Análisis didáctico, una mirada desde el enfoque Ontosemiótico

Norma Rubio Goycochea.
Pontificia Universidad Católica del Perú

Vicenç Font Moll
Universitat de Barcelona

Núria Planas Raig
Universitat Autònoma de Barcelona

Resumen

En este taller mostramos las herramientas que el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática propone al profesor para analizar, valorar y de ser factible, mejorar la práctica profesional. Para ello, con la participación activa de los asistentes al taller y aplicando los niveles de análisis que propone este enfoque, se realizó un análisis didáctico de la transcripción de un episodio de una clase de matemáticas de secundaria en la que se institucionaliza la resolución de un problema. En dicho episodio participan tres alumnos en interacción con el profesor.

Palabras clave: Enfoque ontosemiótico, análisis didáctico, niveles de análisis.

Introducción

La reflexión sobre los diversos factores presentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje es parte de la labor docente. La necesidad de realizar un análisis sistemático que permita esta reflexión requiere de herramientas teóricas que lo faciliten. Durante la realización del taller presentamos una metodología de análisis didáctico que se basa en cinco niveles de análisis propuestos por el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS).

D'Amore, Font y Godino (2007); Font y Contreras (en prensa); Font y Godino, (2006); Godino y Batanero (1994); Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006); Godino, Contreras y Font, (2006); Godino, Font y Wilhemi (2006); Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2008) proponen, en el marco del EOS, cinco niveles para el análisis de procesos de estudio:

1. Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas.
2. Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos.
3. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.
4. Identificación del sistema de normas y metanormas.
5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

Los niveles de análisis propuestos en el marco EOS son considerados para el desarrollo de un análisis completo que permita describir, explicar y valorar procesos de estudio.
En este taller, aplicamos los niveles del EOS adaptados:

Nivel 1. **Identificación de prácticas matemáticas**. En un proceso de estudio, la aplicación de este nivel lleva a describir la secuencia de prácticas matemáticas, durante las cuales se activan elementos distintos, a saber, un agente (institución o persona) que realiza la práctica y un medio donde se realiza (en este medio puede haber otros agentes, objetos, etc.).

Nivel 2. **Identificación de objetos y procesos matemáticos**. La finalidad de este nivel de análisis es describir la complejidad de las prácticas matemáticas tomando en consideración la diversidad de objetos y procesos, ya que el agente realiza prácticas orientadas a la resolución de situaciones-problema, en las que se deben considerar, entre otros aspectos, las configuraciones de objetos y los procesos matemáticos que posibilitan dichas prácticas.

Nivel 3. **Descripción de interacciones en torno a conflictos**. En nuestro caso y dada la gran diversidad de interacciones didácticas ocurridas en cualquier proceso de estudio, para este nivel nos centramos en las interacciones en torno a conflictos de tipo semiótico.

Nivel 4. **Identificación de normas**. En este nivel consideramos que tanto las prácticas matemáticas como las interacciones están condicionadas y soportadas por un conjunto de normas y metanormas que regulan las acciones y que deben ser analizadas.

Los cuatro niveles de análisis descritos anteriormente son herramientas para una didáctica descriptiva y explicativa ya que sirven para comprender y responder a la pregunta '¿qué ha ocurrido aquí y por qué?'.

Nivel 5. **Valoración de la idoneidad interaccional del proceso de estudio**. Este nivel se ocupa del análisis de tipo valorativo. La didáctica de la matemática no debería limitarse solo a la descripción, sino que debería aspirar a la mejora del funcionamiento de los procesos de estudio. Son necesarios, por tanto, criterios "idoneidad" o adecuación que permitan valorar los procesos de instrucción efectivamente realizados y "guiar" su mejora, evaluando la pertinencia del proceso de instrucción matemática y señalando pautas para la mejora del diseño y la implementación del proceso de estudio.

