

Praxeologías matemáticas presentes en la resolución de tareas de azar y probabilidad

María José Castillo Céspedes

Universidad de Costa Rica

marijocastillo_24@hotmail.com

Jorhan José Chaverri Hernández

Universidad de Costa Rica

jorhan2009@hotmail.com

Resumen: El presente trabajo se desarrolla en torno a una actividad tipo taller, el cual tiene como propósito introducir el tema de probabilidad a estudiantes de educación secundaria, y vincular a la matemática con una actividad concreta de la vida real, en este caso específicamente con los juegos de azar. No obstante, se desea aplicar sin perder de vista cierto grado de formalidad en cuanto a los conceptos matemáticos, por lo cual el mismo se desarrolló en torno a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). Además se describen aspectos relevantes que fundamenten la elección de dicho marco teórico, para lo cual se establece una breve revisión de otras teorías, enfatizando en sus ventajas y desventajas, de esta manera se muestra el proceso seguido para la elección del marco teórico pertinente de acuerdo con los objetivos del taller.

Palabras claves: praxeología matemática, tarea, técnica, tecnología, teoría.

Introducción

El presente trabajo surge en el seno del curso de licenciatura FD-0555 *Seminario de Enseñanza de la Matemática*, en él se describe una actividad tipo taller relacionada con el tema de probabilidad, el mismo tiene como propósito introducir el tema de azar y probabilidad en secundaria, evidenciando la relación de la matemática con juegos de azar que las personas suelen practicar en su vida cotidiana. Más concretamente se quiere resaltar el papel de la matemática como una actividad humana y social. Además se le ha proporcionado soporte teórico a través de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

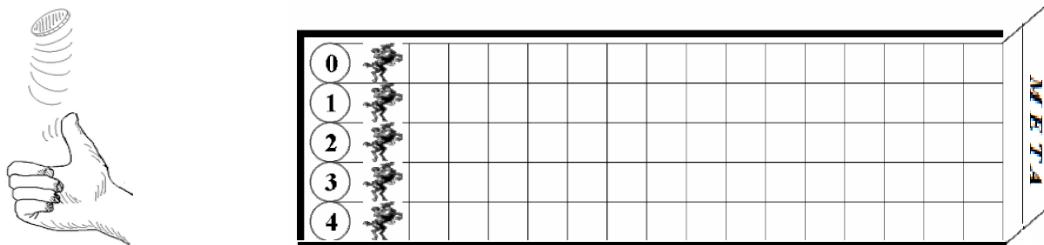
Lo anterior implica la necesidad de prestar especial atención a las diversas técnicas empleadas por los estudiantes durante el desarrollo taller. Lo cual puede permitir al docente, entre otras cosas, poner en evidencia la existencia de múltiples estrategias para obtener la solución a un determinado problema. También sería relevante hacer ver a los estudiantes que muchas de las técnicas que usaron para obtener la respuesta a la tarea planteada se fundamentan formalmente en conceptos del tema de probabilidad, por ejemplo la *Ley de Laplace*.

Nuestro propósito es que el taller constituya una herramienta de fácil aplicación en el aula y que permita reflexión del proceso tanto por parte del docente como de los estudiantes. A continuación se muestra y describe el taller planteado, posteriormente y en base a los objetivos del mismo, se describe y justifica la elección del marco teórico en el cuál se encuadra el mismo, finalmente se ofrecen conclusiones y reflexiones.

Taller: ¡Apuéstale a la matemática y gana!

Actividad: Carrera de caballos

Utilizaremos material específico: monedas (nacionales de cualquier denominación) y tableros (figura adjunta).



