

## Modelización matemática de la evolución de dos reactivos químicos

Teresa F. Blanco

*Universidad de Santiago de Compostela*

Manuel García Piqueras

*Universidad de Castilla-La Mancha*

José Manuel Diego-Mantecón y Zaira Ortiz-Laso

*Universidad de Cantabria*

**Resumen:** *En los últimos años investigadores han resaltado la importancia de trabajar las materias de forma interdisciplinar para aumentar el interés por las áreas STEM. Esta experiencia describe una actividad STEM basada en la resolución de problemas del ámbito de la química. En concreto las estudiantes modelizaron la evolución de dos reactivos en una reacción química, desempeñando un papel fundamental la función exponencial. La conexión entre la química y las matemáticas se efectúa gracias a la modelización, siendo un recurso idóneo para fomentar la adquisición de las competencias clave e integrar los contenidos de distintas áreas.*

**Palabras clave:** *STEM, química, modelización, función exponencial, educación matemática*

## Mathematical modelling of two chemical reactants evolution

**Abstract:** *In recent years, researchers have highlighted the importance of working the subjects in an interdisciplinary way, to increase the interest in the STEM areas. This experience describes a STEM activity based on the problem solving contextualized in the chemistry discipline. In particular, students modelled the evolution of two reactants in a chemical reaction, playing a key role the exponential function. The connection between mathematics and chemistry is made through modelling, being it a suitable resource to promote the acquisition of key competences and to integrate contents from different areas.*

**Keywords:** *STEM, chemistry, modelling, exponential function, mathematics education*

## INTRODUCCIÓN

La Unión Europea ha detectado en los últimos años un interés decreciente por las áreas científico-tecnológicas, identificando un número insuficiente de graduados en ese ámbito (CEDEFOP, 2014; Kennedy y Odell, 2014; Thomas y Watters, 2015). Este hecho se considera preocupante para el futuro de los países europeos y han surgido distintas investigaciones que explican factores que conducen a la elección de estudios, identificando factores de género, sociales, culturales, económicos e institucionales (Hense et al., 2017; Krapp y Prenzel, 2011; Thomas y Watters, 2015). En particular, tiene una gran influencia la forma en que se enseñan las ciencias y las matemáticas en los centros, enfatizando en la necesidad de trabajar las materias de esos ámbitos interdisciplinariamente (Rocard, Csermely, Walberg-Henriksson y Hemmo, 2007; Thomas y Watters, 2015).

El término STEM proviene del acrónimo inglés *Science, Technology, Engineering and Mathematics* (en español ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas). Una actividad STEM integra los procesos de enseñanza-aprendizaje de al menos dos de las disciplinas mencionadas anteriormente, con el fin de obtener una solución a un problema contextualizado. Estas soluciones son abiertas y promueven la investigación científica a través de la resolución de problemas (Diego-Mantecón et al., 2017).

La tendencia de trabajar las materias científico-tecnológicas de forma integrada mediante un aprendizaje basado en la investigación se refleja en la LOMCE<sup>1</sup>, ley actual de educación en España. Dicha ley enfatiza la adquisición de siete competencias clave, entre las que se encuentra la *competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología*, dejando constancia de la importancia que supone trabajar de forma interdisciplinar. En los contenidos, criterios de evaluación o estándares de aprendizaje evaluables de materias STEM se recogen aspectos que aluden a la necesidad de trabajar mediante un aprendizaje basado en la investigación a través de proyectos (RD 1105/2014, de 26 de diciembre; O. 65/2015, de 21 de enero).

Para dar soporte a la educación STEM surgen proyectos nacionales e internacionales como STEMforYouth. STEMforYouth es un proyecto de la Unión Europea que proporciona, tanto al profesorado como al alumnado, problemas y cursos para su implementación (Diego-Mantecón, Sáenz de la Torre y Brzozowy, 2017; Brzozowy et al., 2017; Diego-Mantecón, García-Piqueras, Blanco y Ortiz-Laso, 2018). El material educativo generado dentro del proyecto se encuentra alojado en la plataforma de actividades OLCMS, por sus siglas en inglés ‘*Open Learning Content Management System*’ (en español: *sistema de gestión de contenido de aprendizaje abierto*)— <https://olcms.stem-4youth.pl/>. Los recursos educativos de la plataforma son libres y se encuentran clasificados por disciplinas: astronomía, ciencia ciudadana, física, ingeniería, matemáticas, medicina, y química, en función del área que se involucra con mayor perseverancia en cada uno de los problemas contextualizados. Una de las funcionalidades que incluye la plataforma es un foro donde profesores y estudiantes valoran y comparten sus experiencias de implementación.

