

# **La Enseñanza del concepto de mediatriz y circuncentro basada en la teoría de Van Hiele, aplicada en estudiantes del 3° grado de secundaria empleando como uno de sus instrumentos un software de geometría dinámica**

Pedro Patricio Sudario <sup>1</sup>

## **Resumen**

*En el presente reporte de investigación se realiza una descripción acerca del trabajo del título en mención. Se hace una reflexión acerca del problema de investigación, se presenta una descripción del marco teórico a utilizar y de los instrumentos a emplear. Se pretende establecer cuál es el proceso adecuado para realizar la presentación en el aula del tema de mediatriz y circuncentro de un triángulo, si es posible mejorar la adquisición de estos conocimientos utilizando un software de geometría dinámica. Así mismo, en qué medida el diseño de actividades basadas en el modelo de aprendizaje de Van Hiele, teniendo como uno de sus instrumentos un programa de geometría dinámica, contribuye o no en la adquisición de los conceptos de mediatriz y circuncentro. Se presenta algunos ejemplos de las actividades diseñadas y se analiza algunos de los resultados obtenidos.*

## **El Problema de investigación**

En el presente reporte de investigación se busca establecer que la solución de problemas geométricos de manera eficiente en la educación secundaria requiere de una clara comprensión de los conceptos matemáticos que se encuentran inmersos en tales problemas.

---

<sup>1</sup> E 0137 "Miguel Grau Seminario", Lima-Perú

El aprendizaje de estos conceptos matemáticos dependen de múltiples variables, tales como lo señalan Gutiérrez y Jaime (1996) quienes sostienen que este aspecto es un problema muy complejo pues depende del tipo de material usado, la metodología de la enseñanza, la organización de los conocimientos y del tipo de actividades que se generan. Así mismo también depende del rigor matemático del concepto en juego.

La presentación de los diversos contenidos en la escuela y en los libros se realiza bajo las siguientes formas, tal como lo anotan Gutiérrez y Jaime (1996):

- Se enuncia una definición matemática del concepto en cuestión y luego se presentan ejercicios de memorización y reconocimiento de figuras concretas.
- Se presentan figuras que representan ese concepto y se hace una descripción de sus características y luego se define el concepto. Finalmente se plantea ejercicios de memorización y reconocimiento de figuras concretas.

Es evidente que hace falta un proceso de reflexión. Es en este contexto que situamos la manera en que se realiza la enseñanza de las líneas y puntos notables de un triángulo en las diferentes instituciones educativas escolares. Estos contenidos están comprendidos en la estructura del nuevo diseño curricular de la educación básica regular elaborada por el Ministerio de Educación del Perú.

Así mismo los textos escolares de matemáticas elaborados por el Ministerio de Educación, realizan la presentación de estos conceptos considerando solamente la definición matemática y la presentación de figuras prototípicas. Es así que no se pueden establecer la validez de conjeturas a menos que se realicen actividades de aprendizaje encaminadas a ese objetivo.

Existen diversas investigaciones que dan cuenta que el aprendizaje de estas líneas y puntos genera dificultades en muchos estudiantes. Uno de ellos es referido al trazado de la altura. En él, (Hershkowitz, 1990, citado en Gutiérrez y

Jaime, 1996) describe que los estudiantes con las imágenes más pobres, formadas por pocos ejemplos prototípicos, se encasillan en estos ejemplos o imágenes. Como consecuencia de ello se observa que hay éxito cuando se traza la altura trazada desde el vértice de un triángulo acutángulo y se genera fracaso cuando se traza la altura en un triángulo obtusángulo.

Gutiérrez y Jaime (1996), señalan que se genera confusión entre los conceptos de mediana y altura porque se tratan al mismo tiempo en la enseñanza elemental de los estudiantes. Se genera la integración de ambas imágenes conceptuales en una sola imagen debido a que, probablemente, los estudiantes recibieron muy pocos ejemplos prototípicos.

Si observamos que, se generan problemas con solamente dos conceptos, tales como la altura y la mediana, ¿qué podríamos esperar cuando quisiéramos presentar los cuatro conceptos (altura, mediana, bisectriz y mediatriz) al mismo tiempo? y más aún ¿qué pasaría si a cada uno de ellos les asociamos los puntos notables?

En este trabajo se busca diseñar actividades que permitan un aprendizaje correcto del concepto de mediatriz y de circuncentro en un ambiente apropiado y empleando una metodología adecuada. Una de las herramientas que se pretende utilizar en el diseño de actividades para el aprendizaje del concepto de mediatriz y circuncentro es un software de geometría dinámica.

