

## Visualización como antesala de la resolución de problemas matemáticos

M.Sc. Margot Martínez Rodríguez  
Escuela de Matemática, Universidad Nacional  
mmarti@una.ac.cr

Alejandro Solano Alvarado, Ph.D.  
Escuela de Matemática Universidad Nacional  
asolan@una.ac.cr

### Competencia Matemática

Afirma Echenique (2006) que “una persona matemáticamente competente es aquella que comprende los contenidos y procesos matemáticos básicos, los interrelaciona, los asocia adecuadamente a la resolución de diversas situaciones y es capaz de argumentar sus decisiones.” Es decir, la competencia matemática requiere el conocimiento de los contenidos y procedimientos, pero además la capacidad de determinar las situaciones en las que estos contenidos y procedimientos son aplicables para encontrar la solución de un problema real.

Al respecto, Rico (2006) manifiesta que dicha competencia matemática (también la llama alfabetización matemática) se refiere a “las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.” Un segundo significado del término, añade, se refiere a “los procesos que deben activarse para conectar el mundo real, donde surgen los problemas con las matemáticas y resolver entonces la cuestión planteada”. Este autor agrega que la finalidad prioritaria de la educación matemática, según el estudio PISA (Program for International Student Assessment) es el desarrollo de la competencia matemática, entendida como la capacidad de usar los conocimientos para dar respuestas a problemas y cuestiones tanto cotidianas como técnicas.

Ambos autores coinciden en que se precisa que una persona, además de poseer el conocimiento, tenga habilidades de razonamiento, análisis, aplicación y comunicación de sus resultados para afirmar que es competente en matemática.

Desarrollar esta competencia requiere de todo un proceso que involucra más que resolver ejercicios donde solo se requiere de la aplicación de una fórmula o la repetición de una demostración. Y aunque no existe un método seguro para alcanzar ese desarrollo, Echenique (2006) sugiere ofrecer al estudiante “experiencias que desarrollen [...] capacidades que le permitan proyectar sus conocimientos más allá de las situaciones netamente escolares”. En otras palabras, propone que expongamos a nuestros estudiantes ante situaciones en las que se vean obligados a reflexionar sobre sus conocimientos matemáticos y en cómo estos pueden ayudarles a encontrar una solución. En este momento, agrega, es cuando esos conocimientos cobrarán sentido para ellos. Esta idea coincide con la de Rico (2006) cuando afirma que la resolución de problemas “permite concretar el significado general mediante diversos tipos de capacidades de análisis, razonamiento y comunicación que los estudiantes ponen en juego cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones”.

## **Objetivos de la Resolución de Problemas**

Polya, citado por Echenique (2006) consideraba que si el profesor es capaz de estimular la curiosidad de sus alumnos, puede despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente. Por ello, su responsabilidad es crear un ambiente que favorezca la investigación, el descubrimiento, la búsqueda, el respeto y otras actitudes positivas. Es decir, no debe dedicar el tiempo de la clase a la resolución de ejercicios rutinarios que solo acaban con el interés de los estudiantes, sino que enseñarles a pensar matemáticamente, a desarrollar su capacidad de aplicar ideas matemáticas a otras situaciones.

Según afirman Aydogdu y Fatih (2008), los objetivos que se persiguen al enseñar mediante este paradigma son:

- Mejorar la disposición de los estudiantes hacia la solución de problemas, su perseverancia cuando resuelven problemas y los conceptos que los estudiantes manejan respecto a sí mismos en cuanto a sus habilidades en este sentido.
- Concientizar a los estudiantes sobre estrategias de resolución de problemas, el valor de afrontar los problemas en una manera sistemática y que muchos problemas pueden ser resueltos en más de una forma.
- Mejorar las habilidades de los estudiantes para seleccionar las estrategias de solución adecuadas, poner en práctica esas estrategias y obtener respuestas correctas.

Según estos autores, el gusto por la investigación puede contribuir a mejorar la percepción que los estudiantes tienen sobre la disciplina matemática, en particular hacia la resolución de problemas. Además, el descubrimiento de la solución a la situación planteada mejorará la percepción que tienen hacia sí mismos y sus habilidades. De este modo no van a considerar el tiempo que invierten en el análisis y reflexión como un desperdicio, sino como una inversión en el desarrollo de sus capacidades para encontrar estrategias de solución a problemas que no necesariamente serán de matemática.

## **¿Qué es un problema?**

Por otro lado, es necesario definir cuándo una situación se puede clasificar como un problema. Para Echenique (2006) un problema es una situación que se necesita resolver y para la cual, en principio, no se dispone de un camino rápido y directo para llegar a la solución. Su dificultad debe ser suficientemente grande de manera que represente un reto, según los conocimientos y habilidades de quien lo resuelve, pero no tan grande que implique que la frustración de no poder resolverlo lleve al abandono de la búsqueda de esa solución. Es decir, lo que para algunos estudiantes es un problema, para otros puede ser un simple ejercicio, dependiendo de sus conocimientos. Esto puede causar que el planeamiento de una clase de resolución de problemas se vuelva una actividad complicada para el docente.

## **Metodología de la Resolución de Problemas**

Rico (2006) expone la secuencia de las fases que caracterizan la metodología de la enseñanza de las matemáticas según las describe el estudio PISA, donde el comienzo se desarrolla a partir de un problema situado en la realidad. A partir de ahí, se deben organizar los conceptos matemáticos pertinentes, despegarse de la realidad a través de suposiciones sobre los datos del problema, resolver el problema y proporcionar sentido a la solución, según la situación inicial. Este autor afirma que así es como se hacen y usan las matemáticas.