Mostramos, durante el desarrollo del taller, la posibilidad de aplicar estos niveles conjuntamente usando como contexto de reflexión el análisis de un episodio de una clase de matemáticas de secundaria en la que el profesor institucionaliza la resolución de un problema. En este taller, que tuvo una duración de tres días con sesiones de dos horas cada día, y con una asistencia promedio de 25 profesores de educación secundaria propusimos el análisis didáctico de una transcripción de un episodio de clase. La principal tarea dada a los profesores para el análisis didáctico de este episodio fue que, en base a su experiencia profesional, realizaran un análisis didáctico.

En el apartado 2 de este documento presentamos la transcripción del episodio de clase, cuyo análisis didáctico planteamos a los profesores asistentes al taller, con una breve contextualización del episodio. En los apartados 3, 4, 5, 6 y 7 presentamos cinco de las tareas que les propusimos a los profesores, con los resultados obtenidos y esperados, en las cuales se estudia los cuatro niveles de análisis como herramientas para una didáctica descriptiva y explicativa, que nos sirven para comprender y responder a la pregunta '¿qué ha ocurrido aquí y por qué?'. Finalmente en el apartado 8, concluimos con algunas reflexiones generales.

Episodio de clase

El episodio de estudio a tratar en el taller toma lugar en una clase de matemáticas con estudiantes de 15 y 16 años de edad (enseñanza obligatoria). La clase está localizada en una escuela secundaria de una gran área de la clase trabajadora de Barcelona, España. El profesor tiene muchos años de experiencia en la enseñanza, algunos de ellos en su actual escuela. En la clase hay 21 estudiantes de diferentes culturas, religiones y capacidades cognitivas, en cambio todos son de un nivel socioeconómico similar (bajo).

Nuestro episodio sucede durante la segunda semana de clases al inicio del primer semestre del año escolar. Esta es la primera lección donde el profesor propone la dinámica de resolver un problema en pequeños grupos durante la clase entera. El problema es acerca de dos conocidos distritos, uno de los cuales es cercano a la ubicación de la escuela (ver Figura 1). El año pasado, los estudiantes habían trabajado una unidad centrada en proporcionalidad. Así, se "supuso" que los estudiantes tenían las habilidades matemáticas requeridas para resolver la tarea.

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

Distrito 1 (N1)	*Distrito 2 (N2)*
65 075 habitantes	190 030 habitantes
7 km^2	5 km^2

(i) Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.

(ii) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos espaciosamente.
(N1 ≡ Miraflores, N2 ≡ Villa el Salvador)

Figura 1. El planteamiento del problema.

El episodio se inicia cuando Alicia (*A*), Emilio (*E*) y Mateo (*M*), miembros de un grupo, le dicen al profesor que ellos no han hallado una solución común al problema propuesto. El episodio termina cuando el profesor cambia de explorar las ideas del grupo a intentar hacer que otros grupos participen.

		Representación escrita del discurso de la clase
1	A:	Este es un problema acerca de densidades porque los datos son acerca de densidades.
2	T:	De acuerdo. (Le dice a Alicia que ella necesita explicarse mejor) [A Alicia]. Nosotros sabemos que tú sabes bastante, pero…
3	A:	En N1 la densidad es menor que en N2. Eso es todo.
4	T:	Emilio dice no.
5	E:	¡Yo no lo entiendo! Hay algo que falta.
6	T:	[A Emilio] ¿Cómo lo has resuelto tú?
7	E:	Es claro que aquí [N2] hay más personas y menos espacio. Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.
8	T:	De acuerdo. Lo que tú dices está claro, pero entonces cómo respondes a la segunda pregunta.
9	E:	La segunda pregunta está mal
10	T:	¿Por qué?
11	E:	Yo no me mudaría solo, yo lo haría con toda mi familia.
12	T:	¿A qué te refieres?
13	E:	Yo cambiaría la segunda pregunta.
14	T:	¡No empieces de nuevo, Emilio! Tú sabes que los problemas son como son.
15	M:	A mí no me importa cambiar la pregunta, pero si tú la cambias, nosotros no practicaremos la matemática que el profesor quiere que nosotros practiquemos. Tú puedes hacer esto por ensayo y error, primero empieza con 50 000 personas.
16	A:	¡Eso no es matemática!
17	E:	¿Por qué esto no es Matemática?
18	T:	Mejor continuemos. Alicia, ¿cuál es tu opinión?
19	A:	Yo ya lo dije. Este es un problema de densidades.
20	T:	Tú sabes lo que estás diciendo, sino estás cansada …
21	A:	¿Voy a la pizarra?