Según el método socrático, tal como lo señala De La Torre (2003), se debe descubrir la verdad sobre el concepto que se está estudiando, pero no como resultado de una enseñanza, sino como consecuencia de una reflexión. El maestro debe estimular un proceso de reflexión e introspección en el aprendiz, gracias al cual llegará a conocer. El modelo de Van Hiele propone emplear este método. Los alumnos aprenden la materia hasta llegar a familiarizarse con los significados de los conceptos fundamentales. El maestro tiene que

asegurarse del interés de los alumnos en el problema y debe captar su atención desde el comienzo.

Bajo esta premisa se diseñarán las actividades de aprendizaje en el trabajo de investigación realizado.

### **Marco teórico**

Superar el problema planteado implica actos de reflexión y de análisis del estudiante. En ese camino debe ser capaz de realizar construcciones geométricas que tengan significado y para ello es importante su participación activa en el proceso.

El marco teórico formulado por los esposos Van Hiele es una alternativa para ello. Es una teoría de enseñanza y aprendizaje de la geometría y la idea básica es que este aprendizaje se hace pasando por niveles de pensamiento. El método es efectivo si se garantiza que cada uno de los estudiantes alcance la solución mediante su trabajo personal. El maestro no debe intervenir. Las conversaciones colectivas deben ser guiadas por el maestro, quien calibra la dificultad del problema para que los estudiantes conserven el interés hasta el final.

Berritzegune (2001) sostiene que según Van Hiele “el aprendizaje de la geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento”, “que no van asociados a la edad” y “que sólo alcanzando un nivel se puede pasar al siguiente”. Así mismo, toda persona que va a adquirir un conocimiento geométrico “pasa por todos esos niveles y, su mayor o menor dominio de la geometría, influirá en que lo haga más o menos rápidamente”. También refieren que en la base del aprendizaje de la geometría existen dos elementos importantes: el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos. Lo primero refiere que cada nivel está ligado al dominio de un lenguaje determinado. Lo último señala que solamente se puede asimilar aquello que corresponde al nivel de razonamiento que posee el individuo en ese momento.

Guillén (2004) sostiene que el modelo de Van Hiele está formado por dos componentes:

- Descripción de los distintos niveles de razonamiento geométrico, desde aquellos que van desde un razonamiento intuitivo hasta aquellos razonamientos formales y abstractos.
  - a. NIVEL 1: VISUALIZACIÓN O RECONOCIMIENTO
  - b. NIVEL 2: ANÁLISIS
  - c. NIVEL 3: ORDENACIÓN O CLASIFICACIÓN
  - d. NIVEL 4: DEDUCCIÓN FORMAL
  - e. NIVEL 5: RIGOR
- Descripción de cómo un docente organiza actividades de aprendizaje en sus clases para que los estudiantes puedan alcanzar un nivel de razonamiento superior al cual posean.
  - a. FASE 1: INDAGACIÓN O INFORMACIÓN
  - b. FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA
  - c. FASE 3: EXPLICITACIÓN
  - d. FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE
  - e. FASE 5: INTEGRACIÓN

### **Metodología**

Para la realización de la presente investigación se requiere de una metodología en la que el investigador debe integrarse totalmente con el trabajo a realizar. Se tendrá como escenario principal un aula del tercer grado de secundaria y los actores serán los estudiantes pertenecientes a este grado, quienes tendrán la oportunidad de manifestar sus ideas, creencias, concepciones con respecto al tema de la mediatriz y circuncentro de un triángulo.

La presente investigación buscará la interpretación de las ideas, creencias y concepciones de los estudiantes al ser enfrentados éstos a una situación de aprendizaje. Se utilizarán las acciones, los testimonios orales y escritos sobre cómo son construidas las situaciones por los protagonistas de la acción investigadora.

Un trabajo de este tipo permitirá visualizar la consolidación de un nivel en el modelo de Van Hiele, y el posterior alcance de otro.

Se propone entonces una forma de la evaluación de las respuestas de los estudiantes, de manera escrita, de test realizados, pero solo considerando ítems de respuesta libre.

Es así que se requiere del diseño de test escritos que deben suponer una aproximación a la cantidad de información que se podría obtener en una entrevista.

Propuesta esta herramienta, nos quedará señalar cómo podríamos determinar el nivel al cual ha llegado un estudiante, es decir, cuál será el número mínimo de respuestas correctas que se podría exigir para considerar que un estudiante ha alcanzado cierto nivel de Van Hiele (Usiskin 1982).