---

1. Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa

## EXPERIENCIA

La experiencia que aquí se presenta se enmarca en el proyecto STEMforYouth, y en particular dentro de su competición internacional. En esta competición estudiantes de varios países europeos participaron de forma colaborativa en el desarrollo de actividades STEM. Los estudiantes divididos en grupos de tres tenían edades comprendidas entre los 15 y los 19 años. Los temas centrales de la competición fueron: *impresión 3D*, *uso de focos LED*, *aplicación de la función exponencial*, y *análisis de la calidad del aire*. La estructura de los problemas en cada uno de los temas era muy similar, en primer lugar, se trabajaba la base teórica del problema, y posteriormente se aplicaba a situaciones contextualizadas.

En este artículo se presenta, en concreto, una actividad de aplicación de la función exponencial para modelizar la evolución de dos reactivos en una reacción química. Esta experiencia estuvo liderada por una estudiante de nacionalidad serbia de 16 años, y completaban el equipo dos estudiantes españolas de 1º de Bachillerato del IES Tomás Navarro Tomás de 16 y 17 años. El equipo estuvo supervisado por dos mentores de nacionalidad serbia y española, ambos profesores de los centros donde las estudiantes están matriculadas. La actividad se realizó en el curso académico 2017/2018 y tuvo una duración de siete semanas y media. Las tres estudiantes tienen un rendimiento académico alto, con un gran interés en el ámbito científico-tecnológico. Dada la muestra de estudiantes, el proceso de implementación de la actividad se desarrolló íntegramente en lengua inglesa.

## IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA

A continuación, se describe el proceso de implementación de la actividad. Se trabajaron aspectos teóricos de las matemáticas, mayoritariamente del ámbito de las funciones, y la aplicación de estos en diferentes disciplinas. En el proceso de aplicación desempeñó un papel fundamental la modelización matemática, reforzando los contenidos matemáticos e involucrando conocimientos de las otras disciplinas.

La actividad se presenta dividida en tres partes con objetivos bien diferenciados. La primera parte, abarca la tarea (I) y pretende dar a los estudiantes una base teórica de la función exponencial. La segunda parte, que comprende las tareas (II) y (III), se centra en la aplicación de las matemáticas en diferentes áreas para resolver problemas contextualizados. La última parte, tarea (IV), tiene como objetivo la puesta en común de los resultados. A continuación, se explica el objetivo principal de cada una de las tareas, así como el tiempo de implementación.

- (I) *fundamentos teóricos de la función exponencial*, que pretendía que comprendiesen la diferencia entre función exponencial y lineal, así como la comprensión de los parámetros de la exponencial (1 semana).
- (II) *modelización matemática*, que permitió establecer modelos matemáticos en problemas de diferentes disciplinas (física, química, biología o economía) (2.5 semanas).

- (III) *análisis de datos experimentales*, donde los alumnos dedujeron si conjuntos de datos contextualizados se aproximan a una función exponencial (2.5 semanas).
- (IV) *revisión*: puesta en común de las tareas realizadas por las estudiantes y redacción de la documentación a entregar (1.5 semanas).

Las tareas (I) y (IV) fueron realizadas por las tres estudiantes. De esta forma, adquirieron una base teórica necesaria para resolver cada una de las tareas, y pusieron en común los resultados obtenidos. El resto de tareas se realizaron individualmente. Especial importancia tuvo la tarea (IV) donde las estudiantes ponían en común sus resultados para elaborar un documento final y preparar la defensa de la actividad que realizaron frente a los evaluadores.

Además de resolver problemas en las distintas tareas, las estudiantes tenían que presentar un documento de texto en lengua inglesa que ha sido enviado a través de la plataforma OLCMS para su evaluación como parte de la competición internacional. Dicho documento recoge el proceso de implementación de la actividad, así como la resolución de cada uno de los problemas. También, realizaron una presentación *power point* para mostrar los resultados más significativos de la actividad ante el jurado mediante videoconferencia.

