

Propuesta didáctica para la enseñanza de la Geometría mediante el empleo de recursos tecnológicos

M.Sc. Eric Padilla Mora

Universidad Estatal a Distancia
epadilla@uned.ac.cr

M.Sc. Allan Guillermo Gen Palma

Universidad Estatal a Distancia
agen@uned.ac.cr

Lic. Domingo Dinarte Bustos

Universidad Estatal a Distancia
ddinarte31@gmail.com

Resumen: El desarrollo de la tecnología ha propiciado diversos cambios en las sociedades actuales. Sin embargo, al parecer en la educación aún no ha provocado esa transformación que responda a las necesidades de la actual generación, quizá por la resistencia y falta de capacitación de los diversos actores del proceso. En este artículo se analizarán aspectos relacionados con la tecnología y su aporte a la educación, la Matemática y particularmente la Geometría. Además, se plantean algunas recomendaciones respecto a la didáctica de la geometría a partir del uso de recursos tecnológicos.

Palabras claves: educación, programas de estudio, geometría, software, tecnología, didáctica, Matemática.

Introducción

El auge de la tecnología, principalmente a finales del siglo XX, con la aparición de las llamadas *nuevas tecnologías*, que evolucionaron a las actuales tecnologías de la información y comunicación (TIC), así como el desarrollo de Internet, podrían atribuirse, entre otras consideraciones, a la afluencia masiva de información y el uso de diversos medios digitales, asimilados casi de forma natural por las nuevas generaciones; producto de la dinámica con la cual se vive, donde la información, el conocimiento y las maneras de comunicarse están en constante cambio.

Por ende, no resulta casualidad que a la actual sociedad se le considere como “la sociedad de la información”, al respecto Martín-Laborda (2005) manifiesta:

Se ha configurado una nueva sociedad, la nueva Sociedad de la Información (SI) también denominada, si damos un paso más, Sociedad del Conocimiento, que se caracteriza por la posibilidad de acceder a volúmenes ingentes de información y de conectarse con otros colectivos o ciudadanos fuera de los límites del espacio y del tiempo. (p.4).

Por su parte Chamoso, García y Rodríguez (2011) argumentan que la inserción de la tecnología en la educación

No ha sido fácil por diversas razones como, por ejemplo, insuficiencia de ordenadores, escasez de software, aulas no preparadas, necesidad de una metodología diferente donde se modifica el papel del profesor y del alumno, escasez de directrices para desarrollarla, enseñanza tradicional fuertemente arraigada o falta de preparación del profesorado. (p.162)

Otra de las razones fundamentales que han dificultado su implementación en las aulas, según Hitt (1998, citado por Gamboa 2007), se debe a que los materiales que se encuentra el docente no son lo suficientemente convincentes ni se les ofrecen experiencias que le motiven a la implementación de la tecnología. Para Gamboa (2007) “[...] el profesor de matemáticas sentirá la necesidad del cambio cuando se le presenten materiales y estudios que muestren la efectividad de la tecnología en el aula” (p.19).

Ante estas situaciones, es necesario diseñar procesos de capacitación orientados a la sensibilización y concientización, y promover la inserción de la tecnología enfatizando en su didáctica, dado que podría suceder que existan instituciones equipadas tecnológicamente, pero los educadores no estén capacitados ni interesados en utilizarlos. Peor aún que los empleen sin el diseño de actividades y estrategias metodológicas que favorezcan los procesos de enseñanza y de aprendizaje, lo cual podría provocar no solo el aburrimiento en los estudiantes sino que además, impida el logro de los objetivos educativos propuestos.

Debe considerarse que al incorporar las TIC en el proceso de enseñanza esto no debe conllevar a un desafío, sino que debe verse como una necesidad para que los estudiantes puedan desenvolverse de una mejor manera dentro de la nueva sociedad; lo cual se convierte en la excusa ideal para introducir en la educación nuevos elementos que realicen una profunda transformación. La discusión ya no debe centrarse en si se emplea o no la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje, dado que debe comprenderse que la tecnología en la educación supone ser una manera para mejorar la calidad de la enseñanza y una vía para dar respuesta a las exigencias de la actualidad.

Al incorporar la tecnología a dichos procesos debe valorarse el rol asignado a la misma, es decir, si se está incorporando en los centros escolares desde un punto de vista tecnológico o también desde una perspectiva pedagógica y en qué medida, o si existe algún tipo de valoración de la eficacia para la mejora de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje. Es necesaria una transformación que modifique e influya en la metodología educativa a través de la interactividad, fomentando el trabajo colaborativo y, sobre todo, la innovación, la creatividad, el dinamismo y la flexibilidad.

