Épsilon - *Revista de Educación Matemática* **2017, nº 97, 75-80**

Uso de representaciones verbales en la enseñanza del Teorema de Thales

David Gutiérrez-Rubio
Universidad de Córdoba

Resumen: *Se plantea una propuesta de clase que trabaja, previamente al enunciado matemático del Teorema de Thales, una representación verbal en términos cotidianos y una serie de actividades encauzadas a que el alumno pueda intuir cómo será la solución de un problema que necesite aplicar dicho teorema. Asimismo, se trabaja la representación verbal del concepto de proporcionalidad a través de proporciones sencillas (doble, triple,…) y su salto a expresiones más complicadas a través del lenguaje matemático.*
Palabras clave: *Teorema de Thales, geometría, representación verbal, educación matemática.*

Use of verbal representations in the teaching of Thales Theorem

Abstract: *We describe a series of activities for the classroom prior to the mathematical statement of Thales Theorem, a verbal representation in everyday terms and a series of activities so to the student can intuit how will be the solution of a problem that needs to apply the theorem. Moreover, the verbal representation of the concept of proportionality is worked through simple proportions (double, triple, ...) and its jump to more complicated expressions through mathematical language.*
Keywords: *Thales theorem, geometry, verbal representation, mathematics education*

INTRODUCCIÓN

La enseñanza tradicional del Teorema de Thales, como muchos otros conceptos de geometría plana, tienen como principal método de representación el gráfico. Autores como Duval (2006) recalcan la necesidad de utilizar una variedad lo más amplia de métodos de representación para los distintos conceptos utilizados, así como ser capaces de pasar de uno a otro.

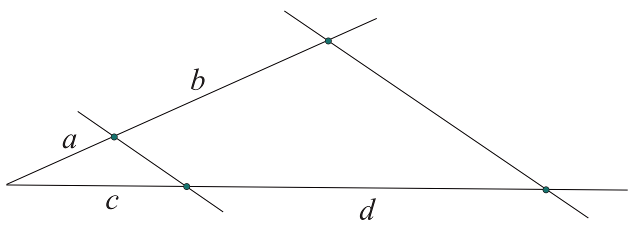
Por su parte, según la normativa estatal en España “Forma parte de esta destreza la creación de descripciones y explicaciones matemáticas que llevan implícitas la interpretación de resultados matemáticos y la reflexión sobre su adecuación al contexto, al igual que la determinación de si las soluciones son adecuadas y tienen sentido en la situación en que se presentan.” (O. ECD/65/2015, de 21 de enero).

El uso del representaciones verbales ayuda también a que el estudiante confiera de sentido a los entes abstractos que aparecen en Matemáticas, a través de su inclusión en un contexto y discurso familiar (Walkerdine, 1982).

En este artículo planteamos una serie de actividades previas al enunciado formal del Teorema de Thales, destinadas a que el alumnado sea capaz de verbalizar relaciones sencillas entre dos magnitudes. Para ello empezaremos con problemas donde las relaciones entre dichas magnitudes sean fáciles de trasladar al lenguaje coloquial (doble, triple, etc.) e ir progresivamente ampliando la dificultad. El objetivo de dicha actividad es, por un lado, mejorar la verbalización de relaciones entre magnitudes, y por otro presentar una versión intuitiva del Teorema de Thales previo a su enunciado formal. La progresiva dificultad en la verbalización de las actividades planteadas hace que el alumno sienta la necesidad de utilizar un lenguaje más específico (el lenguaje matemático) para poder resolver los problemas planteados.

TÉRMINOS EMPLEADOS

El primer paso antes de verbalizar un enunciado o concepto matemático es la de buscar una representación equivalente que permita una mayor transición al lenguaje hablado. En este caso, vamos a trabajar con la siguiente forma de enunciar el Teorema de Thales:



Teorema de Thales:
En las condiciones del teorema (rectas paralelas, etc.) se cumple que:

Si $\frac{b}{a} = x$ entonces $\frac{d}{c} = x$

Aunque el teorema establece más relaciones de proporcionalidad entre segmentos, nosotros nos centraremos sólo en el tipo del expuesto como enunciado.

Como hemos dicho, utilizaremos términos coloquiales y de fácil visualización para representar los conceptos elegidos. En este caso concreto hemos elegido los siguientes:

- La construcción geométrica representa un bloque de viviendas.
- Cada segmento representa un vecino y su longitud representa cómo de grande es su casa.