Jaime y Gutiérrez (1993) determinan que existe un progreso continuo en la adquisición de un nivel de razonamiento. Definen así el concepto de Grado de Adquisición de un nivel de Van Hiele. También plantean la forma de encontrar un procedimiento que permita evaluar a un estudiante y luego discriminar su progreso en la adquisición de un nuevo nivel. Para ello definen también Tipos de Respuesta, los cuales están enmarcados dentro de los parámetros del nivel de razonamiento en el que se contesta el ejercicio propuesto. Se toma en cuenta la veracidad y exactitud de la respuesta desde un punto de vista matemático así como la

consolidación en el uso de las características propias de ese nivel de razonamiento.

### **Algunos ejemplos y análisis de resultados**

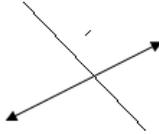
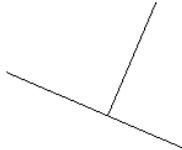
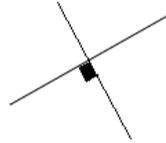
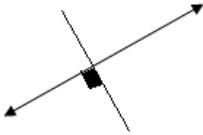
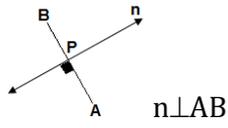
En la actividad 1 propuesta en la investigación se procura rescatar los conocimientos previos del estudiante. Por lo tanto según el modelo de Van Hiele, dentro de sus fases de aprendizaje, esta actividad corresponde a la Fase de Información.

Dentro de lo que se trata de rescatar como conocimiento previo de los estudiantes se tiene lo siguiente: el trazo de una recta perpendicular, la ubicación del punto medio de un segmento y la clasificación de los tipos de triángulos existentes: acutángulos, rectángulos, obtusángulos. De esto último depende la ubicación del circuncentro al trazar las mediatrices del triángulo dado.

Considerando las posibles respuestas de los estudiantes se formulan descriptores y previamente a ello se realiza una descripción de cada ítem propuesto. De acuerdo a ello se asignará un tipo de respuesta. Así se podrá identificar el nivel de razonamiento que tiene el estudiante. Como ejemplo presentamos el siguiente cuadro:

#### Ítem 1 (Nivel 1 y 2)

Con esta primera cuestión se pretende saber si los estudiantes son capaces de trazar una recta perpendicular a un segmento dado, pasando ésta por un punto particular de dicho segmento. Es evidente que ello requiere del conocimiento de las notaciones que se emplean para rectas y perpendicularidad de rectas y/o segmentos.

DESCRIPTOR	NIVEL	TIPO	EJEMPLO
A) No logra realizar la perpendicular al segmento en el punto señalado.	-	1	
B) Traza un segmento que pasa por el punto señalado, pero no es perpendicular al segmento.	-	1	
C) Traza una recta que pasa por el punto señalado, pero no es perpendicular al segmento.	-	1	
D) Traza un segmento o semirrecta perpendicular al segmento comenzando desde el punto señalado y dirigido hacia uno de los lados del segmento.	1	2	
E) Traza un segmento de recta perpendicular al segmento que pasa por el punto señalado y no emplea notación matemática.	1	3	
F) Traza una recta perpendicular al segmento que pasa por el punto señalado y no emplea notación matemática.	1	4	
G) Traza una recta perpendicular al segmento que pasa por el punto señalado y emplea notación matemática.	2	6	

## Referencias bibliográficas

- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1996). *“El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría”*. En S. Linares, V. Sánchez, J. Giménez Sánchez (Ed. Comares: Granada), *“El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria”*.(pp. 143 - 170)
- Bernardis, S., & Moriena, S. (2008). *ICME 11 11th International Congress on Mathematical Education*. Recuperado el 11 de Diciembre del 2009, de <http://icme11.org/node/1253>
- De La Torre, A. (2003). *“El método Socrático y el Modelo de Van Hiele”*. *Lecturas matemáticas* (pp. 99 - 121)
- Berritzegune, F. (2001). *“Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría”*. Recuperado el 11 de Diciembre del 2009, de <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/testuakonline/04-05/pg-04-05-fouz.pdf>
- Guillen, S., (2004). *“El Modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática”*. Educación Matemática, vol. 16. Santillana (pp. 103 - 125)
- Corberán, R. y otros (1994), *“Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la Geometría en la Enseñanza Secundaria basada en el Modelo de Razonamiento de Van Hiele”*. C.I.D.E., M.E.C.: Madrid.