El docente debe tener claro, que la tecnología no lo desplaza, por el contrario, resulta evidente que su utilización depende, en gran medida, de la actitud que este tenga hacia las mismas, de su creatividad y sobre todo de su formación tecnológica y pedagógica. Es fundamental considerar que

La tecnología no es la solución al problema del aprendizaje. La enseñanza no se puede automatizar y el profesor no se puede reemplazar. No obstante, las nuevas tecnologías abren espacios en los que el estudiante puede vivir experiencias difíciles de reproducir con los medios tradicionales como el lápiz y el papel. (Ureña, 2007, p.25)

La tecnología y su avance exigen cambios significativos en el ámbito educativo, es necesario que los docentes reconozcan el apoyo que ello podría generarle, sientan la necesidad de capacitarse en el conocimiento de diversas herramientas tecnológicas, pero sobre todo, en cómo emplearlas para el logro de un aprendizaje significativo. Corresponde a los entes gubernamentales brindar los espacios necesarios para capacitaciones, la infraestructura correspondiente y replantear de forma consecuente los Programas de Estudio del currículo educativo, con ello se pretende no solo una mejora cuantitativa sino además cualitativa de la educación.

Programas de Estudio, Matemática y tecnología

En Costa Rica a partir de la modificación a los Programas de Estudios en distintas asignaturas y específicamente en Matemática, en el 2012, se pretende un cambio sustancial del proceso educativo, lo cual se ha asumido como un reto para los diversos actores y ha evocado: la revisión y transformación del *curriculum*, la innovación en las estrategias metodológicas, y la propuesta de una enseñanza que tenga

como eje principal la resolución de problemas, donde la tecnología y su empleo se vislumbra como una aliada a partir de la selección consciente, inteligente y visionaria, dado que no se puede asegurar que el empleo de la misma conlleva al mejoramiento del aprendizaje.

Es a partir de la tecnología con sus diversas herramientas para realizar: cálculos aritméticos y algebraicos, cálculo de medidas de centralización y variabilidad, simulaciones, gráficas, gráficos y construcciones geométricas, entre otras, y el empleo de estrategias didácticas adecuadas que podría contribuirse con el desarrollo de habilidades como: razonamiento, argumentar, intuición, creatividad, colaboración, comunicación y análisis. En los Programas de Estudio (2012) se advierte:

La tecnología puede ser un poderoso aliado para potenciar el pensamiento matemático. Y es precisamente la resolución de problemas en entornos reales donde éstas pueden aportar sus beneficios de la mejor manera, en contexto de aprendizajes que favorezcan las habilidades y capacidades matemáticas. (p.41)

Además se enfatiza en que:

La utilización de tecnologías, sin embargo, no conduce necesariamente al mejoramiento de los aprendizajes en las Matemáticas, peor aún: un mal uso puede debilitarlos. La tecnología debe entonces introducirse de forma pertinente y precisa en los distintos niveles educativos y de acuerdo a las condiciones materiales y humanas existentes en el contexto educativo nacional. (p.41)

Se pretende que las técnicas, métodos y recursos empleados en las aulas, por parte de los docentes, que en ocasiones favorecían poco el logro de los objetivos, se transformen. Las lecciones deben convertirse en espacios más reflexivos, analíticos, dinámicos, interactivos y visuales, donde la tecnología a partir del empleo de videos, presentaciones multimedia o animaciones y la utilización de software específico, en ciertas áreas, pueda beneficiar la forma de presentar los contenidos a los estudiantes y contribuir con su asimilación y comprensión. Es claro que no se busca el uso de la tecnología como un fin en sí mismo.