22 T: [El profesor mueve la cabeza]

23 A: [En la pizarra]

$$\frac{65\,075}{7} \rightarrow \frac{65\,072}{7} = 9\,296 h / km^2 \quad \text{en N1}$$

$$\frac{190\,030}{5} = 38\,006 h / km^2 \quad \text{en N2};$$ 9 296<38 006

24 T: De acuerdo. Nosotros necesitamos comparar los dos distritos. Estos números no significan nada si nosotros no los comparamos.

25 A: Este número [9 296] es…

26 E: Nosotros colocamos algunas personas aquí y algunas personas allí.

27 A: ¡Déjame terminar! 9 296 es más pequeño que este número [38 006]. Esto significa que en N1 tú vives más espaciosamente.

28 T: De acuerdo.

29 A: Ahora veamos la ecuación. [En la pizarra].

$$\frac{190\,030 - x}{5} = \frac{65\,072 + x}{7};\ 38\,006 - \frac{x}{5} = 9\,296 + \frac{x}{7};$$

$$38\,006 - 9\,296 = \frac{x}{5} + \frac{x}{7};$$

$$28,710 = \frac{12x}{35};\ x = \frac{28\,710 \times 35}{12};\ x = 83\,737,5 \rightarrow 83\,737$$

personas.

30 T: Alicia, tienes que explicar lo que has hecho y por qué.

31 E: Yo no entiendo por qué ella cambia 65075 por 65 072.

32 T: ¿Alicia? ¿Por qué sustituyes este número?

33 A: [Regresa a su sitio] Yo ya he explicado mi propuesta, ahora que lo expliquen ellos.

34 M: Yo no creo que necesitemos hacer una ecuación. ¿Por qué no probamos con diferentes números? ¿No necesitamos ser exactos aquí, no es cierto?

35 T: Veamos de nuevo a la propuesta de Alicia. [A Emilio] ¿Aún quieres cambiar la segunda pregunta?

36	E:	Todos nosotros conocemos estos distritos, ¿no es raro lo que ella está haciendo? ¿Por qué nosotros tenemos que usar densidades y ecuaciones?
37	M:	[Al profesor] ¿Por qué ella ha movido tres personas de aquí [65 072]?
38	T:	Mateo, concentrémonos, olvídate ahora de las personas y sólo piensa en la fracción. ¿Es 65 075 un múltiplo de 7?
39	M:	No.
40	T:	¡Esta es la cuestión! 65 072 es un múltiplo de 7 y 65 075 no lo es. Ahora podemos hacer una división exacta.
41	M:	¡Pero esto no es acerca de múltiplos, es acerca de personas!
42	E:	En la última operación ella no mira los múltiplos ¿verdad?
43	A:	Esto no es importante.
44	T:	¿Ves cómo ella ha resuelto la ecuación?
45	M:	Sí
46	T:	Esto es importante.
47	M:	¿Podemos dar una respuesta aproximada?
48	A:	Por favor, esto no es importante.
49	M:	¿Copiamos la ecuación?
50	T:	Ordenemos nuestras ideas primero. Necesitamos calcular las densidades y luego necesitamos que sean iguales. Esta es una propuesta. ¿Y vosotros qué [señalando a otro grupo]? ¿Cuál es vuestra solución?

Tabla 1. Transcripción del episodio

1. Análisis Didáctico de un episodio de clase.

La primera tarea que debieron desarrollar los asistentes al taller fue, que después de una realizar una lectura individual, en grupos de tres escribieran sus conclusiones del análisis didáctico a partir de la transcripción del episodio de clase

(Tabla 1). Para ello, previamente se les entregó la contextualización del episodio (Figura 1) y luego, se les entregó la Tabla 1.

