La Importancia de las conjeturas en el aprendizaje de las Matemáticas

Olimpia Castro [1]

Resumen

La presente comunicación está dirigida a enfatizar la importancia del desarrollo del razonamiento en el aprendizaje de la Matemática. Los estudiantes deben tener claro que ésta posee un sentido que hay que reconstruir mediante el desarrollo de ideas, la justificación de resultados y el uso de conjeturas, entre otras actividades. Teniendo en cuenta todo estudiante llega a la escuela con algún conocimiento, pues no existe individuo carente de nociones básicas de Matemática, los docentes buscarán estimular el natural desarrollo hacia la comprensión de nuevos conceptos y resolución de problemas más complejos.

Entonces, los estudiantes también tienen que estar capacitados para:

- Comprender que el razonamiento y los pasos para realizar una demostración son de gran importancia en la resolución de problemas matemáticos.
- Arriesgarse a proponer y desarrollar conjeturas, mostrando solidez en el proceso argumentativo.
- Discriminar la validez de argumentos mediante ejemplos y contraejemplos y demostraciones matemáticas.

Los docentes deben inculcar a los estudiantes que toda afirmación matemática debe llevarnos a preguntar sobre su origen y validez. Es decir, no se trata de "aceptar" sin discusión lo propuesto, sino de ir hasta sus raíces para verificar su validez, cuando sea pertinente.

[1] Colegio América del Callao- Perú

Se debe acostumbrar al alumnado a cuestionar los conocimientos recibidos de manera tal que adquieran seguridad al momento de conducirse en sus propias investigaciones. Debe quedar de lado la errada idea de que algo es válido sólo porque el maestro lo dijo. Por el contrario, el único criterio que debe de tenerse en cuenta al momento de respaldar una afirmación matemática es el razonamiento, es decir, el encadenamiento consistente de demostraciones.

En este enfoque centramos el trabajo en *el lenguaje y la lógica de la geometría,* que serán aplicadas en simples figuras geométricas, en otros conceptos matemáticos que tienen los alumnos, como también en situaciones cotidianas. Se podrá apreciar cómo las definiciones trabajadas cuidadosamente son la base para el razonamiento matemático.

Pertinencia del tema

Nuestro actual Diseño Curricular Nacional declara que "para desarrollar el pensamiento matemático resulta relevante el análisis de procesos de casos particulares, búsqueda de diversos métodos de solución, formulación de conjeturas, presentación de argumentos para sustentar las relaciones, extensión y generalización de resultados, y la comunicación con lenguaje matemático". (DCN 2009, p. 316)

En muchas ocasiones se suele presentar a la matemática como una ciencia puramente deductiva, identificándola con su abstracción axiomática formal, el matemático recorre distintos caminos heurísticos para elaborar, contrastar y validar conjeturas. En el quehacer matemático, no sólo tienen lugar razonamientos deductivos, sino que existen ciertos razonamientos que se consideran provisionales y viables, así como ciertos procedimientos tendientes a descubrir la solución de los problemas que se abordan.

La demostración, a la hora de ser transmitida, consiste en una cadena de implicaciones fundamentadas en axiomas u otras demostraciones independientes de ella. Se aprecia como un camino fácil, directo, único y claro para alcanzar la demostración requerida y no se toman en cuenta lo sucedido en el proceso de elaboración de la prueba formal, donde tienen lugar distintos caminos de descubrimiento, con idas y vueltas, acercamientos con algunos rodeos, aproximaciones en espiral.

Si queremos que los alumnos adquieran competencia y comprensión sobre los distintos componentes de un contenido matemático, debemos tener en cuenta dichos componentes al planificar y llevar a cabo la enseñanza. Así, le podemos dar vida a los conceptos, a los métodos y a los procesos para que los estudiantes puedan disfrutar de los resultados, es decir, tener una vivencia y una emoción. De esta manera se constituye una educación matemática de calidad, más versátil y actual, alejada de la monotonía, centrada en un enfoque creativo, preocupada por presentar menos ejercicios y más problemas, con menos memoria y más razonamiento. Una Matemática para que los estudiantes dejen atrás viejos temores e inseguridades.

Marco teórico

Los procesos planteados se sustentan en el marco teórico que aportan Polya y Lakatos. El primero lleva a analizar los razonamientos implicados en la elaboración y contrastación de conjeturas, y el segundo se sitúa en una fase de validación, enfocando la crítica de la conjetura o de la prueba mediante contraejemplos globales y locales.