Con el apoyo de la herramienta tecnológica en la enseñanza de la matemática, algunos problemas típicos que aparecen en las guías de estudio elaboradas por los docentes o en los típicos libros de texto podrán ser transformados en acciones no rutinarias, permitiendo a los estudiantes reflexionar sobre actividades del quehacer matemático y de la vida cotidiana, como la formulación de conjeturas, uso variado de argumentos y la forma correcta de comunicar resultados. Esto conlleva a que los docentes planifiquen sus clases de manera que los estudiantes vivan una nueva experiencia matemática, al estar éstos expuestos no solo a procesos algorítmicos sino también a la construcción de relaciones, “[...] es importante que el estudiante encuentre la solución de un problema y también que, siempre que sea posible, busque varias formas de solución y de la misma manera investigue otras conexiones o extensiones del problema”. (Camacho y Santos, 2004, p.107)

Otro aspecto a considerar es que el uso de la tecnología, en la enseñanza de la matemática, permite al docente diseñar situaciones de aprendizaje tomando en cuenta las necesidades del estudiante, así como aprovechar las características que presenta la herramienta tecnológica, lo cual según Gómez (2000) hace “[...] que el estudiante perciba que los problemas en matemáticas no tienen necesariamente una única estrategia de resolución”. (p.11)

Geometría y recursos tecnológicos

Un área que presenta dificultades en su enseñanza y en el aprendizaje de la Matemática corresponde a la Geometría, en parte por su nivel de abstracción que debe considerarse desde su inicio con las nociones básicas: espacio, plano, punto, recta, rayo y semirrecta, entre otros. Aunado, los recursos que usualmente

se emplean durante su enseñanza: tiza, pizarra, borrador, libro de texto, en algunos casos juego de geometría y el uso de material concreto, con los cuales se busca representar diversos conceptos y construcciones geométricas de manera estática.

De acuerdo con Argudo (2013), debería hacerse un replanteamiento sobre la forma en la cual se ha tratado de enseñar los diversos conceptos geométricos, dado que:

La forma tradicional de enseñar geometría se ha basado por tanto en el estudio de geometría estática, pudiendo considerarse la geometría dinámica como un campo bastante nuevo. Pero en la vida real las figuras se mueven, se desplazan, se producen cambio... por ello es tan importante fomentar el aprendizaje de la geometría dinámica en los centros, porque si no estaríamos dejando de enseñar muchos contenidos de gran importancia, sobre todo para futuros ingenieros, arquitectos, informáticos...o enseñándolos de estática, que más que fomentar la correcta comprensión del concepto la dificulta. (p.12).

Por ello, quizá con el empleo de recursos tecnológicos: pizarra electrónica, proyector, computadoras y algún software dinámico podrían favorecerse y contribuir su explicación y el aprendizaje.

Temas como: polígonos, círculo y circunferencia, y estereometría, así como las relaciones entre los diversos elementos y teoremas geométricos obtendría beneficios, dado que con un simple movimiento podría lograrse diversas transformaciones, situación que no se logra al representar, por ejemplo, un triángulo con tiza en la pizarra, al cual darle movimiento resulta prácticamente imposible. El poder visualizar, conjeturar y establecer resultados como *la suma de la medida de los ángulos internos en todo triángulo da 180°* o *la suma de todo ángulo externo es igual a la suma de la medida de los ángulos internos no adyacentes a él* o comprobar que las mediatrices en todo triángulo se intersecan en un punto y que dicho punto siempre está en el interior del triángulo, podrían tomar mayor sentido y comprensión si al manipular gran variedad de triángulos y variar su tamaño y posición se puede verificar que efectivamente así es.

Aportes que brinda la tecnología y algunos de los recursos en la web

La mayoría, de los programas han sido creados con el fin de estudiar los elementos de las figuras geométricas, las relaciones entre ellos y sus propiedades, a partir de la manipulación directa, lo cual según Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta (2004) en relación con los estudiantes, “[...] sirve para desarrollar las habilidades mentales que les posibilitarán acceder posteriormente al estudio formal de la geometría” (Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta, 2004, p.15). Además, agregan:

Con el acceso a la manipulación directa, la enseñanza de la Geometría ofrece un interesante desarrollo hacia una nueva conceptualización de ésta, como el estudio de las propiedades invariantes de las figuras geométricas. Al permitir la posibilidad de experimentar con una especie de “materialización” de los objetos matemáticos, de sus representaciones y de sus relaciones, los estudiantes pueden vivir un tipo de experimentación matemática que otros ambientes de aprendizaje no proporcionan. (p.15).

Las posibilidades de arrastre y desplazar los diversos objetos geométricos son quizá la gran diferencia que se puede encontrar respecto a los ambientes de aprendizaje tradicional. En las diversas aplicaciones cada figura construida se convierte en una serie de objetos que permite hacer todo un análisis, establecer conjeturas y aprobarlas o rechazarlas.