Nota: el tablero anterior fue tomado y modificado de Grupo Alquerque (2007) y la imagen conjunta fue tomada de https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/0f/Pile_ou_face.png/170px-Pile_ou_face.png

Forma de jugar:

1. Se forman grupos de 5 estudiantes. Se reparten los tableros y las fichas (los caballos o alguna representación) a cada grupo.
2. Colocamos 5 caballos en la salida del tablero, enumerados del 0-4.
3. Cada jugador elige un caballo con el número correspondiente. No pueden haber dos jugadores con el mismo caballo.
4. Cada turno se lanzan 4 monedas al aire, (en cada grupo) se cuentan los escudos que han caído y avanza el caballo cuyo número sea igual a la cantidad de escudos.
5. Gana el jugador cuyo caballo llega primero a la meta.

Trabajo de los estudiantes:

- Se inicia con la siguiente pregunta a los participantes: ¿Todos los caballos tienen la misma probabilidad de ganar? (Deben contestar de forma breve, sin análisis).
- Jugar y terminar el juego, siguiendo todas las indicaciones.
- Determinar cuál es el caballo con mayor y menor probabilidad de ganar (con justificación matemática).
- Se le pide a los estudiantes que diseñen una(s) condición(es) para que el o los caballos con menor probabilidad de ganar bajo las condiciones dadas inicialmente, sean los que tengan la mayor probabilidad de gane.

Por otro lado, la Teoría Antropológica de lo Didáctico supone estudiar una actividad matemática como una práctica social; el tema del azar y probabilidad se acopla bien a este aspecto debido a que la mayoría de las personas hemos participado alguna vez en un juego de azar, además consideramos que puede ser atractivo para los estudiantes y para las personas en general.

El tema permite crear conciencia respecto a las adicciones a este tipo de juegos. También, el azar es un tema de la matemática donde algunos resultados o contenidos no necesitan de gran cantidad de conocimientos previos para obtenerlos. Como lo afirma Haigh (2003), es preferible conocer a ignorar; y

una forma de tener un acercamiento a la probabilidad es mediante juegos en donde la misma tiene un papel relevante. Otra de las ventajas de las actividades de este bloque es que permiten el trabajo en equipo y exigen de los alumnos organización y reparto de tareas.

Propósito del taller bajo el marco teórico elegido (TAD)

De forma general, el propósito del trabajo que aquí se presenta es asociar la Teoría Antropológica de lo Didáctico con las actividades de probabilidad y azar.

Por otro lado, ya se ha descrito en forma general en qué consiste el taller, sin embargo, es relevante definir los objetivos que se quieren alcanzar a la luz de la TAD. En este sentido se pretende analizar las componentes de las praxeologías matemáticas (u organizaciones matemáticas) llevadas a cabo por los participantes, por lo cual es relevante detectar las técnicas utilizadas por estos y verificar si los mismos tienen claro cuál es la tecnología y la teoría presente en el desarrollo de dicha actividad, si no es así el docente debe aclararlo.

Más concretamente se busca lograr que los participantes identifiquen que la probabilidad de ganar de cada caballo no es la misma y determinar el por qué. Sin embargo la TAD permite al profesor ir más allá, identificando la aplicación de diversas técnicas, sean válidas o no, mostrando así que no existe una única forma de resolverlo. Posteriormente los estudiantes deberán formular nuevas condiciones para que las probabilidades cambien, lo que implica que los participantes deben entender en qué consisten las técnicas. Estarían trabajando con tareas inversas lo cual enriquece el proceso de enseñanza y aprendizaje. Posteriormente el docente puede aclarar qué contenidos matemáticos formales (definiciones, teoremas, enunciados entre otros) sustentan las técnicas utilizadas y así hacer el cierre de la clase.

Además esta es una actividad donde se estimula el trabajo en grupo de los estudiantes, el análisis y razonamiento. De acuerdo al MEP (2012), este problema se puede clasificar como problema de conexión, pues no es rutinario y se requiere conectar diferentes aspectos del mismo (datos, condiciones); y como problema de reflexión, ya que se necesita argumentar y justificar, chequear que los resultados correspondan a las condiciones del problema. Trabajar el mismo desde la TAD se acopla bien con las fases que estipula el MEP para impartir la lección a través de la metodología de resolución de problemas, pues se da espacio para que los estudiantes compartan las técnicas que han utilizado para resolver la tarea y luego que el profesor intervenga en los aspectos de formalización de contenidos.

