REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 48. Diciembre 2016
Páginas 22-40

www.fisem.org/web/union
http://www.revistaunion.org

INCLUINDO TECNOLOGIAS NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA: PLANEJANDO AULAS COM O RECURSO DOS TABLETS

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa, Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Fecha de recepción: 20/06/2016
Fecha de aceptación: 25/10/2016

Resumen	En este artículo se presenta la discusión enfocada en los conceptos fundamentales en el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la Educación Básica. Se realizó un experimento con los profesores de matemáticas en educación continua, con construcciones con GeoGebra para tabletas, abordando conceptos de geometría y coordenadas polares con el Tangram. El objetivo general fue investigar las posibilidades de utilizar las tabletas como recurso didáctico en la construcción del conocimiento matemático. Los resultados indican que el uso de tabletas es una alternativa metodológica para la inclusión de las TIC en la Educación Matemática, con lo cambio de la planificación de costumbre. **Palabras clave**: Las tecnologías digitales. Tabletas. GeoGebra. Tangram
Abstract	The present study presents a discussion focused on lesson planning using Information and Communication Technologies (ICT) in Elementary Education. An experiment was carried out with Mathematics teachers taking a continuous education course. The experiment was based on activities using GeoGebra for tablets, and the topics addressed included concepts of geometry and polar coordinates using Tangram. The main objective was to investigate the possibility to use tablets as a teaching resource in the construction of mathematical knowledge. The results indicate that tables may be a methodological alternative in the use of ICT in mathematical education, in what is a change in the usual lesson planning methods. **Keywords**: Digital technologies. GeoGebra. Tablets. Tagram.
Resumo	O presente artigo apresenta a discussão centrada no planejamento de aulas com a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) para a Educação Básica. Foi realizado um experimento com professores de Matemática, em formação continuada, realizando construções com o GeoGebra para *tablets*, abordando conceitos de geometria e coordenadas polares utilizando o Tangram. O objetivo geral foi investigar possibilidades do uso de *tablets* como um recurso didático na construção do conhecimento matemático. Os resultados apontam que o uso de *tablets* é uma alternativa metodológica para a inserção das TIC na Educação Matemática, mudando o planejamento usual. **Palavras-chave**: Tecnologias digitais. *Tablets*. GeoGebra. Tangram.

1 Introdução

As tecnologias têm alterado o modo de interação e de pensamento do ser humano em relação ao mundo que o rodeia. Neste período de informatização massiva, no qual as atividades têm migrado para o formato digital, a Educação, e a Educação Matemática, também necessitam adequar-se a essa realidade. Com os avanços tecnológicos, a redução dos custos envolvidos tem facilitado o acesso à tecnologia; contudo, além do acesso, é preciso o conhecimento para utilizá-la em todo o seu potencial.

> Inserir-se na sociedade da informação não quer dizer apenas ter acesso à tecnologia de informação e comunicação - TIC, mas principalmente saber utilizar essa tecnologia para a busca e a seleção de informações que permita a cada pessoa resolver os problemas do cotidiano, compreender o mundo e atuar na transformação de seu contexto (Almeida, 2008).

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Brasil, 1996), a Educação Nacional tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. Deste modo, a Educação e a inserção na sociedade digital implicam em uma adequação da sala de aula à realidade tecnológica, cujo uso da tecnologia pelos docentes é condição necessária para essa adequação.

Embora o Ministério da Educação (Brasil, 2013) considere importante a utilização de tecnologias de qualidade objetivando a melhoria da Educação, o mesmo adverte que o uso de recurso tecnológico, de forma isolada e desalinhada com a proposta pedagógica da escola, não garante a qualidade da Educação. Ao utilizar as tecnologias para proporcionar condições favoráveis à aprendizagem, o professor deve, antes de tudo, definir o objetivo instrucional desejado para então organizar as ações e recursos para atingir seus objetivos. E, para isto, é fundamental conhecer as possibilidades que as tecnologias oferecem e quais tecnologias são adequadas aos estudantes, ao conteúdo a ser desenvolvido e ao nível de ensino a que se destina.

Neste sentido este artigo apresenta uma discussão sobre as mudanças no planejamento do professor de Matemática, da Educação Básica, quando utiliza *tablets*, apontando possibilidades que este recurso oferece para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica[1], com foco nas séries finais do Ensino Fundamental (6º, 7º, 8º, 9º anos) e Ensino Médio.

2 Objetivos

Este trabalho teve como objetivo geral investigar possibilidades do uso de *tablets* como um recurso didático na construção do conhecimento matemático.

Os objetivos específicos, delineados para alcançar o objetivo geral, foram: desenvolver o planejamento didático de aulas para a Educação Básica com o uso de *tablets*; investigar atividades que possam fornecer subsídios, aos professores de Matemática da Educação Básica, para o planejamento de aulas com o uso de *tablets*.

[1] Educação Básica, no Brasil, engloba os níveis de Ensino Fundamental (alunos de 5 anos a 13 anos) e Ensino Médio (alunos de 14 anos a 16 anos).

3 Metodologia de pesquisa

A pesquisa está fundamentada no método qualitativo, uma vez que os propósitos fundamentais são a compreensão, a explanação e a interpretação do fenômeno estudado, interessando mais o processo do que os resultados (Bogdan & Biklen, 1994).

As ações de pesquisa foram desenvolvidas em dois grupos: O GECEM (Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática), compostos pelo grupo de pesquisadores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) composto por 4 professores pesquisadores em Educação Matemática, e o Grupo de Formação Continuada composto por 10 professores de Matemática do município de Canoas, do estado do Rio Grande do Sul, Brasil.

Salienta-se que os dois grupos realizaram suas atividades concomitantemente, e as reuniões e reflexões ocorridas levaram a um fluxo contínuo de discussão, análise e replanejamento, o que qualificou os resultados obtidos.

A pesquisa seguiu as seguintes atividades investigativas:

- reuniões semanais de estudos com o grupo de Investigação GECEM para discussão e reflexão sobre as possibilidade do uso do recurso de *tablets* na Educação Matemática, bem como, com o planejamento inicial de atividades didáticas com este recurso;
- reuniões mensais com o grupo de formação continuada com os professores de Matemática, com análise das atividades planejadas e as possibilidades de uso das mesmas com estudantes da Educação Básica;
- aplicação das atividades com os professores componentes do grupo de formação continuada;
- análise dos resultados através das observações realizadas nos dois grupos de trabalho, bem como, do replanejamento das atividades propostas ao grupo de professores incorporando suas sugestões e reflexões sobre o uso das mesmas.

O Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática planejou e desenvolveu as atividades da sequência didática e, o grupo de formação continuada de professores de Matemática avaliou a relevância sobre o uso das mesmas com seus estudantes. Após os professores de Matemática, em formação, refletirem sobre as atividades, o grupo GECEM reformulou e adaptou as atividades conforme as necessidades apontadas.