Por su parte el incremento de aplicaciones y software diseñado para el trabajo de la geometría ha sido notorio, algunos de ellos son:

- a) **Cabri-Géomètre II**: tipo comercial. Diseñado para geometría interactiva y al parecer es el más utilizado a nivel mundial. Incluye aplicaciones para geometría analítica, transformacional y Euclidiana. Sus funciones abarcan la construcción de puntos, líneas, triángulos, polígonos, círculos, entre muchas más.
- b) **CaRMetal**: programa gratuito multiplataforma de geometría dinámica, fácil de usar. Puede emplearse en el trabajo de los conceptos elementales como: rectas, rectas paralelas y rectas perpendiculares, segmentos, circunferencias, polígonos y ángulos.
- c) **GeoGebra**: es gratuito y es un programa de diseño y de cálculo simbólico para trabajar la geometría, el álgebra y las funciones, entre otras aplicaciones. Lo más destacable es su posibilidad de interactividad; una vez construida una figura se puede mover cualquiera de los objetos independientes que la forman y automáticamente se modifican todos los que dependen de él. Además, construida una figura, ésta puede ser exportada como HTML y así crear el applet correspondiente.
- d) **Geometer's Sketchpad**: software comercial, herramienta útil para explorar geometría. Se puede utilizar para hacer construcciones geométricas, con la ventaja que a diferencia de las que se hacen con lápiz y papel, estas se pueden cambiar de forma interactiva.
- e) **Poly**: comercial, está diseñado fundamentalmente para explorar poliedros.
- f) **Regla y compás**: libre, permite generar applet's geométricos interactivos.
- g) **Tangram**: libre, juego educativo universal. Ideal para trabajar en transformaciones isométricas.

Estos programas acentúan la posibilidad de generar construcciones interactivas, situación que podría favorecer de gran forma la enseñanza y el aprendizaje de conceptos básicos de la geometría, así como manipular los diversos objetos para establecer resultados a partir de la observación y experimentación, lo cual contribuiría con la comprobación de resultados y teoremas propios de dicha área. Además, se le atribuye al menos tres características elementales:

1. La capacidad de arrastre de las figuras construidas: esto tiende a constituirse en una gran ventaja. Con solo un movimiento se pueden generar un sin número de figuras que podrían ser empleadas para que los estudiantes: exploren, conjeturen y establezcan resultados o teoremas.
2. El uso extensivo de lugares geométricos y el permitir dejar huella de alguna figura cuando se le arrastra podría favorecer el descubrir hechos geométricos.
3. Las animaciones de las figuras o elementos, lo cual permite presenciar el proceso constructivo de un ente geométrico.

Es claro que la geometría es un área que ha sido beneficiada con el desarrollo de la tecnología. El uso de algún tipo de software, para la enseñanza, podría contribuir con el logro de los objetivos educativos y favorecer dicho proceso. Quizá, con la implementación adecuada de algún programa, se podría obtener mejores resultados, la posibilidad de dinamismo e interacción con los diversos entes geométricos es, sin duda, una de las grandes virtudes de las aplicaciones y contribuiría, por qué no, con el aprendizaje.

Propuestas didácticas para el uso de la tecnología en la enseñanza de la Geometría.

La enseñanza de los contenidos de geometría en los primeros niveles, de acuerdo con las posibilidades, debería realizarse a partir de la relación de los aprendizajes con la vida real de los estudiantes. Haciendo uso de las experiencias que los niños poseen, mediante el apoyo con actividades prácticas y con la manipulación de objetos concretos y familiares, se puede avanzar hasta llegar a la creación de formas más figurativas y simbólicas que faciliten la abstracción. El empleo de material concreto (estructurado o no estructurado): los geoplanos, los legos, los bloques, el tangram, la papiroflexia, el recorte,

construcción de figuras tridimensionales, el doblado de papel y construcciones con regla y compás son recursos muy valiosos; los cuales bien direccionados podría favorecer el aprendizaje.

Por su parte, los diversos recursos tecnológicos con que se cuenta en la actualidad parece no ser una limitante y empleados sea de forma exclusiva o como complemento a otros, podría contribuir con el diseño de estrategias metodológicas que favorezcan no solo la enseñanza. Es importante señalar que el empleo de la tecnología en el aula como herramienta didáctica, probablemente, logrará que las lecciones sean más amenas; sin embargo, no debe perderse de vista que lo fundamental es incitar el interés por un estudio más profundo de la Matemática y con ello lograr por parte de los estudiantes un aprendizaje significativo; por tanto, las situaciones que se propongan deben implicar un reto para los estudiantes.