Por tanto, es una situación que se apega a lo requerido para la educación secundaria, que a la vez se aísla de cierta forma de la rutina en la clase de matemática.

Con esta actividad, los estudiantes podrían tener mayor claridad de los fundamentos que sustentan las actividades matemáticas que han resuelto, y así afiancen ideas y conceptos, por lo cual es importante que entiendan los conceptos, definiciones, resultados que se relacionan con las soluciones que formularon. Esto ayudará a observar directamente cómo se aplica o puede aplicar la Matemática en esta situación específica.

Nota: Este taller es una modificación de la combinación entre el taller de “Carrera de Caballos” de Ruiz, Blanco, y Corchete (1998) y el taller “Carrera de Caballos” del Grupo Alquerque (2007), pero fundamentada con la TAD.

Descripción y justificación de la elección del marco teórico del Taller

Para la elección del marco teórico que proporciona soporte al taller, se ha realizado una revisión panorámica de diversas teorías estudiadas en el curso FD-0555 *Seminario de Enseñanza de la Matemática*, a continuación describimos de forma breve las razones que llevaron a elección de la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Según Oliveira (2010) “la Teoría de Situaciones Didácticas en los años 70 (Brousseau, 1972), intuyó la necesidad, para la didáctica, de crear un modelo propio, explícito y contrastable de la actividad matemática que no la reduzca al estudio de los procesos cognitivos de los alumnos” (p.17). Este es el origen de la epistemología experimental, surgen así dos posiciones: el programa cognitivo y el programa epistemológico; existen diferentes teorías didácticas (Teoría de las Situaciones Didácticas, Teoría Ontológico-Semiotica, Teoría Antropológica de lo Didáctico) que comparten estos cimientos y que pertenecen al enfoque epistemológico.

Respecto a esta teoría de Brousseau, estamos de acuerdo en que aporta aspectos relevantes en cuanto a la adquisición y transmisión de conocimiento, y que ayuda al docente a adaptar problemas, o situaciones para generar conocimiento matemático, también es importante el hecho de que esta teoría se centre en la construcción del conocimiento a partir de situaciones didácticas.

A la vez, según Panizza (2004) el docente puede modificar estrategias de resolución mediante la variable didáctica. Bajo esta misma teoría, interesa que el alumno tenga la posibilidad de intentar nuevas soluciones, lo cual es importante para el objetivo de nuestro trabajo, no obstante, para la actividad propuesta interesa además que se considere la matemática como una actividad presente en la cotidianidad, como actividad humana y social; resaltando así la utilidad de la misma creemos que este aspectos queda más claro si se enmarca el taller desde la TAD.

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), en su intento de integrar varios modelos entre ellos el antropológico, abarca una gran cantidad de aspectos que no son relevantes en el taller, ya que lo que interesa aquí es ser específicos en cuanto a qué técnicas pueden llevarse a cabo por los estudiantes, y después fundamentar las mismas; para que así se visualice la aplicación de la matemática en actividades del azar. Hacer ver a los estudiantes que no existe un solo medio para obtener respuestas correctas, y que estos puedan luego fundamentar o argumentar de una manera más formal sus soluciones. Consideramos por tanto que EOS sería útil si se quisieran analizar aspectos más profundos, la idea en este trabajo es poder realizar una actividad de aula que se aplique y analice de forma rápida por el docente; considerando que el tiempo del mismo es limitado, y de esta forma realizar una reflexión sobre la propia práctica. Ahora bien si se quisiera ampliar y analizar otros aspectos que influyen, como aspectos afectivos, medicionales, entre otros no dudamos que la EOS sería de utilidad.