4 Uso de tecnologias na Educação Básica

A integração das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na Educação mostra-se irremediavelmente associada à necessidade de reforço da profissionalização docente e de uma (re)organização das dinâmicas escolares (Nóvoa, 2007). Segundo o autor torna-se importante perceber que ações se mostram necessárias para promover a efetiva inclusão das TIC no contexto escolar, mais especificamente, estudos de como se pode promover o desenvolvimento profissional docente para trabalhar, com eficiência e sustentabilidade dessa inclusão no planejamento escolar.

Perrenoud (2000), com base no pensamento de Tardif, salienta que as TIC demandam e, ao mesmo tempo, oportunizam uma mudança de paradigma, em relação às aprendizagens e não às tecnologias. Para o autor as TIC contribuem com os trabalhos pedagógicos e didáticos porque permitem criar situações de aprendizagem diversificadas.

Segundo o NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) (2014) para uma aprendizagem significativa da Matemática, as ferramentas e a tecnologia devem ser consideradas como características indispensáveis para a sala de aula. Consideram que os Computadores, os *tablets*, podem ser utilizados para reunir dados, fazer pesquisas na sala de aula e para utilizar aplicações que façam cálculos, simulações, assim como para fomentar a visualização, permitindo que os alunos se envolvam com jogos que exijam habilidades para resolução de problemas. Os Computadores, *tablets*, *smartphones* e calculadoras, segundo o NCTM, tornam acessíveis uma gama de aplicações que auxiliam aos usuários a explorar Matemática, dando sentido aos conceitos e procedimentos, envolvendo-os com o raciocínio matemático (NCTM, 2014).

Considera-se, portanto, que as TIC se constituem em importantes recursos que auxiliam o professor em seu trabalho docente, colaborando com mudanças significativas na educação.

Nas tecnologias têm-se os dispositivos dedicados, que são aparatos tecnológicos com uma função específica e destinados a uma única finalidade, como o DVD, e os dispositivos informáticos multifuncionais, como os computadores e afins, que em conjunto com um determinado *software* de aplicação, ou aplicativo, adquire as características e funcionalidades específicas para atender a uma determinada finalidade.

Atualmente, para a escolha de um aplicativo, considera-se importante a verificação da característica de multiplaforma, ou seja, que esteja disponível para as diversas plataformas de dispositivos informáticos, como o *Android, iOS* e *Windows Mobile* para dispositivos móveis, e *Windows*, *Linux* e *OS X* para os computadores pessoais, possibilitando o uso do mesmo em diversos ambientes tecnológicos.

O GeoGebra atende a característica de multiplataforma, além de estar em constante atualização por ser um *software open source* com uma comunidade de desenvolvimento bem ativa. Optou-se pelo uso do GeoGebra em dispositivos *touchscreen*, pois segundo Bairral (2013) a tecnologia *touchscreen* possibilita um contato e uma apropriação diferenciada por parte dos usuários. Realizar uma manipulação *touchscreen* não é o mesmo que clicar em um mouse, são novas configurações cognitivas e espacialidades com os movimentos e os toques na tela (Park, Lee, & Kim, 2011;Tang, Pahud, Carpendale, & Buxton, 2010). Bairral (2013) evidencia que, ao contrário dos cliques, a manipulação na interface *touchscreen* implica em continuidade de ação, a espacialidade na tela, simultaneidade, combinação de movimentos.

Para Moran (2012) as próximas mudanças na educação, estarão interligadas à mobilidade, flexibilidade e facilidade de uso que os *tablets* e outros dispositivos móveis oferecem, dado que a tela sensível ao toque permite uma navegação mais intuitiva e fácil em comparação com o uso do mouse.

Considera-se que os *tablets* possuem vantagem sobre os *smartphones* pelo tamanho de sua tela, possibilitando melhor interação com os objetos envolvidos. Nesse sentido, optou-se pela aplicação da sequência didática utilizando *tablets.*

A seguir apresentam-se as possibilidades do uso dos *tablets* em conjunto com *softwares* de aplicação Matemática, que auxiliem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, em específico o *software* GeoGebra.

4.1 O *software* GeoGebra

O GeoGebra é um programa *opensource*, sob o GNU (*General Public License*) e disponível em www.GeoGebra.org. Ele agrega as funcionalidades de um Sistema de Geometria Dinâmica (*DGS-Dynamic Geometry System*) e de um Sistema de Computação Algébrica (*CAS-Computer Algebric System*), sendo então denominado como um Programa de Matemática Dinâmica (*DMS-Dynamic Mathematics Software*) para Geometria, Álgebra e Cálculo (Hohenwarter & Preiner, 2007). Hohenwater e Fuchs (2004) completam:

> "GeoGebra é um *software* de Geometria interativa que também fornece possibilidades algébricas como entrar diretamente com equações. Ele é direcionado aos estudantes (10 a 18 anos) e professores do Ensino Médio. O *software* incentiva os estudantes a abordarem a Matemática de maneira experimental" (tradução livre).

Para o ensino de Geometria, o GeoGebra torna-se uma poderosa ferramenta de aprendizagem, desde que as atividades estejam organizadas em uma sequência, de acordo com os objetivos estabelecidos.

Em um Sistema de Geometria Dinâmica, como o GeoGebra, as coordenadas, dimensões, ângulos e demais atributos de objetos geométricos podem ser modificados, através de comandos interativos, permitindo que o estudante explore as transformações dos objetos geométricos, proporcionando a aprendizagem através da experimentação, discussão, reflexão e generalização de conceitos. Observa-se que objetos geométricos construídos com lápis e papel são objetos com atributos estáticos, pois as dimensões e ângulos não podem ser alterados, sendo necessárias novas construções com novos atributos.

Para que as experimentações ocorram de maneira adequada, os objetos geométricos devem ser construídos e não desenhados. No Sistema de Geometria Dinâmica, ao se traçar objetos sem nenhuma relação entre eles de modo que, ao modificar algum atributo, perdem-se as relações que deveriam existir entre eles, denomina-se *desenhar*. No entanto, *construir* é quando as relações estabelecidas entre os objetos se mantêm mesmo ao se modificar os atributos iniciais (Albornoz Torres, 2010).

5 Atividades para o Ensino Fundamental

A temática escolhida para ser apresentada nesse artigo foi o estudo do Tangram, com uso de *tablets*. O objetivo é que os estudantes do Ensino Fundamental desenvolvam conceitos de Geometria (mediatriz, ponto, etc.) e os estudantes do Ensino Médio estudem as representações espaciais em coordenadas polares.