Debido a la extensión de la actividad, en este documento se presenta uno de los problemas de la tarea (IV) *modelización matemática*. Los demás problemas contextualizados se encuentran disponibles en inglés en el siguiente enlace: [https://ocs-pl.oktawave.com/v1/AUTH\\_385fff76-290b-43da-b2fc-96b1c08bce24/olcmsProd/medialibrary/2018/01/Exponential\\_Function\\_Problem.pdf](https://ocs-pl.oktawave.com/v1/AUTH_385fff76-290b-43da-b2fc-96b1c08bce24/olcmsProd/medialibrary/2018/01/Exponential_Function_Problem.pdf)

Para resolverlos, las estudiantes utilizaron las hojas de cálculo y la calculadora gráfica del software de geometría dinámica GeoGebra. Este recurso didáctico tuvo especial importancia, permitiéndolas variar fácilmente los parámetros a través de deslizadores. De esta forma, representaban el modelo planteado, establecían la coherencia de dicho modelo o identificaban tendencias en el comportamiento de la función.

## EJEMPLO DE MODELIZACIÓN: EVOLUCIÓN DE DOS REACTIVOS QUÍMICOS

En esta sección detallaremos el problema de la tarea (IV) *modelización matemática*, enunciado en la Tabla 1.

**Apartado (i).** Para estudiar cómo varía la concentración de dos reactivos, las estudiantes consideraron dos valores iniciales de  $C_1$  y  $C_2$ . En primer lugar, utilizaron la hoja de cálculo de GeoGebra, para obtener una visión local de cómo varía la función en cada iteración. En la Figura 1, se muestra la hoja de cálculo donde se simula la variación de dos reactivos a lo largo del tiempo. Utilizando la condición *la concentración de cada uno de ellos disminuye proporcionalmente al producto de sus concentraciones*, introdujeron un constante positiva  $Constant_{Decay}$  menor que la unidad. Las estudiantes analizaron casos particulares para ver cómo variaba la función lo que las llevó a generalizar a través de las siguientes funciones:

Tabla 1. Evolución de dos reactivos en una reacción química.

Se puede suponer que dos reactivos químicos reaccionan de acuerdo con la siguiente ley: en un intervalo de tiempo dado, la disminución de la concentración de cada uno de los reactivos es proporcional al producto de sus concentraciones en cada momento. Además, los cambios en  $C_1$  y  $C_2$  son iguales siempre.

- (i) Utiliza una hoja de cálculo para elaborar un modelo matemático que muestre la evolución de la concentración en cada uno de los casos. Verifica si en alguno de los modelos de  $C_1$  o  $C_2$  la concentración disminuye siguiendo una función exponencial.
- (ii) Intenta cambiar la diferencia D entre los valores de  $C_1$  y  $C_2$ . ¿Se aproxima ahora una de las dos curvas a una función exponencial?

	A	B	C	D	E	F
1	Reactant $C_1$	Reactant $C_2$	Subtraction	Steps	Points $C_1$	Points $C_2$
2	100	100	6.000000000000001	1	(1, 100)	(1, 100)
3	A2-C2= 94	B2-C2= 94	5.301600000000001	2	(2, 94)	(2, 94)
4	88.69839999999999	88.69839999999999	4.720443697536	3	(3, 88.69839999999999)	(3, 88.69839999999999)
5	83.977956302464	83.977956302464	4.231378286843132	4	(4, 83.977956302464)	(4, 83.977956302464)
6	79.74657801562086	79.74657801562086	3.815710023120902	5	(5, 79.74657801562086)	(5, 79.74657801562086)
7	75.93086799249996	75.93086799249996	3.459298028456673	6	(6, 75.93086799249996)	(6, 75.93086799249996)
8	72.47156996404328	72.47156996404328	3.151277071831933	7	(7, 72.47156996404328)	(7, 72.47156996404328)
9	69.32029289221136	69.32029289221136	2.883181803997181	8	(8, 69.32029289221136)	(8, 69.32029289221136)
10	66.43711108821418	66.43711108821418	2.648333837848627	9	(9, 66.43711108821418)	(9, 66.43711108821418)
11	63.78877250365555	63.78877250365555	2.441404861858053	10	(10, 63.78877250365555)	(10, 63.78877250365555)
12	61.3473723885075	61.3473723885075	2.258100059384528	11	(11, 61.3473723885075)	(11, 61.3473723885075)
13	59.08927232912298	59.08927232912298	2.094925262631155	12	(12, 59.08927232912298)	(12, 59.08927232912298)
14	56.99434706649182	56.99434706649182	1.949013358521435	13	(13, 56.99434706649182)	(13, 56.99434706649182)
15	55.045333707970386	55.045333707970386	1.817993257813093	14	(14, 55.045333707970386)	(14, 55.045333707970386)
16	53.22734045015729	53.22734045015729	1.699889862838171	15	(15, 53.22734045015729)	(15, 53.22734045015729)
17	51.52745058731912	51.52745058731912	1.593046898417168	16	(16, 51.52745058731912)	(16, 51.52745058731912)
18	49.93440368890195	49.93440368890195	1.496066803059735	17	(17, 49.93440368890195)	(17, 49.93440368890195)
19	48.43833688584222	48.43833688584222	1.407763488159806	18	(18, 48.43833688584222)	(18, 48.43833688584222)
20	47.03057339768241	47.03057339768241	1.327124900468875	19	(19, 47.03057339768241)	(19, 47.03057339768241)
21	45.703448497213536	45.703448497213536	1.25328312272247	20	(20, 45.703448497213536)	(20, 45.703448497213536)
22	44.450165374491064	44.450165374491064	1.185490321091763	21	(21, 44.450165374491064)	(21, 44.450165374491064)
23	43.2646750533993	43.2646750533993	1.123099264485739	22	(22, 43.2646750533993)	(22, 43.2646750533993)
24	42.14157578891356	42.14157578891356	1.065547445983648	23	(23, 42.14157578891356)	(23, 42.14157578891356)
25	41.07602834292992	41.07602834292992	1.012344062657509	24	(24, 41.07602834292992)	(24, 41.07602834292992)