La Teoría de Marcos Conceptuales de acuerdo con Vergnaud (1990) proporciona un encuadre teórico para las actividades cognitivas, y tiene gran relevancia puesto que el concepto toma sentido de acuerdo a una situación que se quiere resolver, sin embargo la misma se enfoca primordialmente en aspectos cognitivos y en aspectos que tienen que ver con el lenguaje matemático de los significantes y los significados, aspectos que por ahora y en este caso, en particular, no interesan; aunque podrían eventualmente incluirse.

Algo similar a lo anterior sucede con la Teoría Acción, Proceso, Objeto, Esquema (APOE) pues la misma, siguiendo a Meel (2003), se centra en estudiar cómo se construyen los conceptos matemáticos y

relacionarlo con la mente humana; si se tuviera como objetivo estudiar dificultades de un estudiante para entender un concepto por ejemplo, esta sería de gran utilidad, no obstante los fines que buscamos no son estos.

Por otro lado la Etnomatemática de D'Ambrosio se enfoca en estudiar los conocimientos producidos en entornos sociales y naturales, estudia por tanto los conocimientos en las prácticas sociales, lo cual sería interesante valorar para este trabajo, puesto que interesa visualizar la matemática como actividad social, y humana; sin embargo, según Peña-Rincón, Tamayo-Osorio y Parra (2015), en este marco teórico se corre el riesgo de que las comunidades no perciban el concepto matemático; sino solamente las prácticas, lo cual no concuerda con nuestros objetivos, ya que queremos asegurarnos de que esta relación entre resolución de tareas y tecnología exista al menos en esta actividad, además nos interesa centrarnos también en la parte formal de la matemática, es decir que el estudiante aprenda conceptos en el tema de probabilidad y se familiarice con algunos resultados, pues la idea es abarcar una habilidad del plan de estudio del MEP (2012).

Otra teoría socioepistemológica es la Teoría de Educación Matemática Crítica, que enfatiza los aspectos sociopolíticos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, esta teoría también se interesa en estudiar relaciones de poder de determinadas prácticas pedagógicas. En este sentido, la misma sería relevante en cuanto a que toma en cuenta el conocimiento matemático como una actividad social, sin embargo fuera de lo anterior no encontramos ninguna otra relación con los fines establecidos en el taller.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)

Una de las concepciones que poseemos de la matemática, es que esta es una actividad social, ya que en todas las actividades que realicemos siempre podrá verse involucrada la matemática, por lo que no se debe considerar esta como un ente aislado a la realidad de cada individuo; además muchas profesiones tendrán esta disciplina como base fundamental.

Cabe mencionar que concordamos con Bosh (2000), en que el conocimiento es "el producto o la cristalización de determinado quehacer humano y queda siempre caracterizado por las actividades de las que surge y por las que permite realizar" (p. 15). Es por eso que se ha considerado la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard como sustento teórico para la realización de este trabajo.

La TAD inició por Chevallard a partir del establecimiento de la Teoría de la Transposición Didáctica (TTD), la transposición tiene que ver con los cambios que sufre el conocimiento en su paso del macro-espacio (la matemática como disciplina), y el micro-espacio (el salón de clase). En la Teoría de la Transposición Didáctica (TTD), aparece el saber sabio, saber para enseñar, saber enseñado, saber aprendido; lo que ha sido utilizado en la enseñanza de las matemáticas. Esta Transposición se refiere a los cambios que sufre un conocimiento en su transición en diferentes momentos o contextos, por ejemplo puede ser de lo cotidiano a lo matemático o viceversa; por lo que está relacionada con la TAD, pues esta hace referencia a actividades cotidianas.