Salienta-se que em um planejamento as atividades devem ser organizadas, de maneira sistemática, planejadas para o processo de ensino e aprendizagem de um determinado conteúdo, etapa por etapa, constituindo-se em uma sequência didática. Essa organização é realizada de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem dos alunos, e envolvem atividades de aprendizagem e avaliação (Dolz & Schneuwly, 2004). A ideia é que as sequências didáticas possibilitem explorar situações, testar ideias, formular hipóteses, revisar conceitos, proporcionando um ambiente de interatividade.

A sequência, aqui proposta, está composta de atividades abertas para explorar e despertar o interesse pelo Tangram e atividades fechadas com a execução orientada da construção de um quebra-cabeça com o Tangram, apresentando aos estudantes os conceitos geométricos básicos. As atividades desenvolvidas, organizadas em uma sequência didática, estão explanadas a seguir.

5.1 Usando o aplicativo Tangram

O aplicativo TANGRAN HD, da *Pocket Storm*, disponível para Android, possibilita que os estudantes montem figuras utilizando as peças disponíveis na tela de interação. A atividade pode ser realizada em qualquer plataforma com aplicativos semelhantes.

Sugere-se que cada aluno monte, no mínimo cinco figuras, usando o modo *play* regular, onde é visualizada a sombra das figuras a serem montadas.

Após, sugere-se usar o aplicativo no modo *play masters*, onde os alunos visualizam apenas a figura, devendo montá-la utilizando as peças do Tangram. Apresentam-se exemplos na Figura 1.

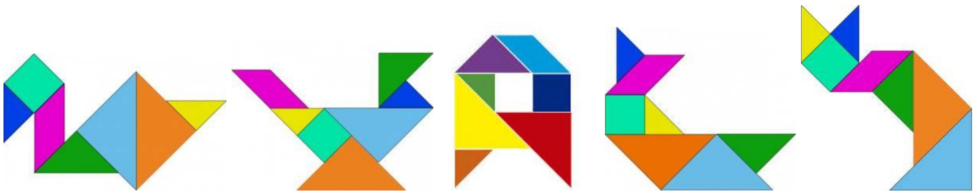

Figura 1 – Figuras construídas no *Tangram* em *tablets*
Fonte: a pesquisa.

5.2 Quebra-cabeça com o Tangram

Para introduzir o Tangram, depois que os estudantes montaram figuras no aplicativo, sugere-se a construção de um quebra-cabeça com as mesmas utilizadas nas figuras, no *software GeoGebra* disponível para *tablets*.

A atividade se constitui na construção das figuras que compõem o Tangram e a solução do problema da disposição das peças construídas em um quadrado fixo, também construído pelos estudantes.

Para a construção das peças, que compõem o Tangram, recomenda-se que o professor oriente as ações necessárias. A seguir, descreve-se a construção das peças do Tangram e do quadrado fixo que servirá como tabuleiro para ser montado o quebra-cabeça, com lados de dimensões 4 unidades.

As ações indicadas, para a construção dos polígonos a seguir, estão propostas para estudantes do Ensino Fundamental e, por isso, as dimensões utilizadas são números inteiros, tomando-se o cuidado para não trabalhar com números irracionais. Por exemplo, na construção do quadrado com lado $\sqrt{2}$ unidades, optou-se pela construção pelas diagonais do quadrado, facilitando a construção com estudantes do Ensino Fundamental.

5.2.1 Construindo um quadrado pelas diagonais, com comprimento 2 unidades (a construção do quadrado pelas diagonais justifica-se porque o lado do quadrado possui dimensão $\sqrt{2}$ unidades):

- defina um segmento de comprimento 2 com a ferramenta *segmento com comprimento fixo;*
- marque o ponto médio entre os extremos do segmento com a ferramenta *ponto médio ou centro*;
- defina a mediatriz entre os extremos do segmento com a ferramenta *mediatriz*;
- defina um círculo de raio 2 e centro no ponto médio com a ferramenta *círculo dado centro e raio*;
- marque a intersecção entre a mediatriz e o círculo com a ferramenta *intersecção de dois objetos*;
- defina o quadrado utilizando os pontos das intersecções e os pontos do segmento inicial com a ferramenta *polígono*;
- Deixe aparente apenas o quadrado e os pontos do segmento inicial.

5.2.2 Construindo dois triângulos retângulos isósceles, com hipotenusa de comprimento 2 unidades de comprimento e altura 1 unidade de comprimento:

- defina um segmento de comprimento 2 com a ferramenta *segmento com comprimento fixo;*
- marque o ponto médio entre os extremos do segmento com a ferramenta *ponto médio ou centro*;
- defina a mediatriz entre os extremos do segmento com a ferramenta *mediatriz*;
- defina um círculo de raio 1 e centro no ponto médio com a ferramenta *círculo dado centro e raio*;
- marque uma das intersecções entre a mediatriz e o círculo com a ferramenta *intersecção de dois objetos*;
- defina o triângulo utilizando o ponto de intersecção e os pontos do segmento inicial com a ferramenta *polígono*;
- deixe aparente apenas o triângulo e os pontos do segmento inicial;
- selecione a ferramenta polígono rígido e de um clique obre o triângulo recém criado para duplicá-lo.

5.2.3 Construindo dois triângulos retângulos isósceles com hipotenusa de comprimento 4 unidades e altura 2 unidades;

- defina um segmento de comprimento 4 com a ferramenta *segmento com comprimento fixo;*

• marque o ponto médio entre os extremos do segmento com a ferramenta *ponto médio ou centro*;
• defina a mediatriz entre os extremos do segmento com a ferramenta *mediatriz*;
• defina um círculo de raio 2 e centro no ponto médio com a ferramenta *círculo dado centro e raio*;
• marque uma das intersecções entre a mediatriz e o círculo com a ferramenta *intersecção de dois objetos*;
• defina o triângulo utilizando o ponto de intersecção e os pontos do segmento inicial com a ferramenta *polígono*;
• deixe aparente apenas o triângulo e os pontos do segmento inicial;
• selecione a ferramenta polígono rígido e de um clique obre o triângulo recém criado para duplicá-lo.