Cada uno de los grupos participantes estuvo de acuerdo con que se parte de un problema matemático en el cual se pueden distinguir ecuaciones y que la solución de éste se centra en la solución de la alumna que más sabe, en este caso Alicia, y que hay una mala gestión por parte del profesor quién no soluciona los conflictos que se presentan durante el desarrollo de la clase.

También hubo acuerdo en que en esta transcripción se propone un único problema. Se trata de una situación contextualizada cuya resolución implica, entre otros, el uso del concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades.

Aplicación del Nivel 1. **Identificación de prácticas matemáticas**.

La segunda tarea que debieron desarrollar los participantes fue la de señalar qué prácticas matemáticas realizaron Emilio, Mateo y el profesor. Para ello, se mostró como ejemplo, que en la transcripción dada se observaba que las prácticas matemáticas eran realizadas básicamente por Alicia, que ella resolvía el apartado (i) del problema planteado aplicando el concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades, y el apartado (ii) planteando y resolviendo una ecuación, y que a petición del profesor esta alumna contextualizó y dio sentido a la solución hallada.

Los participantes distinguieron que Emilio responde en base a sus vivencias, que Mateo propone resolver el problema por ensayo y error aunque no lo hace y que el profesor interviene sin resolver los conflictos que tienen Mateo y Emilio.

Las prácticas que se pedían que identificaran los asistentes al taller se muestran en la siguiente tabla:

Emilio - Lee y entiende el enunciado del problema. Por otra parte, cuestiona el apartado (ii) - Resuelve el apartado (i) mediante un razonamiento de tipo intuitivo y vivencial usando su conocimiento de los barrios citados en el problema. - Sigue las explicaciones de Alicia y observa una contradicción entre las maneras como se ha resuelto (i) y (ii).
Mateo - Lee y entiende el enunciado del problema - Propone una resolución por ensayo y error, aunque no aplica este método. - Propone la aceptación de soluciones aproximadas.
Profesor - Considera el papel del contexto extramatemático en matemáticas. - Valida la argumentación de Alicia e interviene para completar explicaciones de esta alumna sobre la sustitución de 65 075 por 65 072. - Reconduce propuestas de aproximación al problema de Emilio y Mateo.

Tabla 2. Prácticas Matemáticas

Aplicación del Nivel 2. **Identificación de objetos y procesos matemáticos**.

La tercera tarea que debieron realizar los profesores fue la de completar las proposiciones y procedimientos de la configuración epistémica del problema planteado. A continuación se muestra la configuración epistémica incompleta, proporcionada a los profesores.

SITUACIÓN PROBLEMA

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

Distrito 1 (N1)	*Distrito 2 (N2)*
65 075 habitantes	190 030 habitantes
7 km^2	5 km^2

(iii) Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.

(iv) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos espaciosamente.

LENGUAJE

Verbal:

Densidad (A), menor(A), ecuación (A), múltiplo (T), división (T),….

Simbólico:

Números naturales (P), fracciones (A), decimales (A), unidades de área (P) y de densidad(A), símbolos N1 y N2 (P), $\rightarrow$ (A)…..

CONCEPTOS

Densidad (A), mayor y menor(A), múltiplo (T), fracción (A), decimal (A), incógnita (A), ecuación (A), solución exacta de una ecuación (M), solución aproximada de un problema (M).

PROPOSICIONES

- Este es un problema acerca de densidades (A).
- En N1 la densidad es menor que en N2 (A).
- Aquí [N2] hay más personas y menos espacio (E).
-
-
-

PROCEDIMIENTOS.

1. Ensayo y error (M lo cita pero no lo aplica).	2. Dividir (A).
3. Redondeo de números (A).	4. Cálculo de densidades (A).
5. Comparación de números que representan densidades (A).	6.
7.	8.