Los alumnos utilizan el razonamiento inductivo cuando observan situaciones particulares para identificar patrones de comportamiento tanto visuales como numéricos y esto les permite hacer predicciones o conjeturas. Luego se les presenta el uso del *razonamiento deductivo* para explicar por qué estos patrones son ciertos. Los estudiantes exploran las relaciones entre los elementos observados y aprenden a utilizar argumentos lógicos para explicar por qué estas conjeturas son ciertas.

Se tomará como base el trabajo heurístico en matemática en instancias de elaboración, contrastación y validación de conjeturas. En esta dinámica de clase el rol del maestro es muy importante, invitando a los alumnos a analizar situaciones, atender elementos particulares y si es posible generar conflicto cognitivo en el proceso de aprendizaje de un nuevo concepto.

Se examinarán ejemplos que ilustren las nociones teóricas, para facilitar su comprensión y discusión. Para desarrollar la parte práctica correspondiente, permitir la exploración de conjeturas y ejemplificar los elementos teóricos, se contará con una extensa gama de situaciones con elementos geométricos, en especial, con cuadriláteros.

Siguiendo estos enfoques, se presenta la metodología del descubrimiento matemático mediante la lógica de pruebas y refutaciones, a través del diálogo y cuestionamientos entre el profesor y los alumnos en momentos de clase en los que se discute las clasificaciones y propiedades de los cuadriláteros a partir de la jerarquía de formación.

Se mostrará el funcionamiento de la matemática desde la formulación de conjeturas, hasta la confirmación o refutación de las mismas. Se apreciará cómo van apareciendo ejemplos que no encajan con la conjetura o con la prueba (contraejemplos), mostrando su función de falsación o refutación.

Como indica Juan Godino, "...el tipo de discurso -comunicación oral o escrita- del profesor y los alumnos es un aspecto determinante de lo que los alumnos aprenden sobre matemáticas. Si sólo hay comunicación del profesor hacia los alumnos, en una enseñanza expositiva, a lo más con apoyo de la pizarra, los alumnos aprenderán unas matemáticas distintas, y adquirirán una visión diferente de las matemáticas, que si el profesor les anima a que comuniquen sus ideas a otros niños y al profesor". (Godino, J. p. 67)

Por consiguiente, hemos de cuidar no sólo el currículo, sino también la metodología de enseñanza si queremos desarrollar la capacidad matemática de los estudiantes.

Algunos ejemplos

Los estudiantes deben tener alguna experiencia en reconocer y formular sus propios problemas, actividad que se encuentra en el centro mismo del quehacer matemático. Por ejemplo:

I. *"Puppy mi perrito mascota"*

Se tiene 16 metros de malla metálica para hacer un cerco rectangular en el jardín, donde habitaría "Puppy mi perrito mascota".

a) ¿Qué dimensiones puede tener el cerco rectangular?

b) ¿En qué caso tiene Puppy el terreno más amplio? Argumenta tu respuesta.

c) Si tuviera una malla metálica de 20 metros ¿Qué dimensiones son las mejores para el terreno de Puppy? Argumenta tu respuesta

d) Si tuviera una malla de 14 metros. En este caso ¿Qué dimensiones son las mejores para el terreno de Puppy? Argumenta tu respuesta

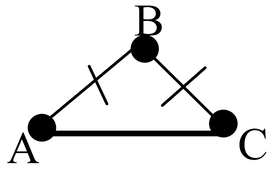
e) Explica a qué conclusión has llegado con respecto a las figuras rectangulares con un perímetro determinado.

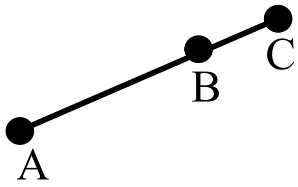
Estas actividades permiten formular nuevos problemas, como por ejemplo: dado un área determinada, ¿cuál sería el menor perímetro posible?

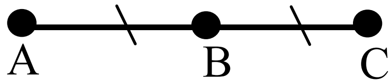
También tenemos ejemplos en donde los alumnos analizan situaciones, establecen relaciones para afianzar conceptos nuevos y tomar una actitud de exploración, investigación, un esfuerzo de dar buenas definiciones y no sólo una recepción pasiva de conocimientos.

II. Dada la proposición, indicar si el caso presentado corresponde a "ejemplo", "contraejemplo" o "ninguno" para cada uno de ellos.