5.2.4 Construindo um triângulo retângulo isósceles com catetos de comprimento 2 unidades;

• defina um segmento de comprimento 2 com a ferramenta *segmento com comprimento fixo;*
• defina um reta perpendicular entre o segmento e um dos extremos com a ferramenta *reta perpendicular*;
• defina um círculo de raio 2 e centro na intersecção entre o segmento e a reta perpendicular com a ferramenta *círculo dado centro e raio*;
• marque a intersecção entre a reta perpendicular e o círculo com a ferramenta *intersecção de dois objetos*;
• defina o triângulo utilizando o ponto de intersecção e os pontos do segmento inicial com a ferramenta *polígono*;
• deixe aparente apenas o triângulo e os pontos do segmento inicial;

5.2.5 Construindo um paralelogramo com catetos de comprimento 2 unidades;

• defina um segmento de comprimento 2 com a ferramenta *segmento com comprimento fixo;*
• marque o ponto médio entre os extremos do segmento com a ferramenta *ponto médio ou centro*;
• defina a mediatriz entre os extremos do segmento com a ferramenta *mediatriz*;
• defina um círculo de raio 1 e centro no ponto médio com a ferramenta *círculo dado centro e raio*;
• marque uma das intersecções entre a mediatriz e o círculo com a ferramenta *intersecção de dois objetos*;
• defina uma reta paralela utilizando o ponto de intersecção e o segmento construído com a ferramenta *reta paralela*;
• defina uma reta entre a origem do segmento construído e o ponto de intersecção;
• defina uma reta paralela utilizando a reta construída e o extremo do segmento inicial com a ferramenta *reta paralela*;
• marque a intersecção entre as retas construídas com a ferramenta *intersecção de dois objetos*;
• defina o paralelogramo utilizando os ponto de intersecção e os pontos do segmento inicial com a ferramenta *polígono*;

• deixe aparente apenas o paralelogramo e os pontos do segmento inicial;

5.2.6 Construindo o tabuleiro na forma de um quadrado fixo com lados de comprimento 4 unidades:

• defina um segmento de comprimento 4 com a ferramenta *segmento com comprimento fixo;*
• defina o quadrado utilizando os extremos do segmento com a ferramenta *polígono regular*;
• Entre em propriedades do polígono e marque o box *fixar objeto*;
• Entre em propriedades do polígono e marque o box *fixar objeto*;

Utilize o quadrado fixo, que é a peça maior, como tabuleiro e organize as peças de maneira que nenhuma peça fique fora do tabuleiro e que não fiquem sobrepostas.

Apresenta-se, na Figura 2, as peças construídas e o Tangram montado.

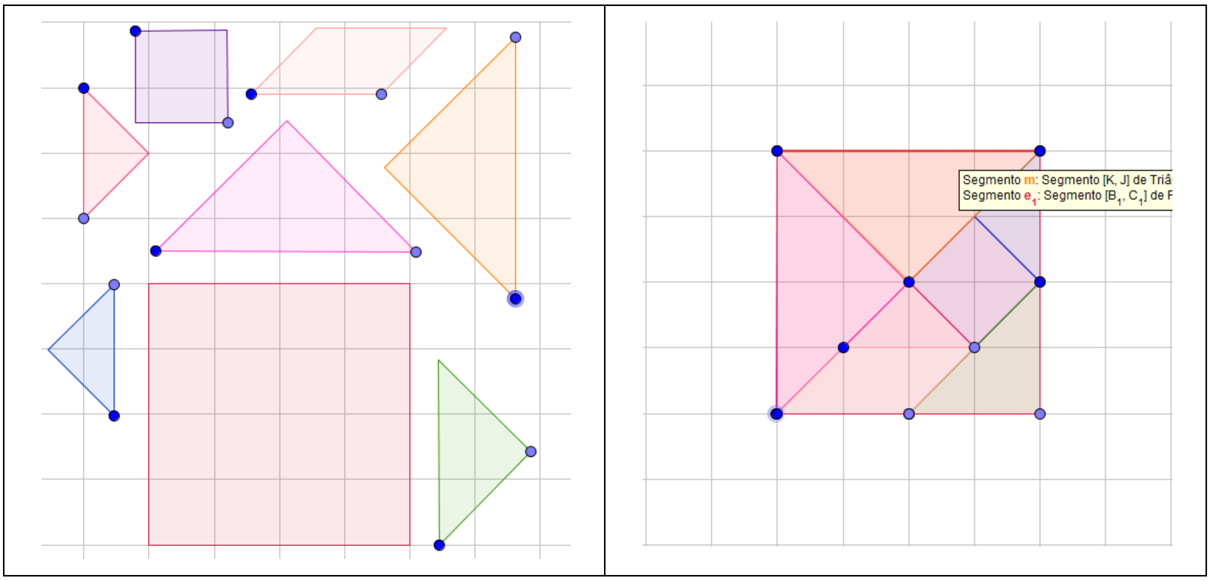

Figura 2 – Quebra-cabeça com o Tangram construído no GeoGebra
Fonte: a pesquisa.

Sugere-se que o professor explore os conhecimentos da construção realizada perguntando aos estudantes sobre os objetos e propriedades utilizadas na construção e informações pertinentes ao Tangram, tais como:

• Quantas peças têm o quebra cabeça? (7 peças).
• Quais peças? (2 triângulos grandes isósceles, 2 triângulos pequenos isósceles, 1 triângulo médio isósceles, 1 paralelogramo; 1 quadrado)
• Quais triângulos são semelhantes? Por quê? (os quatro triângulos, pois todos são triângulos retângulos isósceles);
• Quais triângulos são congruentes? (os 2 triângulos grandes e 2 triângulos pequenos);
• Quanto representa os 2 triângulos grandes em relação ao quadrado todo? ($\frac{1}{4}$ cada um, os dois juntos representam: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ do quadrado).

5.3 História do Tangram

A próxima atividade, depois da construção do quebra-cabeça, consiste em solicitar, aos estudantes, uma pesquisa sobre a história e a origem do Tangram.

Em um planejamento de aulas, sem o uso das tecnologias, a história do Tangram é apresentada através de leitura ou de uma exposição sobre o tema realizado pelo professor. A proposta de pesquisa com o uso de tecnologias em sala de aula diferencia-se de uma pesquisa usual, porque possibilita a interação entre os estudantes, durante a busca pelas informações sobre o tema. Uma atividade de pesquisa em sala de aula inclui o planejamento de ações para orientar as pesquisas e fomentar a discussão sobre as diferentes histórias sobre a origem e a etimologia da palavra Tangram. As discussões realizadas simultaneamente, com a pesquisa realizada, tornam a atividade dinâmica devendo ser planejada de maneira a fomentar a busca por diferentes informações que resultarão em um texto construído, com o resultado das interações sociais realizadas. Ressalta-se, ainda, que nas pesquisas realizadas como tema de casa, há a possibilidade de aparecerem textos iguais o que não fomenta uma discussão para enriquecimento do tema.

5.4 O Tangram e as frações

O professor pode solicitar aos alunos respondam perguntas, analisando as peças construídas. A seguir apresentam-se exemplos de possíveis perguntas.