ARGUMENTOS

(Alicia) Tesis 1: Este es un problema acerca de densidades.
Se usan los siguientes argumentos:
Argumento 1: En los problemas de densidades los datos son densidades.
Argumento 1: En este problema los datos son densidades.

(Emilio) Tesis 2: Aquí [N2] hay más personas y menos espacio.
Se usa el siguiente argumento (viviencial):
Argumento: Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.

(Alicia) Tesis 3: En N1 la densidad es menor que en N2.
Se usan los siguientes argumentos:
Argumento 1: Se puede sustituir 65 075 por 65 072 (implícito: para que la división por 7 sea exacta).

Argumento 2: Dividiendo el número de habitantes por el número de km2 se obtiene que la densidad en N1 es 9 296 h/km2. Argumento 3: Dividiendo el número de habitantes por el número de km2 se obtiene que la densidad en N2 es 38 006 h/km2. Argumento 4: 9 296 es menor que 38 006. (Alicia) Tesis 4: En N1 vives más espaciosamente. Se usan los siguientes argumentos: Argumento 1 (implícito) Si la densidad de un vecindario es menor que la de otro, eso quiere decir que en el de menor densidad "Tú vives más espaciosamente". Argumento 2: En N1 la densidad es menor que en N2. (Alicia) Tesis 4: Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrán la misma densidad (A). Argumento: Planteamiento y resolución de una ecuación.

Tabla 3. Objetos Matemáticos

Los profesores participantes, en su mayoría, llegaron a completar las proposiciones y procedimientos que mostramos a continuación:

PROPOSICIONES

- Este es un problema acerca de densidades (A).
- En N1 la densidad es menor que en N2 (A).
- Aquí [N2] hay más personas y menos espacio (E).
- En la última operación ella no encuentra múltiplos (E).
- En N1 vives más espaciosamente (E).
- 65 075 no es múltiplo de 7; 65 072 si lo es (T).
- Si un número es múltiplo de otro, la división por este último es exacta (T).
- Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrían la misma densidad(A).

PROCEDIMIENTOS

1. Ensayo y error (M lo cita pero no lo aplica).	2. Dividir (A).
3. Redondeo de números (A).	4. Cálculo de densidades (A).
5. Comparación de números que representan densidades (A).	6. Traducción del lenguaje verbal al algebraico. (Planteamiento de ecuaciones) (A).
7. Determinar si un número es múltiplo de otro (T lo usa implícitamente).	8. Resolución de ecuaciones (A)

La cuarta tarea fue la de identificar los procesos matemáticos involucrados. En esta última mostramos primero los 16 procesos matemáticos que se han identificado en el EOS (idealización, materialización, representación, significación, encapsulación, desencapsulación, personalización, institucionalización, particularización, generalización, algoritmización, enunciación, definición, problematización, argumentación y comunicación), ya que los participantes no pudieron distinguir en principio ningún proceso.

A continuación mostramos una tabla con los procesos identificados:

Alicia - Proceso de *generalización* [1, 19] cuando considera que el problema es un caso particular de un problema más general. - Proceso de *enunciación* de una proposición [3]. - Proceso de *argumentación* [23, 27, 29]. - Proceso de *representación* y *materialización* [23] al escribir en la pizarra signos matemáticos interpretables como el uso del concepto de densidad y de procedimientos de comparación de densidades.

- Proceso de *enunciación* y *comunicación* de una proposición [27] que se interpreta como la inferencia que se obtiene de aplicar el concepto de densidad y el procedimiento de comparaciones de densidades, y como un uso contextualizado y correcto de la solución. - Proceso de *representación* y *materialización* [29] al escribir signos matemáticos interpretables como el planteamiento y resolución de una ecuación.
Emilio - Proceso de *enunciación* de una proposición [7] sobre la interpretación del enunciado. - Proceso de *argumentación* [11, 16] basado en el conocimiento del contexto extramatemático del problema.
Mateo - Proceso de *comunicación* [15] al plantear la posibilidad de resolver el problema por el método de ensayo y error. - Proceso de *comunicación* [34] al plantear la posibilidad de buscar soluciones aproximadas para el problema.
Profesor - Proceso de *institucionalización* [todas sus intervenciones y en especial la 50] de la solución del problema. - Proceso de *argumentación* [40] para resolver dudas de Emilio y Mateo. - Proceso de *idealización* [38] cuando pide prestar atención a las fracciones por delante de las personas.