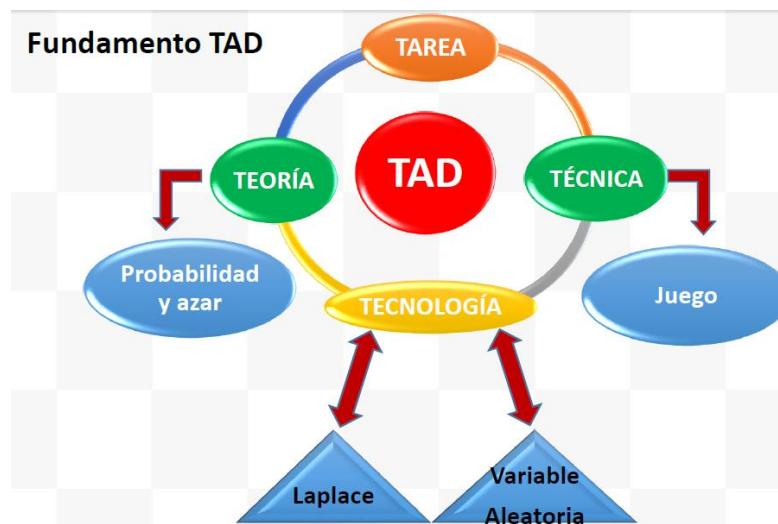
Esta teoría posiciona a la matemática en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales, esto justifica que la misma sea una teoría antropológica, según Bosch & Gascón (2009; citado por Morales, 2013). Dicha teoría se opone a la exclusión y, según Morales (2013), considera a la Didáctica de la Matemática como una actividad humana, y agrega que toda actividad humana puede describirse con un modelo único, lo que es llamado praxeología.

La noción de praxeología u organización matemática (OM) es una de las nociones claves de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Bosch y Gascón (2009) establecen que el término de praxeologías viene de la unión de los términos logos y praxis, y se refiere a cualquier actividad estructurada y el conocimiento implícito en esta, lo anterior descansa en la idea de que toda actividad está acompañada de una descripción o explicación, sobre lo que se hace, cómo se hace y por qué se hace.

De acuerdo con Morales (2013) el concepto de praxeología está vinculado a las tareas, actividades, ejercicios u otros; así la TAD presenta una estructura definida a partir de tareas, una técnica, una tecnología y una teoría. En concreto, la estructura de la TAD es $[T/\hat{o}/\theta/\Theta]$, la cual permite analizar las tareas, donde:

1. T son las tareas (tipos de problemas).
2. \hat{o} es la técnica de T (maneras de hacer).
3. θ la tecnología de \hat{o}
4. Θ es la teoría de θ

El siguiente esquema (robot) muestra la relación específica del taller y la TAD,



Fuente: Elaboración propia, 2015

De esta manera las técnicas hacen referencia a aquellas reglas que usan los estudiantes para resolver las tareas que en este caso se realizarán mediante el juego, la tecnología constituye objetos de la matemáticas tales como: conceptos, definiciones, teoremas entre otros, y la teoría constituye el marco axiomático donde están inscritos los objetos matemáticos (Camacho, 2010), así se puede relacionar la tecnología con la fórmula (ley) de Laplace y el concepto de variable aleatoria, y la teoría con la Probabilidad y el Azar.

Chevallard (1999) con el fin de contar con herramientas más precisas para analizar los procesos didácticos especificó la distinción entre tipos de praxeologías según el grado de complejidad de sus componentes, estas son: *praxeologías puntuales*; son generadas por un único tipo de tareas, si estas se combinan integrando una estructura más compleja surgen las *praxeologías locales*, en estas la tecnología adquiere un papel relevante. Las *praxeologías regionales*, se obtienen mediante la integración, según una

teoría matemática común, de diversas praxeologías locales. Por último están las *praxeologías globales*, que surgen agregando varias praxeologías regionales que integran diferentes teorías.

Cada una de las praxeologías posteriores surgen para dar respuesta a problemas que las praxeologías puntuales no pudieron dar respuesta. Además de las praxeologías matemáticas, existen las praxeologías didácticas, estas últimas están orientadas a la difusión social de las primeras. Según Camacho (2010), la unión de la praxeologías matemáticas y didácticas da origen al modelo epistemológico que ordena la enseñanza.