- Quantas vezes o triângulo grande cabe sobre o Tangram? R: 4 triângulos.
- Qual a fração que o triângulo grande representa, em relação ao Tangram? R: $\frac{1}{4}$.
- Quantas vezes o triângulo médio cabe sobre o triângulo grande? R: 2.
- Quantas vezes o triângulo médio cabe sobre o Tangram? R: 8.
- Qual a fração que o triângulo médio representa, em relação ao Tangram? R: $\frac{1}{8}$.
- Quantas vezes o triângulo pequeno cabe no triângulo médio? R: 2.
- Quantas vezes o triângulo pequeno cabe no quadrado? R: 16.
- Qual a fração que o triângulo pequeno representa, em relação ao Tangram? R: $\frac{1}{16}$.
- Quantas vezes o triângulo pequeno cabe no paralelogramo? R: 2.
- Quantas vezes o triângulo pequeno cabe no quadrado? R: 2.
- Quantas vezes o triângulo pequeno cabe no triângulo grande? R: 4.
- O triângulo médio, o quadrado e o paralelogramo possuem a mesma área? R: Sim, porque em todas as peças referidas cabem dois triângulos pequenos.
- Que fração representa, em relação ao Tangram:

a) Os dois triângulos pequenos? R: $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

b) O triângulo médio e o quadrado junto? $\frac{1}{8} + \frac{2}{16} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Conclusões possíveis com as atividades:

- o triângulo pequeno compõe todas as peças; 16 triângulos pequenos montam todo o Tangram; o triângulo pequeno = $\frac{1}{16}$ do quadrado maior; o triângulo grande = $\frac{1}{4} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$; o paralelogramo = $\frac{1}{8} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$; o quadrado = $\frac{1}{8} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$; o triângulo médio = $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

5.5 Atividades envolvendo área de figuras planas construídas com as peças do Tangram.

O professor pode propor aos estudantes, atividades de construção de figuras geométricas com as peças construídas, por exemplo: Com duas peças se constrói quais polígonos regulares? Com três peças se constrói quais polígonos? Com mais de duas peças é possível construir quantos triângulos? Qual a área das peças construídas?

O uso das peças do Tangram, construídas no GeoGebra com o plano quadriculado, possibilitam que o aluno visualize as áreas, fato que pode ser explorado pelo professor para a formalização das fórmulas do cálculo da área dos polígonos.

A disposição das peças no plano quadriculado permite a visualização, o que gera discussão e reflexão entre os estudantes. A Figura 5 apresenta alguns exemplos que podem ser construídos com os polígonos construídos.

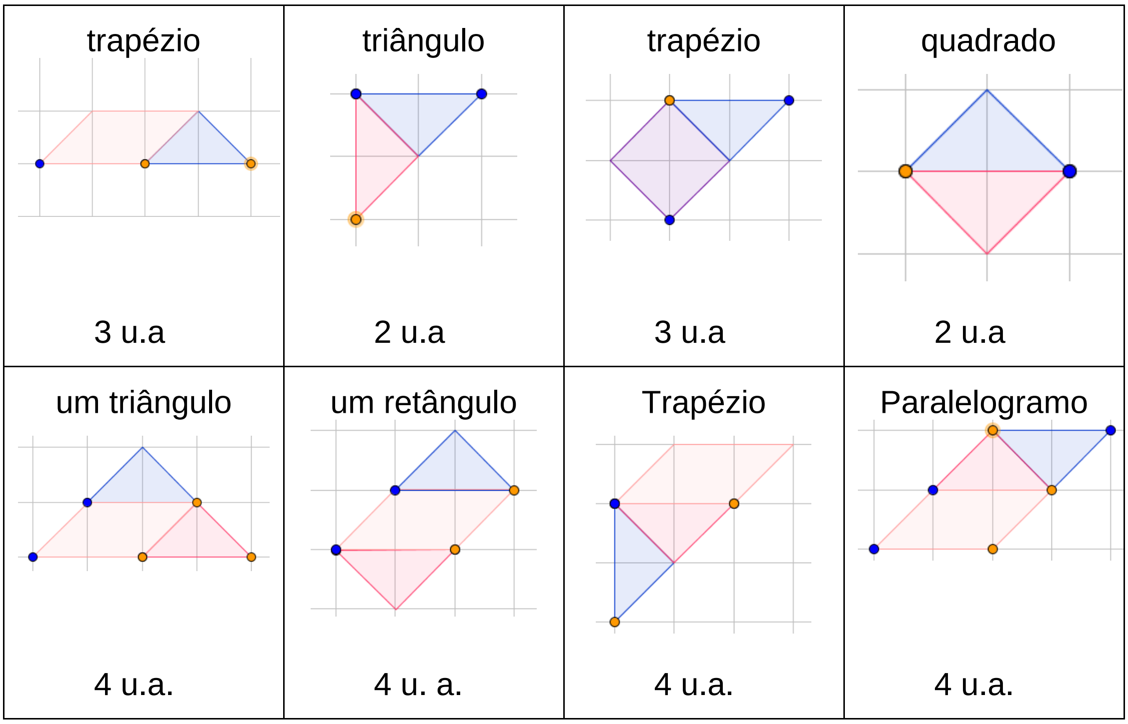

Figura 3 – Polígonos construídos no Tangram
Fonte: a pesquisa.

6 Atividades para o Ensino Médio com o Tangram

No Ensino Médio é possível trabalhar com a construção de objetos geométricos, construídos na forma retangular e na forma polar. Entende-se que no Ensino Médio a forma polar não necessita ser trabalhada de forma explícita. Nas atividades, propostas a seguir, os objetos são construídos com a definição dos vértices dado por uma distância relativa a um vértice de referência e um ângulo em relação a um dos lados.

Para montar o Tangram o aluno deve compreender as ações de rotação e translação associadas às peças. Discussões sobre como proceder com as construções, haja vista que os vértices utilizam como parâmetro um comprimento e um ângulo, devem ser realizadas para que o estudante compreenda as relações entre os vértices e que as mesmas devem ser mantidas com a manipulação dos vértices.

6.1 Construção das peças do Tangram

Os alunos do Ensino Médio estão familiarizados com o plano cartesiano e estão capacitados a desenhar as figuras geométricas definindo os vértices através das coordenadas retangulares. Tais figuras geométricas, por terem sido desenhadas, perdem suas características caso seja realizada a ação de translação de um dos vértices, pois os demais vértices não têm suas coordenadas definidas em relação ao ponto transladado.

Para as atividades o professor deve discutir sobre a necessidade de se estabelecer a relação entre os vértices, de maneira que, se algum vértice for transladado ou rotacionado em relação a um ponto, os demais vértices mudam suas coordenadas de modo a preservar a figura geométrica inicial.

Uma das abordagens, no estabelecimento das relações entre os vértices, possível de ser realizada é através de discussões sobre os atributos da figura geométrica que se mantém quando é realizada a ação de translação ou rotação da figura. A figura 4 apresenta a sequência de operações realizadas em um quadrado sobre um plano cartesiano que auxilia a visualização das características que se preservam. O ponto A é o ponto livre que permite a translação do quadrado e é a referência para a construção dos demais; o ponto B é definido com uma distância fixa de uma unidade em relação ao ponto A, sendo possível movimentá-lo em torno de A, rotacionando o quadrado. Os pontos C e D são definidos em relação a A com uma distância fixa e, também são rotacionados em torno de A, conforme B é rotacionado.