Tabla 4. Procesos Matemáticos.

Aplicación del Nivel 3. Descripción de interacciones en torno a conflictos.

La cuarta tarea propuesta a los participantes al taller fue que señalaran los conflictos observados en la transcripción.
Los profesores identificaron como un conflicto de Emilio el no aceptar la solución matemática propuesta por Alicia, pues con lo que conocía de sus vivencias era suficiente para él.

En Godino, Batanero y Font (2007) nos dicen que "*conflicto semiótico* es cualquier disparidad entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos, personas o instituciones". Entre los conflictos semióticos tipificados por el EOS tenemos, el *conflicto semiótico* de tipo *cognitivo*, cuando la disparidad se produce entre prácticas de un mismo sujeto; el *conflicto semiótico* de tipo *interaccional*, cuando la disparidad se produce entre las prácticas (actuativas y discursivas) de dos sujetos diferentes en interacción social (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) y el *conflicto semiótico* de tipo *epistémico*, cuando la disparidad se produce entre significados institucionales.

En la siguiente tabla mostramos algunos ejemplos de los conflictos semióticos que se presentan en el episodio de clase y que fueron observados por los profesores y que tipificamos juntos.

Cognitivo	En [42] Emilio pudo haber ocasionado un conflicto semiótico de tipo cognitivo en Alicia, aunque ella no le da importancia, al hacerle observar que no ha sido coherente en la resolución de (i) y (ii).
Interaccional	Cuando Alicia y Mateo discrepan sobre si el procedimiento de ensayo y error se puede considerar como "matemático" [16-17], se produce un conflicto semiótico de tipo interaccional.

Epistémico	Emilio, plantea un conflicto entre su "mundo de la vida" y la "clase de matemáticas" [9-14]. Emilio confronta una manera válida de resolver el problema en el "mundo de la vida" con la resolución válida en el aula de matemáticas cuyo portavoz en este caso es el profesor. Se puede interpretar que estas personas proponen prácticas válidas en instituciones diferentes: mundo de la vida y aula de matemáticas, produciéndose un conflicto semiótico de tipo epistémico.

Tabla 5. Conflictos Semióticos.

Hay que notar que los tipos de conflicto semiótico cognitivo, epistémico e interaccional no son excluyentes, dependiendo de la perspectiva desde donde se enfoque un mismo conflicto puede ubicarse en un tipo u otro. Por ejemplo, el conflicto epistémico entre Emilio y el profesor [9-14] también es un conflicto interaccional y los conflictos cognitivos de una persona a menudo son resultado de interacciones sociales generadoras de conflicto.

Aplicación del Nivel 4. Identificación de normas.

Para este nivel planteamos a los profesores la actividad que se muestra en la tabla siguiente.

¿Qué normas y metanormas han condicionado el proceso de instrucción?
En el episodio de clase dado, podemos observar algunas normas y metanormas que han condicionado el proceso de instrucción. Por ejemplo, "No basta dar la solución de un problema, hay que justificar que la solución es correcta" se mencionan en la transcripción en 2, 20, 24, 30. Identifique en qué lugares de la transcripción aparecen las siguientes normas o metanormas.

1. “En un problema contextualizado los signos matemáticos tienen una interpretación (hay que interpretar si la solución tiene sentido para el contexto inicial)”. ________________
2. “Los enunciados de los problemas no se pueden modificar” . ________________
3. “Una vez se ha descontextualizado el problema, hay una fase en la que tiene sentido trabajar con el modelo matemático con independencia del contexto inicial”.
4. Hay cosas que son importantes en matemáticas (p. El ensayo y error no lo es y las ecuaciones si lo son)”. ________________
5. “Los problemas se pueden resolver por diferentes métodos (aunque algunos son más matemáticos que otros)”. ________________

¿Observa alguna otra norma o metanorma más? En caso afirmativo enúnciela e indique en que lugar de la transcripción se encuentra.