Figura 1. Hoja de cálculo que simula la disminución de la concentración de dos reactivos químicos.

$$C_1(t+1) = C_1(t) - \text{Constant}_{\text{Decay}} \cdot C_1(t) \cdot C_2(t)$$

$$C_2(t+1) = C_2(t) - \text{Constant}_{\text{Decay}} \cdot C_1(t) \cdot C_2(t)$$

Representando las columnas E (en color rojo, Figura 1) y F (en color azul, Figura 1) obtenidas en la hoja de cálculo, las estudiantes concluyeron que el conjunto de puntos generados para ambos reactivos, se podrían aproximar a una función exponencial. Las estudiantes utilizaron el comando FitExp[<Lista de Puntos>] de GeoGebra, para aproximar los conjuntos de datos a un modelo exponencial. La Figura 2 muestra los dos conjuntos de puntos (en rojo) y (en azul), que son aproximados a una función exponencial, respectivamente, y . Para determinar la calidad del ajuste, utilizaron el comando RSquare[< Lista de Puntos >, <Función> ] de GeoGebra. Esto les permitió obtener que el

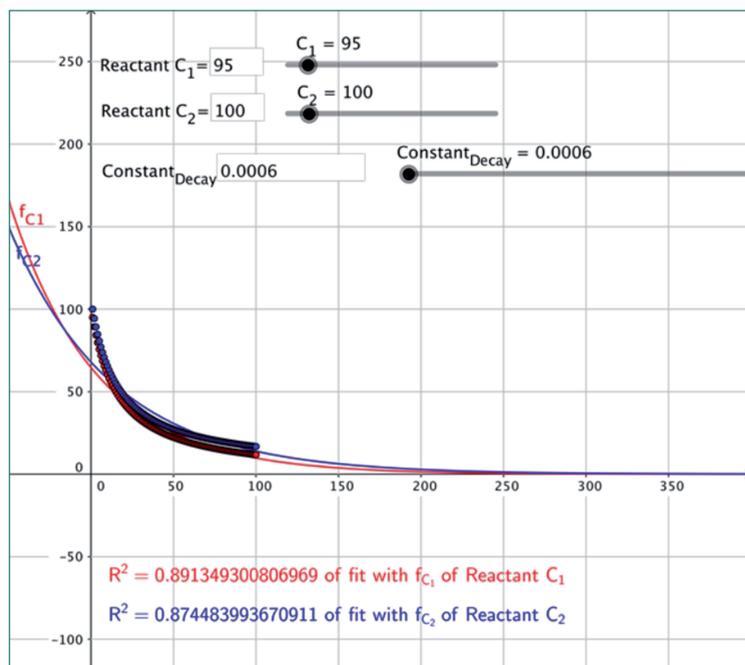


Figura 2. Funciones exponenciales generadas a partir de las concentraciones químicas  $C_1$  y  $C_2$

coeficiente de correlación es cercano a 1, lo que indica que la función aproximada es una buena aproximación como puede observarse en la figura 2.

Lo anterior confirmó la hipótesis de que el proceso reproducido, la variación de las concentraciones de los reactivos, seguía una función exponencial respecto del tiempo.

