco confusa porque al indicar el vértice de “e2” lo hizo en la región convexa, siendo éste un ángulo cóncavo.

◆ *Descripción de la figura*

Describió las figuras utilizando un vocabulario elaborado, correcto y específico.

¹¹ Las propiedades, clasificación y medida de ángulos fue trabajada en el test N°1.

¹² Ya se ha explicado lo que acontece respecto de este “ángulo”.

◆ *Definición matemática*

Aunque definió de manera prototípica, utilizó los términos apropiados, evitó las redundancias e identificó las características necesarias de cada clase. Según el modelo de Van Hiele, se notaron destrezas de rigor y precisión (no solo utilizó palabras sino también símbolos matemáticos), usó adecuadamente el vocabulario y realizó formulaciones pertinentes y correctas¹³.

Referencias

Climent, N (2007). El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Documento de trabajo del curso de desarrollo profesional del profesorado. Máster en investigación la enseñanza y aprendizaje de las ciencias sociales, experimentales y matemáticas.

Corberán, Gutiérrez y otros (1994). Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en la enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele. Estudio financiado con cargo a la convocatoria de ayudas a la investigación del C.I.D.E. Madrid: centro de publicaciones del Ministerio de educación y ciencia.

Jaime y Gutiérrez (1990) Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de l geometría: el modelo de Van Hiele. en S. Llinares y M.V. Sánchez, (eds), *Teoría y práctica en la educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla: alfar.

Jaime; Gutiérrez; Chapa, (1992) Definiciones de triángulos y cuadriláteros: Errores e inconsistencias en libros de texto de E.G.B. Epsilon n°23.

Latorre; Del Rincón y Arnal (1997). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Hurtado.

¹³ Aunque ya se ha indicado que la definición de ángulo dada es el que suele encontrarse en la mayoría de los libros de texto.

Matos, J.M. (1994) Cognitive models of the concept of angle. proceedings of the xviii international conference for the psychology of mathematics education. vol. III (pp. 263-278). University of Lisbon. Portugal. 29july-3august.

Moreira, M (2002) La teoría de los campos conceptuales de vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. enseñanza de las ciencias, 7(1).

Moriena y Scaglia (2003) Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. Educación matemática, abril, año/vol.15, número 001. Distrito Federal, México.

Román, M., Diez, E. (2004) Diseños curriculares de aula. un modelo de planificación como aprendizaje-enseñanza. Argentina: Novedades educativas.

Tenbrink, T. (1997). Evaluación. guía práctica para profesores. Madrid: Narcea.

Zapata, M. (2006) Una revisión al diseño curricular nacional de educación básica regular del Perú en el nivel secundario y del área de matemática. campo abierto, vol. 25 n°2, pp 101-128.