Dando respuestas a la tarea anterior, pudimos introducir las definiciones de normas y metanormas, poco conocidas por los profesores.

En el aula, la actividad matemática tiene una dimensión social puesto que ella tiene lugar la construcción y la comunicación de conocimiento matemático a través de interacciones sociales entre alumnos y profesor. Así, el aprendizaje matemático está condicionado no solo por conocimientos matemáticos y didácticos, sino por algunas reglas llamadas normas sociomatemáticas (Yackel & Cobb, 1996) y las cláusulas del contrato didáctico (Brousseau, 1988, 1997). En D’Amore, Font y Godino (2007), nos muestran diferentes criterios de clasificación de las normas como: el momento en que intervienen (diseño curricular, planificación, implementación y evaluación), el aspecto del proceso de estudio a que se refieren (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional…), su origen (disciplina, escuela, aula, sociedad…), etc.

De acuerdo con D'Amore, Font y Godino (2007), entendemos por normas epistémicas las configuraciones de objetos: situaciones-problema, lenguaje, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos las cuales regulan la práctica matemática en un marco institucional específico. Pero además, cada uno de los componentes de la configuración de objetos está relacionado con normas metaepistémicas, llamadas normas sociomatemáticas por autores diversos (Civil y Planas, 2004; Cobb y McClain, 2006; Planas y Civil, en prensa; Stephan, Cobb y Gravemeijer, 2003; Yackel y Cobb, 1996). Así por ejemplo, en las **situaciones-problema**, el alumno debe saber responder a preguntas como: qué es un problema, cuándo decimos que se ha resuelto, qué reglas conviene seguir para resolverlo, cómo debo dar la respuesta etc. De igual modo si nos fijamos en el componente **argumento** ya que el alumno necesita saber qué es un argumento en matemáticas, cuándo se considera válido, cómo justifico, etc. Hemos detallado normas epistémicas al describir la configuración de objetos en la tabla 3 de este documento. Pero también, en la transcripción del episodio se pueden deducir otros tipos de normas. A continuación mostramos algunas de ellas.

Normas metaepistémicas	- No basta dar la solución de un problema, hay que justificar que la solución es correcta [4, 20, 24, 30]. - Hay que interpretar el sentido de la solución en el contexto del problema [24] - Los enunciados de los problemas no se pueden modificar [14]. - Hay una fase en la que tiene sentido trabajar con el modelo matemático con independencia del contexto inicial del problema [38].

	- Hay elementos importantes en matemáticas, como las ecuaciones, a diferencia de otros como el método de ensayo y error [46, 50]. - El profesor decide sobre la validez de una argumentación [28, 49]. - Hay argumentaciones que no son válidas en matemáticas [16]. - Los problemas pertenecen a familias de problemas [1, 19].
Normas que regulan las interacciones	- El profesor interviene para resolver dificultades de los alumnos [38, 40]. - El profesor tiene un papel determinante en el inicio, distribución y finalización de intervenciones [2, 6, 18, 22, 50]. - Los alumnos intervienen cuando no entienden algo [31] y [37].
Normas que regulan el uso de los materiales en el aula	- [40] Se puede usar la calculadora (por ejemplo, para comprobar que la división es exacta). - [49] Las soluciones correctas se tienen que copiar en el cuaderno de clase

Tabla 5. Identificación de normas

Las normas metaepistémicas "hay que interpretar el sentido de la solución en el contexto del problema [24]" y "hay una fase en la que tiene sentido trabajar con el modelo matemático con independencia del contexto inicial del problema [38]" pueden ocasionar conflictos a los alumnos, pues según la interrelación pueden ser contradictorias. La práctica matemática conlleva la posibilidad de desprenderse del contexto extramatemático cuando conviene y volver a él cuando interesa. Para algunos alumnos puede ser difícil entrar en este "juego de lenguaje". El análisis realizado en el apartado anterior muestra que efectivamente dichos conflictos se han producido y que Emilio y Mateo los han experimentado.