Através de atividade interativa os estudantes estabelecem as relações entre os vértices possibilitando a construção de figuras geométricas utilizando como referência a distância e o ângulo, apresentando de maneira informal as coordenadas polares.

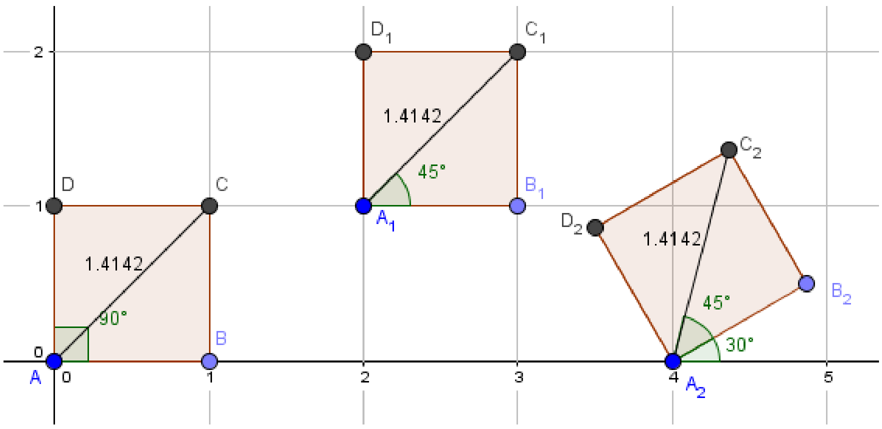

Figura 4: Sequência de transformações do quadrado com um dos vértices na origem

Fonte: a pesquisa.

A sequência de comandos, para a construção de objetos com a definição dos vértices na forma polar, sempre inicia com a construção de um segmento com comprimento fixo, com a dimensão de um dos lados da figura geométrica a ser construída. A seguir é definido uma reta auxiliar, paralela ao eixo das abscissas, que será utilizada para a medida do ângulo de rotação do segmento inicial.

Os demais vértices serão definidos pela distância e o ângulo de rotação, em relação ao segmento inicial. Ressalta-se que, para a ação de rotação, é realizada a movimentação do extremo do segmento original, formando um ângulo em relação a reta horizontal traçada. Essa medida de ângulo deve ser adicionada ao ângulo utilizado para definir os vértices na forma polar.

A seguir apresentam-se os comandos, no *software* GeoGebra, para construção dos polígonos do Tangram, utilizando a representação de coordenadas polares.

6.1.1 Construindo um quadrado com lado de $\sqrt{2}$ unidades:

• defina um segmento de comprimento $\sqrt{2}$ unidades, com a ferramenta *segmento com comprimento fixo*, utilize como comprimento do segmento *sqrt*(2) (sqrt é o comando para raiz quadrada);
• defina a reta paralela ao eixo das abscissas, com a ferramenta *reta paralela* e passando pela origem do segmento definido;
• defina o ângulo entre o segmento inicial e a reta auxiliar, com a ferramenta *ângulo*; para auxiliar na seleção do segmento, movimente o extremo do segmento para que o mesmo não fique coincidente com a reta auxiliar;
• considerando como "A" a origem do segmento inicial e "α" o ângulo formado entre a reta e o segmento inicial, utilize o comando $A + (2\,; 45° + \alpha)$ para definir o terceiro vértice. Sendo 2 unidades a distância do vértice em relação a A, e 45° o ângulo entre a diagonal e o lado referência do quadrado.
• considerando como "A" a origem do segmento inicial e "α" o ângulo formado entre a reta e o segmento inicial, utiliza-se o comando $A + (sqrt(2); 90° + \alpha)$ para definir o quarto vértice. Sendo $sqrt(2)$ a distância do vértice em relação a *A*, e 90° o ângulo entre o quarto lado e o lado referência do quadrado.
• Defina o quadrado, utilizando os pontos definidos, com a ferramenta *polígono*;
• Deixe aparente apenas o quadrado e os pontos do segmento inicial.

6.1.2 Construindo o triângulo retângulo isósceles com lado maior 2 unidades:

• defina um segmento de comprimento 2 unidades, com a ferramenta *segmento com comprimento fixo*;
• defina a reta paralela ao eixo dos abscissas com a ferramenta *reta paralela,* passando pela origem do segmento definido;
• defina o ângulo entre o segmento inicial e a reta auxiliar, com a ferramenta *ângulo*; para auxiliar na seleção do segmento, movimente o extremo do segmento para que o mesmo não fique coincidente com a reta auxiliar;
• considerando como "E" a origem do segmento inicial e "α" o ângulo formado entre a reta e o segmento inicial, utilize o comando $E + (1\,; 45° + \alpha)$, para definir o terceiro vértice. Sendo 1 unidade a distância do vértice em relação a E, e 45° o ângulo entre a diagonal e o lado referência do quadrado.
• Defina o triângulo utilizando os pontos definidos, com a ferramenta *polígono*;

• Deixe aparente apenas o triângulo e os pontos do segmento inicial.

6.1.3 Construindo o triângulo retângulo isósceles com lado menor de 2 unidades:

• defina um segmento de comprimento 2 unidades, com a ferramenta *segmento com comprimento fixo*;
• defina a reta paralela ao eixo dos abscissas, com a ferramenta *reta paralela* e passando pela origem do segmento definido;
• defina o ângulo entre o segmento inicial e a reta auxiliar, com a ferramenta *ângulo*; para auxiliar na seleção do segmento, movimente o extremo do segmento para que o mesmo não fique coincidente com a reta auxiliar;
• considerando como "H" a origem do segmento inicial e "α" o ângulo formado entre a reta e o segmento inicial utilize o comando $H + (2\,; 90° + \alpha)$ para definir o terceiro vértice. Sendo 2 a distância do vértice em relação a EH, e 90° o ângulo entre a diagonal e o lado referência do quadrado.
• Defina o triângulo utilizando os pontos definidos, com a ferramenta *polígono*;
• Deixe aparente apenas o triângulo e os pontos do segmento inicial.

6.1.4 Construindo o triângulo retângulo isósceles com lado maior de 4 unidades:

• defina um segmento de comprimento 4 unidades, com a ferramenta *segmento com comprimento fixo*;
• defina a reta paralela ao eixo dos abscissas com a ferramenta *reta paralela* e passando pela origem do segmento definido;
• defina o ângulo entre o segmento inicial e a reta auxiliar, com a ferramenta *ângulo*; para auxiliar na seleção do segmento, movimente o extremo do segmento para que o mesmo não fique coincidente com a reta auxiliar;
• considerando como "K" a origem do segmento inicial e "α" o ângulo formado entre a reta e o segmento inicial utilize o comando $K + (2sqrt(2)\,; 45° + \alpha)$ para definir o terceiro vértice. Sendo $2\sqrt{2}$ unidades a distância do vértice em relação a K, e 45° o ângulo entre a diagonal e o lado referência do quadrado.
• Defina o triângulo utilizando os pontos definidos com a ferramenta *polígono*;
• Deixe aparente apenas o triângulo e os pontos do segmento inicial.