En respuesta a la atención de los distintos niveles de escolaridad y del desarrollo cognitivo del estudiante, consideramos que los recursos tecnológicos podría ser empleados con diversos fines, esto en función de las estrategias metodológicas propuestas por el docente y fundamentalmente de los objetivos educativos planteados. Se analizarán algunos de ellos.

El uso de videos: pueden emplearse de diversas formas en el trabajo de aula, sea para: introducir el tema, presentar el contenido, desarrollar aspectos históricos, como complemento al desarrollo de la teoría, ilustrar conceptos, ejemplificar el uso o presencia de los conceptos en situaciones de la vida cotidiana o la naturaleza, entre muchas otras. De acuerdo con Infantes (2011),

[...] el uso del vídeo en clase facilita la construcción de un conocimiento significativo dado que se aprovecha el potencial comunicativo de las imágenes, los sonidos y las palabras para transmitir una serie de experiencias que estimulen los sentidos y los distintos estilos de aprendizaje en los alumnos. Esto permite concebir una imagen más real de un concepto.

Por otro lado, la imaginación vuela, los conceptos se reagrupan y se redefinen, y es entonces cuando la presencia del maestro se reafirma, ya que es él quien determina cómo, cuándo y para qué se debe utilizar, lo cual, le da sentido y valor educativo. (p.1)

No obstante, es importante que el docente revise no solo la calidad de la información sino también la pertinencia, y sobre todo que esta responda a los objetivos educativos propuestos. Sería conveniente que sea él quien diseñe el material.

El uso de software dinámico: de acuerdo con los objetivos educativos propuestos y del equipo disponible, el uso de software podría ser a partir de laboratorios, los cuales para Mora (1997) permiten dar un nuevo enfoque al aprendizaje de las Matemáticas, dado que se logra éxito en los siguientes aspectos:

- “Es un medio que ofrece oportunidad de alcanzar el dominio en el uso de abstracciones, al estudiante que no lo ha logrado. Por esta razón las lecciones laboratorio son particularmente adecuadas para considerar las diferencias individuales, para ayudar a los marginados culturalmente y para evitar la deserción.
- Las posibilidades de trabajo individual e independiente hacen que la lección laboratorio sea llamativa y provechosa para estimular la creatividad del estudiante talentoso.
- Como resultado de la independencia del laboratorio, las actitudes positivas hacia las matemáticas y hacia el profesor de matemáticas constituyen uno de los principales logros.
- La completación de un experimento se traduce en un producto individual o en un descubrimiento independiente que da al estudiante evidencia tangible del proceso realizado.” (p.221)

Por tanto se realizará una propuesta y clasificación de los laboratorios tomando, principalmente, como base el alcance cognitivo que estos podrían brindar, además, se propone algunas actividades que podrían servir de guía y motivación para la formulación de otras:

Laboratorios para visualización de figuras: consiste en presentar una serie de actividades en las cuales los estudiantes deben visualizar figuras y diversos cuerpos geométricos. Ideal para el análisis de traslaciones, simetrías y el reconocimiento de patrones, entre otros contenidos, en el cual determinan los diversos elementos que los conforman. Este tipo de actividades permite favorecer la visualización, reflexión, concentración, exploración y comunicación. En los primeros niveles de escolaridad sería un complemento al uso de material concreto.

Software recomendado: Poly, GeoGebra, Geometer's Sketchpad, Tangram, Regla y compás.

Algunos ejemplos:

- Identificar figuras planas en cuerpos sólidos, a partir del empleo de imágenes en contextos de la vida real.
- A partir de una imagen determinar cuáles figuras se pueden apreciar en ella y realizar clasificaciones de acuerdo con el número de lados, su forma y la medida de sus ángulos internos. Así como realizar una posible clasificación de ellas.
- Analizar una serie de imágenes para determinar cuáles han sido producto de traslaciones y cuáles de rotaciones de otra original.
- Se hacen túneles que atraviesan un cubo grande como se indica en la figura

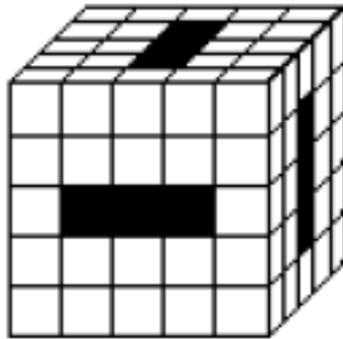
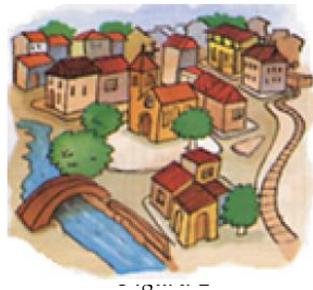


Figura 1

Con base en dicha información y la figura, determine cuántos cubos pequeños quedan.