**Apartado (ii).** Para la realización de esta parte, las alumnas crearon dos deslizadores que les permitieron variar fácilmente las concentraciones de los reactivos, así como el valor de constante  $\text{Constant}_{\text{Decay}}$ . Las estudiantes identificaron que cuanto menor era la concentración mejor se ajustaba a una función exponencial. Los resultados se pueden ver en la Figura 3.

## EVALUACIÓN

A continuación, se presenta una evaluación desde dos perspectivas: adaptación al currículum español y evaluación en el aula.

### Adaptación al currículum

Esta actividad es idónea para trabajar las competencias clave enunciadas en el Real Decreto 1105/2014 (de 26 de diciembre) y la Orden 65/2015 (de 21 de enero). En concreto, se trabaja la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, competencia digital, competencia lingüística y competencia de aprender a aprender.

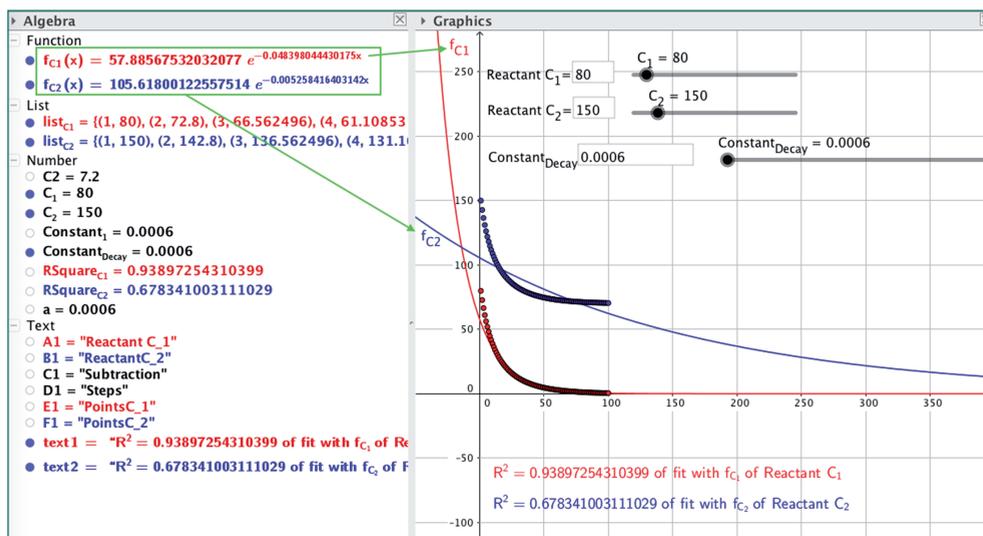


Figura 3. Ajuste de las concentraciones  $C_1(t)$  (en rojo) y  $C_2(t)$  (en azul) mediante las funciones exponenciales.

Las estudiantes aplicaron conocimientos matemáticos para adquirir nuevo conocimiento del ámbito de las matemáticas, la química y la tecnología. Cabe destacar, que la actividad trata aspectos teóricos y prácticos a través de la modelización con el objetivo de obtener la solución de un problema contextualizado y deducir propiedades de las funciones. Estos hechos implican un desarrollo de la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

Las estudiantes emplearon recursos tecnológicos para resolver problemas y difundir los resultados obtenidos en la actividad, fomentando su competencia digital. Ha sido especialmente beneficioso la incorporación del software de geometría dinámica GeoGebra, ayudándolas a comprobar e interiorizar las propiedades de las funciones.

Además de trabajar las competencias relacionadas con el ámbito STEM, desempeña un papel fundamental la competencia lingüística tanto de forma oral como escrita. Las estudiantes han escrito una memoria final de la actividad y una presentación que recoge aspectos relevantes de la misma. Además, realizaron varias videoconferencias con homologos y evaluadores en lengua inglesa para informarse sobre el estado de las tareas o defender su proyecto.

En esta actividad el conocimiento se ha ido adquiriendo gradualmente, reforzándolo a lo largo de la actividad en distintas tareas. Como consecuencia, las estudiantes han estado continuamente en contacto para planificar la actividad, explicar y supervisar el estado de las tareas, o evaluar los resultados, desarrollando aspectos destacados de la competencia de aprender a aprender.