6.1.5 Construindo o paralelogramo com lado maior de 2 unidades:

• defina um segmento de comprimento 2 unidades, com a ferramenta *segmento com comprimento fixo*;
• defina a reta paralela ao eixo dos abscissas, com a ferramenta *reta paralela* e passando pela origem do segmento definido;
• defina o ângulo entre o segmento inicial e a reta auxiliar, com a ferramenta *ângulo*; para auxiliar na seleção do segmento, movimente o extremo do segmento para que o mesmo não fique coincidente com a reta auxiliar;
• considerando como "N" a origem do segmento inicial e "α" o ângulo formado entre a reta e o segmento inicial utilize o comando $N + (1\,; 45° + \alpha)$ para definir o terceiro vértice. Sendo 1 unidade a distância do vértice em relação a N, e 45° o ângulo entre a diagonal e o lado referência do quadrado.

• considerando como "N" a origem do segmento inicial e "α" o ângulo formado entre a reta e o segmento inicial utilize o comando $N + (sqrt(10)\ ; 22{,}5° + \alpha)$ para definir o terceiro vértice. Sendo $\sqrt{10}$ unidade a distância do vértice em relação a N, e 22,5° o ângulo entre a diagonal e o lado referência do quadrado.
• Defina o paralelogramo utilizando os pontos definidos, com a ferramenta *polígono*;
• Deixe aparente apenas o paralelogramo e os pontos do segmento inicial.

Salienta-se que após a construção do quadrado, as demais construções podem ser realizadas como atividades abertas, sem a apresentação da sequência de comandos, gerando uma discussão sobre como realizar as atividades. As construções dos triângulos retângulos isósceles, em particular, podem ser realizadas tomando como referência o lado maior ou um dos lados menores, o que muda pouco a construção.

Nestas atividades é possível revisitar o *Teorema de Pitágoras* e seu uso para realizar o cálculo das dimensões das arestas dos triângulos e do paralelogramo.

7 Experimento realizado com professores do grupo de formação continuada

A sequência didática, desenvolvida pelos pesquisadores do grupo GECEM, foi apresentada, discutida e pormenorizada com o grupo de professores de Matemática em formação continuada, em conjunto com os pesquisadores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da ULBRA. Foram observadas as interações realizadas pelos professores utilizando a tecnologia e as discussões sobre a mudança de planejamento das aulas, quando se utiliza dispositivos digitais como os *tablets*.

Os dez professores, participantes do experimento, consideraram viável a aplicação das mesmas com estudantes do Ensino Fundamental. Salienta-se que os professores da rede pública de Canoas têm disponível *tablets* em suas escolas, o que gerou a necessidade da inserção desse recurso no planejamento escolar desses professores.

A seguir, na Figura 5, apresentam-se algumas das construções realizadas pelos professores.

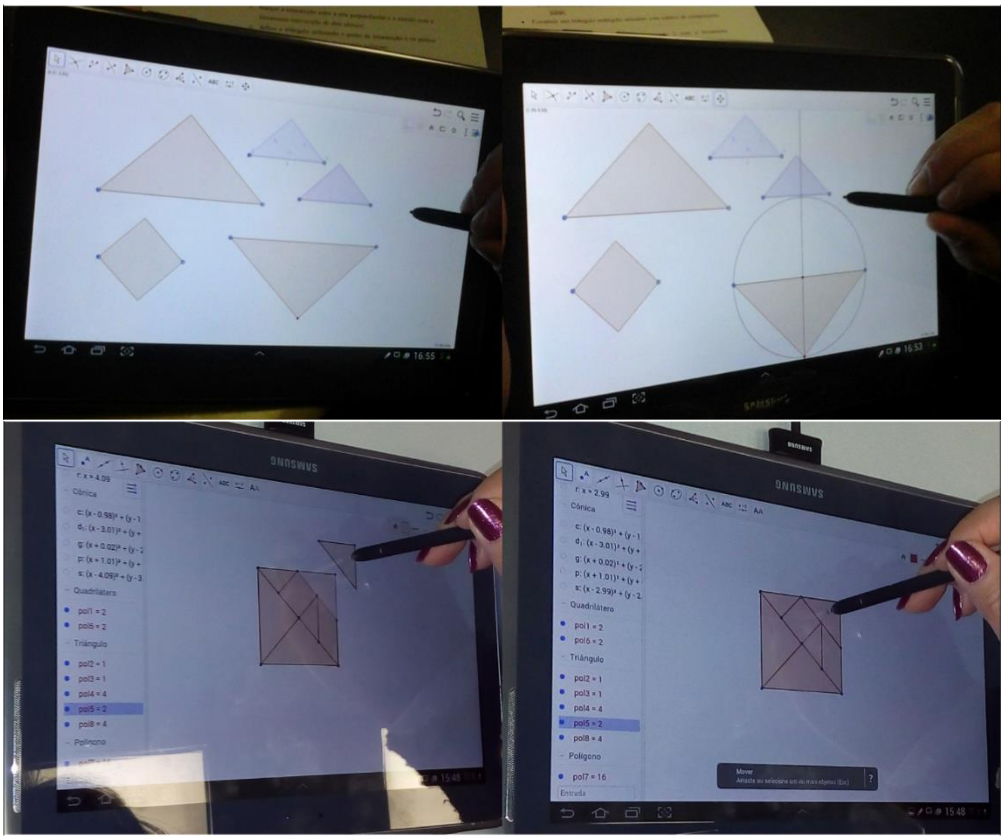

Figura 5 – Construções realizadas pelos professores do grupo de formação continuada
Fonte: a pesquisa.

Os professores, participantes do experimento, afirmaram que o uso de tecnologias, no caso os *tablets*, podem ajudar os estudantes a visualizarem e compreenderem os conceitos matemáticos, sendo possível explorar as ideias matemáticas utilizadas nas construções das figuras.

Afirmaram, também, que as tecnologias mudam a maneira de ensinar e possibilitam planejamentos que permitem aos estudantes formularem os conceitos matemáticos. Porém, os professores se sentem inseguros na utilização de tais recursos, necessitando de formações para aprenderem a utilizá-las com eficácia.

Um obstáculo, apontado pelos professores, participantes do experimento, é a conexão de internet, que em muitos casos não permitem que se utilizem os recursos com a eficiência necessária. Salienta-se a necessidade de investimentos nesta área, nas escolas municipais de Canoas, para que se viabilize o uso destes recursos na sua plenitude.