- El siguiente dibujo, mostrado en la figura 2, corresponde a una toma panorámica de cierto pueblo.



Actividad tomada de Godino, J y Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*

Si las siguientes imágenes son posibles planos ¿Cuál de ellos corresponde al de la imagen del pueblo?
Justifique su respuesta

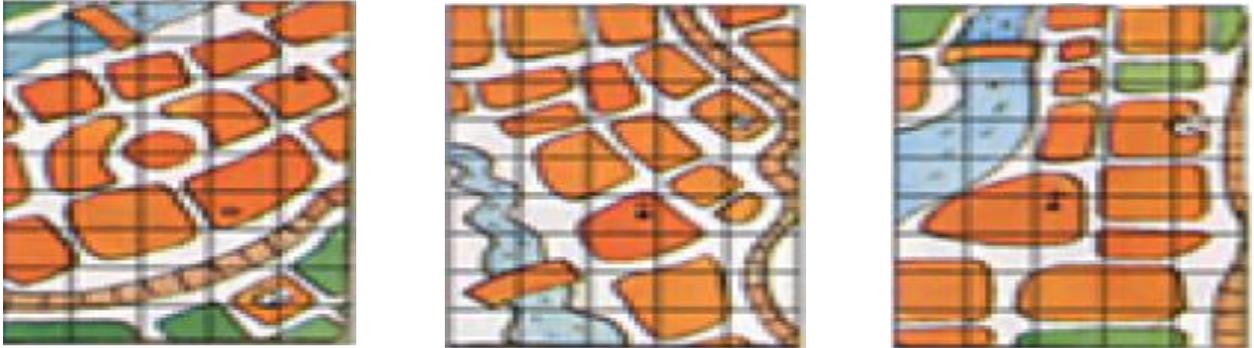


Figura 3

f) Considere las seis posiciones dadas de un mismo cubo.

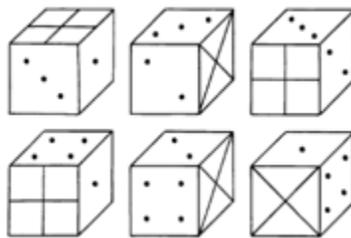


Figura 4

Si la siguiente figura 5 corresponde al desarrollo del cubo, con base en la figura anterior, en cada cuadro escriba el número o figura que corresponda.

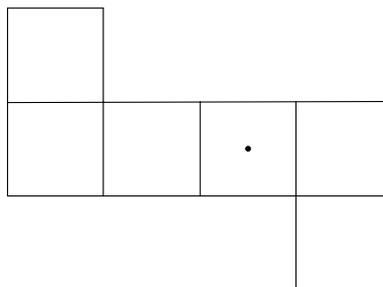


Figura 5

Laboratorios para exploración de conceptos: se pueden presentar situaciones donde se enfatiza la comprensión de conceptos a partir de gráficos, tablas, imágenes u otros cálculos. Son ideales para establecer caracterizaciones de los conceptos.

Software recomendado: Poly, GeoGebra, Geometer's Sketchpad, Tangram y CaRmetal.

Algunos ejemplos:

- Dado un rectángulo, a partir de la manipulación de uno de los vértices, comprobar que sus ángulos internos son rectos, así como que las diagonales son congruentes. Esta actividad podría adecuarse para cualquier figura.
- Si la casa de Pedro está a la misma distancia de la de Ana (casa A) y la de Luis (casa B). De acuerdo con la siguiente figura 6 en la cual se indican las posiciones de las casa de Ana y Luis ¿Será posible encontrarle más de diez posiciones a la casa de Pedro?



Casa A



Casa B

Figura 6

- A partir de una imagen o fotografía comprobar, por ejemplo, cuáles ventanas tienen forma rectangular (no cuadrada) y cuáles de ellas son cuadradas.
- Reconocer ejes de simetría en diversas figuras.
- Identificar los diversos elementos que conforman a los diversos cuerpos sólidos.
- Que la altura en cualquier triángulo es perpendicular al lado opuesto o a su prolongación.