## Evaluación en el aula

El profesorado no ha realizado una evaluación cuantitativa de la misma, pero se ha seguido diariamente el trabajo de las estudiantes. Esto ha permitido detectar que una de las mayores dificultades con las que se encontraron las alumnas fue el uso de la herramienta GeoGebra. A pesar de que ya lo habían utilizado con anterioridad, no tenían suficiente dominio en la hoja de cálculo, los deslizadores y ciertas funciones de ajuste matemático. Otro aspecto importante a resaltar en la evaluación de esta actividad fue el hecho de que las alumnas pudieran comprobar la potencialidad de este programa, al aplicarlo a problemas contextualizados, para elaborar hipótesis, contrastarlas y obtener soluciones.

A nivel general, trabajar en un contexto internacional ha supuesto una gran motivación para los profesores y las estudiantes; mostrando estas últimas una disposición muy favorable hacia el aprendizaje en el ámbito STEM.

## CONCLUSIÓN

La actividad STEM que se ha presentado es parte de la competición internacional del proyecto STEMforYouth. Se trata de una actividad basada en la investigación y el aprendizaje colaborativo que involucra principalmente tres áreas del conocimiento: matemáticas, química y tecnología. Las estudiantes debían resolver problemas contextualizados utilizando aspectos teóricos y prácticos de las matemáticas, para conectarlos con las otras áreas.

Las matemáticas desempeñan un papel fundamental en el ámbito STEM, especialmente cuando se explica un fenómeno contextualizado con el objetivo de dar predicciones a través de modelos. En muchos casos, el nexo entre los contenidos matemáticos y otras disciplinas se produce gracias a la modelización. Se trata de una herramienta idónea para integrar contenido de distintas áreas, así como desarrollar competencias clave del currículo LOMCE en las aulas de secundaria.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto STEM4youth: Promotion of Stem Education by Key Scientific Challenges and their Impact on our Life and Career Perspectives, dentro del Programa Horizon 2020 (H2020- Seac-2015-1710577); y por el FEDER/ Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades – Agencia Estatal de Investigación/ \_Proyecto EDU2017-84979-R.

## REFERENCIAS

Brzozowy, M., Hołownicka, K., Bzdak, J., Tornese, P., Lupiañez-Villanueva, F., Vovk, N., ... Moussas, X. (2017). *Making STEM education attractive for young people by presenting key scientific challenges and their impact on our life and career perspectives.*

- En International Technology, Education and Development Conference INTED2017 (pp. 9948–9957). Valencia: IATED.
- CEDEFOP. (2014). Rising STEMs. Recuperado el 17 de abril de 2018, de <http://www.cedefop.europa.eu/en/publications-and-resources/statistics-and-indicators/statistics-and-graphs/rising-stems>
- Diego-Mantecón, J. M., Bravo, A., Arcera, O., Cañizal, P., Blanco, T. F., Recio, T., González-Ruiz, I. e Istúriz, M. P. (2017). *Desarrollo de cinco actividades STEAM con formato KIKS*. En Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (eds.). VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 357-365). Madrid: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
- Diego-Mantecón, J.M., García-Piqueras, M., Blanco, T. F. y Ortiz-Laso, Z. (2018) Problemas en contextos reales para trabajar las matemáticas— Plataforma STEMforYouth. *Sociedad de la Información*, 58, 29-38.
- Diego-Mantecón, J. M., Sáenz De La Torre Lasierra, J. J. y Brzozowy, M. (2017). *Proyecto STEMforYouth*. En Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (eds.). VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 305-311). Madrid: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
- Hense, J., Weiser, L., Scheersoi, A., Drymiotou, I., Kotkas, T., Kang, J. y Direito, I. (2017). *Interest in Science—Measurement and some surprising findings*. En European Science Education Research Association (ESERA). Dublín
- Kennedy, T. J. y Odell, M. R. L. (2014). Engaging students in STEM education. *Science Education International*, 25(3), 246-258.
- Krapp, A. y Prenzel, M. (2011). Research on interest in science: Theories, methods, and findings. *International journal of science education*, 33(1), 27-50.
- España. Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3 de enero de 2015, núm. 3, pp. 169-546.
- España. Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 29 de enero de 2015, núm. 25, pp. 6986-7003.
- Rocard, M., Csermely, P., Walwerg-Henriksson, H. y Hemmo, V. (2007). *A Renewed Pedagogy for the Future of Europe*. Recuperado el 10 de abril de 2018, de [http://ec.europa.eu/research/science-society/document\\_library/pdf\\_06/report-rocard-on-science-education\\_en.pdf](http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf)
- Thomas, B. y Watters, J. J. (2015). Perspectives on Australian, Indian and Malaysian approaches to STEM education. *International Journal of Educational Development*, 45, 42-53.