Agrega que, según el marco teórico de PISA, al proceso de hacer matemáticas se le conoce como matematización. Afirma que esta actividad consiste en la resolución de problemas e implica, en primer lugar, traducir los problemas desde el mundo real al matemático. A esta fase la llama matematización horizontal, y afirma que se basa en actividades como:

- Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema.
- Representar el problema de modo diferente.
- Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos.
- Traducir el problema a un modelo matemático.

La segunda fase es la matematización vertical, que se da cuando el estudiante puede plantear cuestiones en las que utiliza conceptos y destrezas matemáticas. Incluye actividades como:

- Utilizar diferentes representaciones.
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos, combinar e integrar modelos.
- Argumentar y Generalizar.

Existe una fase posterior en la resolución de un problema que implica reflexionar sobre el proceso completo de matematización y sus resultados. Aquí se deberá interpretar los resultados y validar el proceso completo. Algunos aspectos de esta fase de validación y reflexión son:

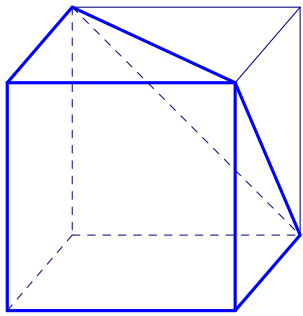
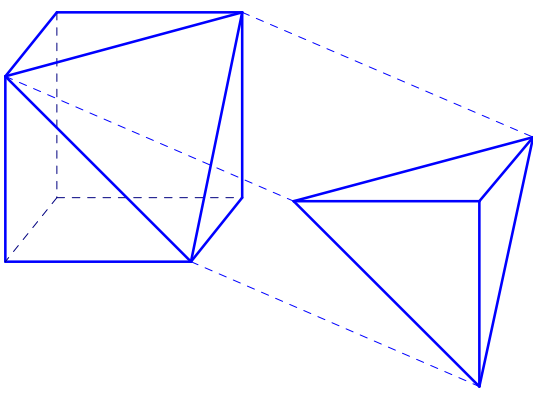
- Entender la extensión y límites de los conceptos matemáticos.
- Reflexionar sobre los argumentos matemáticos y explicar y justificar los resultados.
- Comunicar el proceso y la solución.
- Criticar el modelo y sus límites.

La utilidad de formalizar la metodología de resolución de problemas se resume en establecer las capacidades y habilidades que muestran que una persona es competente en matemáticas.

### **¿Cómo usar este paradigma?**

Echenique (2006) aporta una serie de sugerencias para ser tomadas en cuenta cuando se planea utilizar la resolución de problemas en el aula como un medio para conseguir que los estudiantes sean competentes en este aspecto. Propone, en principio, reflexionar junto con otros profesores sobre la dificultad de los problemas y las capacidades que se desea desarrollar. Se debe acordar un método de resolución, la secuencia de los problemas, la metodología para agrupar a los estudiantes, si los talleres se van a trabajar dentro del desarrollo normal de la clase o si van a llevarse a la práctica como otra posibilidad, qué se evaluará, así como la forma y el momento. Por último, es recomendable analizar las dificultades encontradas en los alumnos y estudiar el modo de enfrentarlas.

Aunque ya se mencionó, es importante recordar que, cuando se piense implementar este paradigma con los estudiantes, es necesario proponer actividades con las que puedan sentirse retados, según sus capacidades matemáticas. Por ejemplo, se propone la siguiente actividad con ese propósito.

Tema: Resolución de problemas matemáticos	
Propósito General: Generar reflexión sobre el rol de la visualización espacial para la resolución de problemas geométricos.	
Actividad: Hexaedro Regular Truncado	
Conocimientos previos:	Materiales:
<ul style="list-style-type: none"> <li>Familiaridad con teoría de geometría en 2D y 3D.</li> <li>Fórmulas de áreas y volúmenes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Manipulativo construido por los participantes</li> <li>Papel</li> </ul>
Metas:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Usar manipulativos para la modelación física y matemática del problema</li> <li>Fortalecer la capacidad de visualización espacial</li> <li>Desarrollar competencias para resolver problemas relacionados con situaciones de la vida cotidiana y el establecimiento de relaciones entre matemática y los fenómenos diarios.</li> </ul>	
<p>Descripción de la actividad:</p> <p>Se ha diseñado el recipiente de la figura, con forma de hexaedro regular truncado, para una cierta marca de colonia de hombre. Se usará vidrio en la botella, de manera que la tapa es la pirámide que se forma al truncar la figura, y esta se hace de metal. El fabricante necesita saber cuánto material de cada uno se requiere para su elaboración, por lo que solicita su ayuda en la búsqueda de la superficie total en cada pieza. Considere la medida de la arista como <math>l</math>.</p> <p>Además, se está estudiando la posibilidad de vender el producto en una versión de tamaño más grande. Para esto, el fabricante desea saber en qué medida cambia el volumen del hexaedro regular si se duplica la longitud de la arista.</p> <p>Por último, existe la posibilidad de cambiar la forma del recipiente por el de una pirámide de base cuadrada, de lado <math>l</math>, cuyo vértice o cúspide es la intersección de las diagonales internas del hexaedro regular. ¿Cuál es el volumen de este nuevo recipiente?</p>	
Duración:	
Aproximadamente 1 hora	

## **Referencias**

Aydogdu, M. & Fatih, M. (2008). La importancia de la resolución de problemas en el Currículo de Matemáticas. *e-Journal of New World Sciences Academy*.3(4).

Echenique, I. (2006). Matemáticas resolución de problemas. Pamplona: Fondo de Publicaciones del Gobierno de Navarra.

Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, extraordinario 2006, pp. 275-294.