Conclusiones

Observamos que los profesores abarcaron en sus análisis didácticos diferentes aspectos. Así, por ejemplo, algunos centraron su atención en el hecho de que en el episodio de clase analizado el profesor realizaba un proceso de socialización de la resolución de un problema; otros realzaron objetos matemáticos (proporcionalidad, ecuaciones, etc.) presentes, según ellos, en la transcripción. La mayoría de profesores expresó apreciaciones negativas en torno a la práctica profesional del profesor del episodio. Para argumentarlas, mencionaron, entre otros aspectos, el hecho de que el profesor no había gestionado bien algunas intervenciones de los alumnos o bien que había creado un clima emocional desfavorable para dos de ellos; también sugirieron cómo tendría que haber actuado el profesor del episodio.

Mas que responder a la pregunta '¿qué se ha hecho mal y cómo se debería mejorar?', el tipo de análisis que pretendemos desarrollar debe responder en primer lugar a la pregunta '¿qué ha ocurrido aquí y por qué?'. Entendemos, por tanto, que el estudio exhaustivo de los aspectos descriptivos y explicativos de una situación didáctica es necesario para poder argumentar posteriormente valoraciones sobre esta situación.

Nuestra conclusión es que el modelo de análisis didáctico que propone el EOS aplicado en este trabajo es útil para la investigación sobre la práctica docente de los profesores de matemáticas, así como también puede ser útil para el grupo de profesores interesados en reflexionar sobre su propia práctica. Esto último, basándonos en la experiencia positiva de este taller. Como afirman Hiebert, Morris y Glass (2003), un problema persistente en educación matemática es cómo diseñar programas de formación que influyan sobre la naturaleza y calidad de la práctica de los profesores. Para el diseño de estos programas son necesarias herramientas para el análisis de la práctica docente como las que aquí se han propuesto.

Referencias

Brousseau, G. (1988). *Le contrat didactique: le milieu*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 9 (3), 309-336.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques*. Dordrecht: Kluwer.

Civil, M.; Planas, N. (2004). Participation in the mathematics classroom: does every student have a voice? *For the Learning of Mathematics, 24*(1), 7-13.

D'Amore, B., Font, V.; Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Paradigma, 28(2), 49-77.

Font, V.; Contreras, A. (en prensa). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. Educational Studies in Mathematics.

Font, V.; Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. Educaçao Matemática Pesquisa, 8(1), 67-98.

Font, V., Godino, J. D. & Contreras, A. (2008). From representations to onto-semiotic configurations in analysing the mathematics teaching and learning processes in L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (eds.), *Semiotics in Math Education: Epistemology, Historicity, and Culture*. Sense Publishers: The Netherlands.

Godino, J. D.; Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques, 14(3), 325-355.

Godino, J. D.; Batanero, C.; Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 39(1-2), 127-135.

Godino, J. D.; Bencomo, D.; Font, V.; Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.

Godino, J. D.; Contreras, A.; Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactiques des Mathematiques, 26(1), 39-88.

Godino, J. D.; Font, V.; Wilhelmi, M. R. (2006), Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, 131-155.

Godino, J. D.; Font, V.; Wilhelmi, M. R.; Castro, C. de (2008, en prensa). Una aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 21.

Hiebert, J., Morris, A. K., y Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: An "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics. Journal of Mathematics Teacher Education, 66: 201-222.

Stephan, M.; Cobb, P.; Gravemeijer, K. (2003). Coordinating social and psychological analyses: learning as participation in mathematical practices. Journal for Research in Mathematics Education Monograph, 12 (67-102). Reston, VA: NCTM.

Yackel, E.; Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 27(4), 458-477.