Respecto a las praxeologías didácticas, Chevallard (1999) describe seis momentos del estudio que son: el momento del primer encuentro, el momento exploratorio, el momento del trabajo de la técnica, el momento tecnológico-teórico, el momento de la institucionalización y el momento de la evaluación. La aplicación de dicha teoría supone llevar a cabo todo un procedimiento y trabajo de fondo por parte del profesor, que puede basarse en la aplicación y estudio de estos momentos. En este sentido el proyecto Amperes, planteado por el equipo de trabajo Belga-Francés-Español, está enfocado en las praxeologías didácticas, y plantean una serie de recomendaciones para llevar a cabo un actividades basadas en TAD, al respecto mencionan que: debe analizarse un tema que cause un problema a los estudiantes y estudiar las posibles soluciones del mismo, además el profesor debe realizar un análisis de las praxeologías matemáticas y reflexionar sobre qué se puede transponer a los estudiantes tomando en cuenta los conocimientos previos.

Como se puede notar, la aplicación de esta teoría y de cualquier otra no es trivial, supone el trabajo del profesor considerando múltiples condiciones del proceso de enseñanza y aprendizaje además de entender bien la teoría, aquí se ha mostrado de forma general en qué consiste la misma y cómo podría aplicarse al taller, esto sin ánimos de proporcionar un trabajo acabado, solamente un acercamiento a esta.

Conclusiones

La revisión de diversos marcos teóricos nos permitió encuadrar el taller dentro de la TAD, ya que esta fue la teoría que mejor se adaptó a los objetivos fijados previamente. Es relevante enfatizar en el hecho de que muchos de los marcos teóricos revisados se descartaron debido a que no concordaban con los propósitos que para la actividad se plantearon, por lo cual es fundamental tener claro cuál es el fin último del taller, a qué población va dirigida, por qué y cómo se va a realizar entre otros aspectos. En este caso debe considerarse que el contexto de la actividad es la educación secundaria, por ende era relevante seguir la metodología de resolución de problemas propuesta por el MEP.

Además cabe mencionar que la realización de este trabajo supuso un ir y venir dentro de las diferentes posturas que proporciona cada teoría pero principalmente entre la teoría elegida en este caso TAD y la formulación de los objetivos del taller; es una adaptación constante que depende de los objetivos que se deseen alcanzar y es de gran relevancia utilizar la terminología adecuada al marco teórico respectivo, para así no perder de vista la esencia de nuestro trabajo.

Otro aspecto que deseamos mencionar, es que en ocasiones, una sola teoría no sea suficiente para lograr lo que deseamos, por tanto será conveniente revisar si otras podrían complementarse de forma tal que cubra de forma satisfactoria los propósitos, lo importante del caso es saber reconocer las principales características de cada teoría, en qué se diferencian entre otros aspectos.

Se considera que la búsqueda de un marco teórico es relevante, pues esto conducirá las acciones del docente no sólo antes, sino durante y después de la realización de cualquier actividad de enseñanza y aprendizaje; es relevante saber qué deseamos lograr y fundamentar nuestras ideas, lo importante es formar criterios, destacar por qué es importante tomar ciertas características de una teoría y por qué de otra no. Defender nuestros puntos de vista y tomar posición frente a una determinada situación.

En relación a la Teoría elegida, existen diversas investigaciones que han puesto de manifiesto problemas comunes de la enseñanza de la matemática en secundaria, tanto a nivel nacional como internacional, por ejemplo, Fonseca (2004) manifiesta que los alumnos tienen problemas con la nomenclatura, suelen manejar únicamente una técnica para resolver determinadas tareas y en general poseen dificultades para interpretarlas.