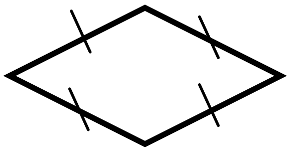
   a) Si un punto B equidista de los extremos del segmento AC, entonces B es punto medio del segmento.

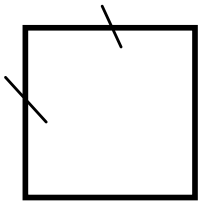






b) El rombo es un polígono regular





III. Dar un ejemplo y un contraejemplo para cada una de las siguientes afirmaciones:
(De ser posible)

- Si la suma de los ángulos internos de un polígono es 360°, entones es un rectángulo.
- Dos ángulos agudos son complementarios.
- Dos ángulos complementarios son agudos.
- En un polígono regular de "n" lados se forman con el ángulo central "n" triángulos equiláteros.

IV. Dar dos ejemplos y un contraejemplo para las siguientes proposiciones:

- El paralelogramo tiene sus diagonales perpendiculares entre sí.
- El trapecio tiene sólo dos líneas de simetría

Análisis de resultados

En un comienzo, el 80% de los alumnos de cuarto de secundaria respondía con error a situaciones como éstas, al dar el valor de verdad de las proposiciones dadas. Esto se debía a:

- Conceptos matemáticos no bien comprendidos
  Ej. El trapecio tiene sólo dos líneas de simetría. *"¿Qué es línea de simetría?"*

- Dada una proposición pensaban inmediatamente en un ejemplo, por lo tanto la proposición es verdadera.
  Ej. Dos ángulos agudos son complementarios. *"Verdadero, por ejemplo 30° y 60°."*
- No tenían claro qué es un contraejemplo.
  Ej. Si x < 15 entonces x < 10 *"Un contraejemplo es 20, porque no cumple"*

Luego de considerar en los diferentes momentos del aprendizaje de la matemática el formular y evaluar conjeturas, los alumnos se detenían para analizar más cada enunciado, se esforzaban en buscar contraejemplos, en formular hipótesis de lo que aprendían, etc.

Esto ayudó para que aprendan bien nuevos conceptos, se preocupen por enunciar bien definiciones, propiedades, postulados, etc. y les dio herramientas para resolver de mejor manera los problemas. El 80% de los alumnos de cuarto de secundaria lograron responder con éxito preguntas de este tipo.

Conclusiones

Los estudiantes pueden usar variedad de estrategias como modelos con dibujos, registrando los datos en una tabla, encontrando un patrón y con esto formulan predicciones o conjeturas. Es por medio de contextos que los alumnos se animan a la investigación, la colaboración y la comunicación, se promueve el planteamiento de problemas así como su resolución. Además, de la discusión sobre técnicas específicas de planteamiento de problemas se benefician todos los estudiantes.

Con esta experiencia observamos otras cualidades en la metodología aplicada por los docentes, permitió:

Integrar aspectos pedagógicos y matemáticos.

Anticipar posibles dificultades.

Poner en práctica teorías estudiadas.

Trabajar en equipo, en un ambiente de respeto y confianza.

Desarrollar habilidades de comunicación oral y escrita.

Crear seguridad en los propios conocimientos.

Reflexionar sobre problemas no triviales de la enseñanza, de solución no única.

Bibliografía

Godino, Juan D; Batanero, Carmen; Font, Vicenç.- (2003). Fundamentos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.- España . Proyecto Edumat-Maestros. 03

Holliday, M; Cuevas, C y otros (2003). Algebra 1 – Glencoe Mathematics. Glencoe/McGraw-Hill. USA.

Ministerio de Educación del Perú (2006). Guía para el Desarrollo del Pensamiento a través de la Matemática. Lima.

Ministerio de Educación del Perú (2009). DISEÑO CURRICULAR NACIONAL DE EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR. Lima.

Ministerio de Educación del Perú (2007). Aprendizaje de la Matemática y el Desarrollo de Capacidades. Lima

Saenz Castro, César (2001). Sobre Conjeturas y Demostraciones en la Enseñanza de las Matemáticas. Universidad Autónoma de Madrid UAM. España.

Siñeriz, L; Ferraris, C; Ferrero,M (2008). La Trastienda de la Matemática. Centro Regional Universitario Bariloche – UNComahue. Argentina.

Usiskin, Z; Coxford, A y otros (2000) Geometry – Intregated Mathematics. The University of Chicago School Mathematic Project. Scott Foresman and Addison Wesley. USA