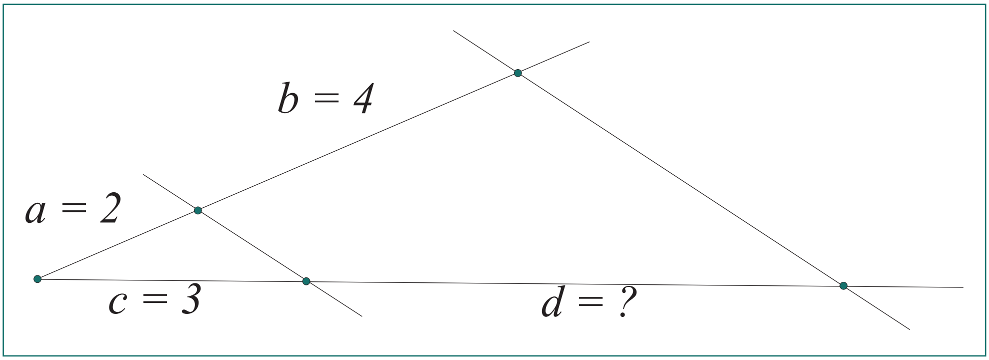


Figura 1.

- La implicación lógica del teorema (el "entonces") necesita de una situación de la vida cotidiana que se represente por dicho conector lógico. En este caso hemos usado la envidia, cuya idea más conocida es, por ejemplo "si mi hermano tiene una bici, *entonces* yo también quiero una".

DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

La construcción típica para mostrar el Teorema de Thales se ilustra en la Figura 1. Diremos que este dibujo representa un bloque de vecinos de 2 plantas (semirrectas superior e inferior) y cada segmento representa un vecino. Así, tenemos 2 vecinos en la planta de arriba y 2 en la planta de abajo. Las rectas verticales son los ascensores, que deben ser paralelos (aunque este hecho no tendrá relevancia en nuestra representación).

Contamos que en este bloque de viviendas los vecinos son muy envidiosos y se pasan todo el día planteando quejas al presidente de la comunidad (llamado Thales).

La construcción representada en la Figura 1 la narramos con la siguiente historia: El vecino del bajo derecha d está todo el día quejándose porque su vecino de arriba b tiene una casa el doble de grande que el que tiene a su lado (a). Él también quiere tener una casa el doble de grande que el que tiene a su lado (c). "Si b es el doble que a, entonces yo también quiero ser el doble que c", dice enfadado en la reunión de vecinos. ¿Cuánto ha de medir la casa del vecino d para que deje de quejarse?

Sobre el lenguaje utilizado hay que destacar dos puntos:

a) En casos en que se verbalice es conveniente no usar economía del lenguaje. En el ejemplo anterior, es importante no omitir la palabra "entonces", para que el alumno entienda mejor la implicación expresada.

b) El uso de la teatralidad de forma moderada ayuda a que el alumno se sitúe en el contexto del problema.

El alumnado no debería de tener problemas, una vez entendidas las exigencias del vecino d, de proporcionar la solución.

A continuación planteamos los siguientes problemas para los valores de *a, b, c* y *d*, donde deberemos averiguar de qué se queja cada vecino exactamente, y cómo satisfacer sus demandas. La progresiva dificultad consiste en ir complicando las relaciones entre los diferentes segmentos y la de recorrer la casuística del segmento que será la incógnita.

Tabla 1. Valores, verbalización y solución.

Valores	Verbalización y solución
$a = 3,\ b = 9,\ c = 2,\ d = ?$	El vecino *d* formula la siguiente queja: "Mi vecino de arriba *b* es el triple del que tiene al lado (*a*). Yo también quiero ser el triple del que tengo a mi lado (*c*)". Solución: $d = 6$.
$a = ?,\ b = 2,\ c = 4,\ d = 1$	El vecino *a* formula la siguiente queja: "Mi vecino de abajo *c* es el cuádruple del que tiene al lado (*d*). Yo también quiero ser el cuádruple del que tengo a mi lado (*b*)". Solución: $a = 8$.
$a = 5.1,\ b = 10.2,\ c = ?,\ d = 22$	El vecino *c* formula la siguiente queja: "Mi vecino de arriba *a* es la mitad del que tiene al lado (*b*). Yo también quiero ser la mitad del que tengo a mi lado (*d*)". Solución: $c = 1{,}1$.
$a = 9,\ b = ?,\ c = 2.1,\ d = 6.3$	El vecino *b* formula la siguiente queja: "Mi vecino de abajo *d* es la tercera parte del que tiene al lado (*c*). Yo también quiero ser la tercera parte del que tengo a mi lado (*a*). Solución: $b = 3$.