Asimismo Oliveira (2010) menciona que “muchas de las organizaciones matemáticas que se proponen para ser estudiadas en la escuela han perdido su razón de ser y su “sentido”.” (p.44). En este sentido, la TAD pretende poner en evidencia la razón de ser de las praxeologías, ya que la misma permite reflejar aquellas situaciones a las que responde cierta tarea.

Esto permitiría romper con la rigidez con la que se muestran los contenidos en secundaria, además de vincular la matemática a la vida cotidiana en general constituyéndose en una actividad humana más. Asimismo al trabajar con esta teoría el profesor y el estudiante pueden tener conciencia de la estructura lógica y la coherencia entre los contenidos que se enseñan y aprenden en secundaria, pues tendrían una razón de ser. Muchas veces los contenidos se imparten de forma aislada, perdiendo así la continuidad en la enseñanza.

Además, otra de las ventajas de trabajar la TAD, es que permite mostrar los contenidos a enseñar desde un punto de vista social, lo cual implica que se puede aprovechar el recurso de la historia de la matemática que a la vez ayuda a desmentir el hecho de que los contenidos que se enseñan siempre han estado acabados tal y como se muestran en la escuela.

Es relevante que los estudiantes puedan manejar diversas técnicas para resolver una determinada tarea, además que puedan justificar las mismas, que razonen, argumenten, se expresen entre otras habilidades. Consideramos que estos y otros procesos matemáticos pueden abarcarse con la ayuda de este marco teórico.

Referencias Bibliográficas

- Bosch, M. (2000). Un punto de vista antropológico: la evolución de los “instrumentos de representación” en la actividad matemática. Recuperado de <http://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/48271/01120092000001.pdf?>
- Bosch, M. y Gascón, J. (2009). Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. Recuperado de <https://documat.unirioja.es/descarga/articulo/3628647.pdf>
- Camacho. (2010). Utilización de un Modelo Praxeológico para el Desarrollo de Organizaciones Didácticas. Recuperado de <https://documat.unirioja.es/descarga/articulo/3628647.pdf>

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

Fonseca, C. (2004). Discontinuidades Matemáticas y Didácticas entre la Secundaria y la Universidad. (Tesis doctoral), Universidad de Vigo, España.

Grupo Alquerque (2007). La carrera de caballos. *Revista SUMA*. Recuperado de http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=10128:julio-2007-la-carrera-de-caballos-publicado-en-la-revista-suma-no-51-2006&catid=77:juegos-matemcos&directory=67

Haigh (2003). Matemáticas y Juegos de Azar. Jugar con la Probabilidad. Editorial Tusquets, España.

Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión de la matemática y la Teoría APOE. RELIME. *Revista Latinoamericana de investigación en educación matemática educativa* 6(3), 221-27.

Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de estudio en Matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada. San José, Costa Rica.

Morales, H.(2013). La Teoría Antropológica de la Didáctica de Chevallard como sustento teórico para analizar el saber didáctico y matemático en la formación de profesores en la Universidad Católica de Concepción. Recuperado de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/183.pdf>

Oliveira, C. (2010). Organizaciones Matemáticas Locales Relativamente Completas. (Tesis doctoral). Universidad de Vigo, España.

Panizza, M. (2004). Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. Recuperado de http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf

Peña-Rincón, P., Tamayo-Osorio, C.; y Parra, A. (2015). Una visión latinoamericana de la Etnomatemática: Tensiones y Desafíos. RELIME. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18(2) ,137-150.

Ruiz, A., Blanco, M. y Corchete, A. (1998). *Taller de Matemáticas*. Recuperado de https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CB0QFjAAahUKEwi_hez_tovJAhUGOiYKHenSCDU&url=http%3A%2F%2Fwww.educarm.es%2Ftemplatess%2Fportal%2Fficheros%2FwebsDinamicas%2F124%2FMatematicasRecreativas%2F116LibroTallerMatematicas.pdf&usg=AFQjCNGm5OqwHfBGr0nnqyGYcl6mCVAJHg&cad=rja

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en didactique des mathématiques* 10(2) ,113-134.