8 Conclusão

O uso de tecnologias pode ser observado sob duas abordagens, em uma delas os estudantes se deslocam da sala de aula para o ambiente tecnológico, como os laboratórios de informática; a outra é o ambiente tecnológico que vai para a sala de aula, com os dispositivos móveis, como *tablets, smartphones* e *notebooks*. A primeira situação está vinculada aos laboratórios de informática, com o estudante vinculado ao computador, dificultando a movimentação, interação e a troca de ideias, na segunda situação o aluno se encontra em seu ambiente, em sua zona de conforto, e pela característica dos dispositivos móveis fica viável o trabalho de grupos, a interação e a troca de ideias enquanto os estudantes realizam as atividades. Ressalta-se que na segunda possibilidade o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática possibilita maior interação entre os estudantes.

A vantagem que se observa no uso de dispositivos móveis, em particular os *tablets,* é a possibilidade de planejamento de atividades que explorem a colaboração para a construção do conhecimento matemático.

O planejamento do professor sofre alterações quando são utilizados recursos tecnológicos, como os *tablets*, observa-se que as atividades apresentam ordem diferente de quando se trabalha com lápis e papel. Sem o recurso tecnológico, no planejamento para uso do recurso Tangram, o professor inicia com a história do Tangram, passando para a construção do mesmo com papel e, a partir daí, monta figuras com os polígonos construídos. Com o recurso tecnológico, no caso os *tablets*, o professor inicia trabalhando com o Tangram pronto e disponível em um aplicativo, caracterizado como sendo uma atividade aberta, pois o aluno tem disponível uma grande quantidade de desenhos, que proporciona uma diversidade de opções para a construção de figuras em relação à atividade com objetos concretos. Depois, é possível explorar a atividade de construção do Tangram no GeoGebra, explorando as propriedades dos polígonos construídos, e após, solicita-se ao estudante uma pesquisa histórica do mesmo, proporcionando uma situação colaborativa com a discussão sobre a melhor organização de um texto, que contemple as informações pesquisadas.

Na pesquisa histórica, com a proposta de construção de um texto em conjunto, os estudantes acessam a informação, discutindo sobre as origens do Tangram, viabiliza a discussão e a construção colaborativa do conhecimento.

Outro ponto positivo a ressaltar é que o *software* GeoGebra está disponível para diversas plataformas, a vantagem do uso do mesmo em plataformas móveis, é a mobilidade dentro da sala de aula, característica não presente em atividades utilizando computadores de mesa que precisam de um espaço próprio com tomadas elétricas e mesas adequadas, em particular os *tablets* que tem a tela maior permitindo o uso compartilhado e propostas de atividades colaborativas/cooperativas.

Em uma atividade com material concreto o Tangram é construído no papel através de uma sequência de dobras e cortes com o professor mostrando, posteriormente, os atributos, as características e propriedades dos objetos em relação aos seus ângulos e lados. A construção com o GeoGebra é realizada com a definição das dimensões dos lados e características dos objetos, antes da construção do mesmo, fazendo uso de comandos (botões) que apresentam, simultaneamente, o nome da propriedade que é representada de forma gráfica como um desenho no ícone do botão de comando que possibilita a associação das propriedades pelos alunos do Ensino Fundamental.

A ideia de rotação e medida de ângulos nos objetos digitais é mais aparente que nos objetos concretos, pois o objeto rotaciona em relação a um dos vértices enquanto que no objeto concreto, por não ter um ponto de referência para a rotação, isso não é tão evidente.

O uso dos objetos digitais sobre o plano quadriculado permite a visualização das relações entre as áreas dos objetos em relação à unidade de área (um quadriculado) sendo possível determinar a área pela contagem das unidades de área, com a visualização das figuras geométricas.

Na construção dos objetos pelos alunos do Ensino Médio, sobre o plano quadriculado, permite determinar as dimensões das arestas e os ângulos somente pela visualização das figuras geométricas, permitindo que o aluno trabalhe com a representação polar sem a apresentação formal dos conceitos.

Os resultados apontam que atividades com o uso de *tablets* é uma alternativa metodológica para a inserção das TIC na Educação Básica. Acredita-se que o professor de Matemática pode incluir no planejamento do processo de ensino e aprendizagem em Matemática aulas que utilizem como recurso os *tablets*.

Bibliografía

Albornoz Torres, A. C. de. (2010). GeoGebra . Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *23*, 201–210.

Almeida, M. E. B. de. (2008). Tecnologia na escola: criação de redes de conhecimentos. In *Tecnologias na Escola* (pp. 71–73).

Bairral, M. A. (2013). Do clique ao touchscreen: Novas formas de interação e de aprendizado matemático. *36ª Reunião Nacional Da Associação Nacional de Pós-Graduação E Pesquisa Em Educação*. Retrieved from http://www.anped.org.br/sites/default/files/gt19_2867_texto.pdf

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação*. Porto Codex: Porto Editora Ltda.

Brasil. (1996). Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. http://doi.org/10.1002/job

Brasil. Guia de Tecnologias Educacionais da Educação Integral e Integrada e da Articulação da Escola com seu Território (2013). Retrieved from http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=13018&Itemid=948

Dolz, J., & Schneuwly, B. (2004). *Gêneros orais e escritos na escola*. Campinas: Mercado das Letras.

Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry , algebra and calculus in the software system GeoGebra. Retrieved June 4, 2014, from http://www.GeoGebra.org/publications/pecs_2004.pdf

Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, *7*. Retrieved from http://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html

Moran, J. M. (2012). tablets e netbooks na educação. Retrieved February 12, 2013, from http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias_eduacacao/tablets.pdf

NCTM. (2014). *Principles to actions: ensuring mathematical sucess for all*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Nóvoa, A. (2007). Desafios do Trabalho do Professor no Mundo Contemporâneo. *Palestra de António Nóvoa*, 1–24.

Park, D., Lee, J.-H., & Kim, S. (2011). Investigating the affective quality of interactivity by motion feedback in mobile touchscreen user interfaces. *International Journal of Human-Computer Studies*, *69*(12), 839–853. Retrieved from http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1071581911000784

Perrenoud, P. (2000). *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Tang, A., Pahud, M., Carpendale, S., & Buxton, B. (2010). VisTACO: Visualizing Tabletop Collaboration. *ACM International Conference on Interactive Tabletops and Surfaces*, 29–38.

Autores:

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa: Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo PPGECIM, Universidade Luterana do Brasil, professor do curso de Matemática Licenciatura. Os interesses de pesquisa centram-se no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação.
Email: iaqchan@hotmail.com

Claudia Lisete Oliveira Groenwald: Doutora em Ciências da Educação pela Pontifícia de Salamanca na Espanha, professora do curso de Matemática Licenciatura e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil. Os interesses de pesquisa centram-se no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação e na formação de profesores de Matemática.
Email: claudiag1959@yahoo.com.br