Laboratorios para construcción de figuras: los cuales pretenden que el estudiante a partir de la definición y con el uso de algún software logre construir algunas figuras o trate de representar imágenes que han sido previamente diseñadas, es importante que al finalizar la construcción se justifique de forma clara cada uno de los argumentos empleados.

Bajo esta estructura se puede solicitar al estudiante que realice diversas construcciones. La idea fundamental es reforzar los conceptos y justificar cada uno de los procesos realizados, debe existir un razonamiento lógico que acompañe la construcción. Otra técnica que se podría emplear es el dictado de figuras. Este tipo de laboratorios podría estar acompañado del uso de construcciones con regla y compás.

Software recomendado: Poly, GeoGebra, Geometer's Sketchpad, Tangram, Regla y compás.

Posibles actividades:

- Representar diversos elementos geométricos: un segmento y dividirlo en tres partes iguales, ángulos, mediatrices y polígonos regulares e irregulares, entre otros.
- Construir la circunferencia inscrita y circunscrita en un polígono regular.
- Dado un círculo, sin conocer el centro, construir el diámetro.
- Dado un segmento y su medida, construir un triángulo equilátero cuya altura tenga la misma longitud que el segmento dado.
- Construir diversos cuerpos sólidos.
- Considere la siguiente cuadrícula y la figura dada en ella. Tomando al punto **K** como uno de los vértices reproducir el triángulo REV.

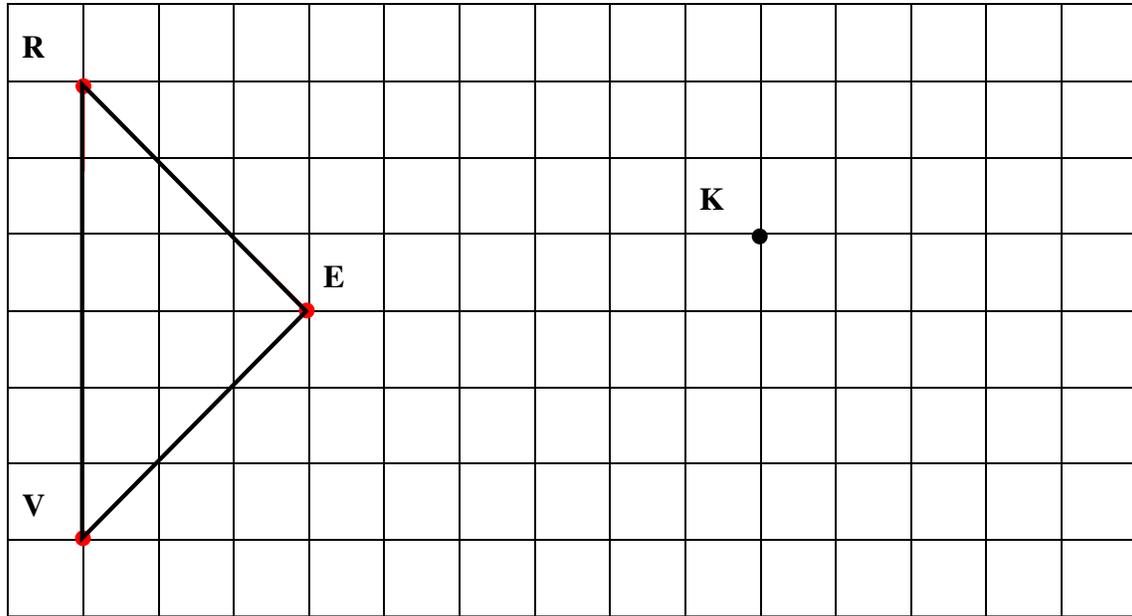


Figura 7

Existirá una única posición para la reproducción de dicha figura. Justifique.

Laboratorios de verificación: con su implementación se puede comprobar o verificar, de manera experimental, algún resultado abstracto.

Software recomendado: GeoGebra, Geometer's Sketchpad, Cabri-Géomètre II, Regla y compás, CaRmetal.