Con esta casuística de problemas vamos representando de forma verbal las relaciones "doble", "triple", "cuádruple", "mitad" y "tercera parte". Una vez que el alumno esté familiarizado con la tónica de los ejercicios planteamos el siguiente problema con una dificultad nueva:

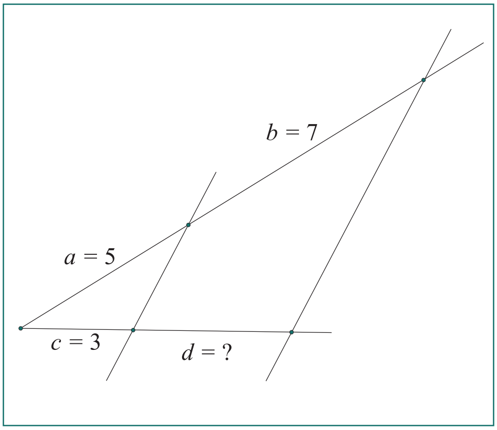


Figura 2.

La dificultad para verbalizar la situación descrita en la Figura 2 viene dada por la relación entre los vecinos *a* y *b*, al no existir una palabra como "doble" o "triple" que describa con precisión esta relación. Para ello plantearemos la pregunta en clase y oiremos las sugerencias que realicen los alumnos hasta que consigan llegar a una expresión del tipo "*b* es 1,4 veces más grande que *a*" o "*b* es 7/5 veces más grande que *a*". Para ayudarles a llegar a esa conclusión se puede hacer notar que una expresión equivalente a "doble" es "2 veces más grande que".

Así, la historia de los vecinos envidiosos que se extrae de la Figura 2 viene a ser algo así:

> El vecino *d* formula la siguiente queja: "Mi vecino de arriba es 1,4 veces más grande que el que está a su lado *a*. Yo también quiero ser 1,4 veces más grande que el que tengo a mi lado (*c*)". Solución: $d = 3 \times 1{,}4 = 4{,}2$.

Con esta última actividad hemos conseguido ampliar la representación verbal de la relación entre 2 magnitudes en casos más complejos. Se pueden realizar varias actividades más, incluso con números elegidos al azar, para desarrollar la soltura en el paso a la expresión verbal.

Como último paso antes de formular el Teorema de Thales, buscamos una expresión más acorde al lenguaje matemático de las relaciones entre magnitudes. El siguiente ejemplo puede mostrar cómo:

> "El vecino es 1,3 veces más grande que el que tiene a su lado (*b*)"

Preguntaremos en clase cuánto ha de valer a/b. Si todos tienen claro que a/b ha de ser 1,3 decimos que una forma equivalente y más matemática de decir "*a* es 1.3 veces más grande que *b*" es decir "$a/b = 1{,}3$". De igual forma, "*a* es el doble que *b*" se puede poner como "$a/b = 2$" o "*a* es la mitad que *b*" se puede poner como "$a/b = 0{,}5$".

Entonces, usando esta forma más matemática de representar las envidias entre vecinos, si el vecino *c* está envidioso porque $a/b = 1{,}3$ ¿qué tiene que ocurrir para que esté contento? Que c/d también sea 1,3. Es decir, que $c/d = a/b$.

En estas condiciones estamos pues listos para enunciar el Teorema de Thales en su forma original.

Siguiendo con la representación verbal y el uso de la teatralidad, puede explicarse la necesidad de que las rectas secantes sean paralelas diciendo que "si los ascensores no están paralelos, eso sería un grave problema para el bloque, y las quejas por envidia de los vecinos quedarían relegadas a un segundo plano hasta que se arreglen los ascensores".

CONCLUSIONES

Con la presente propuesta pretendemos fomentar el uso de la verbalización de conceptos y relaciones en un campo como la geometría donde predomina la representación visual. Asimismo, fomentamos que el alumno relacione ideas matemáticas (Teorema de Thales, relaciones entre magnitudes) con contrapartidas sencillas, y la necesidad de utilizar un lenguaje matemático que describa con precisión situaciones de la realidad más complicadas.

REFERENCIAS

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, 9(1), 143–168.

Gómez-Granell, C. (1989). La adquisición del lenguaje matemático: un difícil equilibrio entre el rigor y el significado. *Comunicación, lenguaje y educación*, 1(3-4), 5-16.

Orden EC/65/2015 de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (2015). BOE, 25, 6986-7003.

Walkerdine, V. (1982). *From context to text: A psychosemiotic approach to abstract thought. Children thinking through language.* Londres: Edward Arnold.