Algunas actividades:

- Se solicita al estudiante que construya un triángulo cualquiera y trace la altura sobre cada uno de los lados o su prolongación. Luego se indica que verifique que el área de la región triangular es la misma independientemente del lado que se utilice como base.
- Verifique que el área de toda región cuadrada inscrita en una circunferencia de radio " r " está dada por la fórmula $A = 2 \cdot r^2$.
- Comprobar que la medida de cualquier ángulo externo en un triángulo es igual a la suma de la medida de los ángulos internos no adyacentes a él.
- Dado un ángulo inscrito en una circunferencia comprobar que su medida es igual a la mitad de la medida del arco que lo subtiende.
- Considere las siguientes rectas l_1 y l_2 en la siguiente figura 8

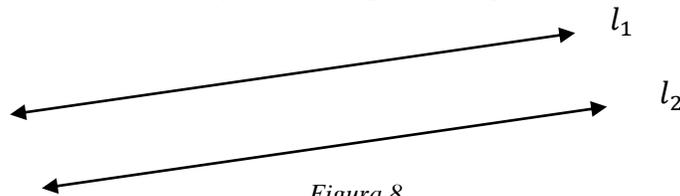


Figura 8

¿Cómo harías para comprobar o verificar si son o no paralelas?

- f) Construya un segmento AB y trace la mediatriz de dicho segmento. Marque un punto P sobre la mediatriz y al punto medio del segmento desígnelo con M . Además, construya los segmentos AP y BP . Verifique que la mediatriz es un eje de simetría de la figura.
- g) Comprobar que en un prisma recto sus caras laterales son cuadriláteros.

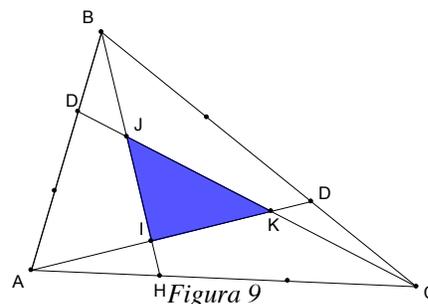
Laboratorios de experimentación y descubrimiento: presenta situaciones donde se pueda conducir al estudiante a establecer algún método para resolver un problema. Este tipo de laboratorios requieren despertar en el estudiante una sospecha a través de la observación de un patrón.

Software recomendado: GeoGebra, Geometer's Sketchpad, Cabri-Géomètre II, Regla y compás, CaRmetal.

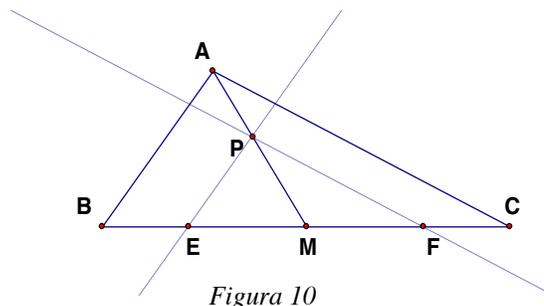
Algunas actividades:

- a) Construya una circunferencia y un punto en el exterior de ella. Trace dos rectas tangentes desde dicho punto a la circunferencia y mida los segmentos que van desde el punto exterior hasta el punto de tangencia. Arrastre diversos elementos de la circunferencia y el punto exterior ¿Qué puede concluir con la medida de ambos segmentos?

- b) En un triángulo cualquiera ABC se marcan los puntos que dividen a cada lado en tres partes iguales y se unen con el vértice opuesto, tal como se indica en la figura 9; los segmentos así trazados determinan el triángulo IJK . ¿Qué relación hay entre las áreas de las regiones triangulares ABC e IJK ?

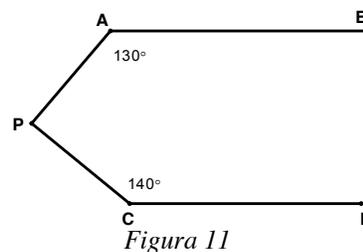


- c) Considere el triángulo ABC mostrado en la figura 10 adjunta. Sea M el punto medio del segmento BC y P un punto cualquiera de la mediana AM . Si además, se trazan rectas que pasen por P y sean paralelas a los lados AB y AC que cortan a \overline{BC} en los puntos E y F respectivamente ¿Qué relación hay entre los segmentos EM y MF ? ¿Dónde hay que situar el punto P para que $\overline{BE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FC}$?



- d) Construir figuras semejantes y establecer relaciones o conjeturas entre la medida de los lados, el perímetro y el área.

- e) Considere la siguiente figura 11 en la cual $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.



De acuerdo con los datos en ella. Determine $m\angle APC$. Justifique su respuesta.

Construcciones y demostraciones: bajo esta modalidad se pretende que el estudiante realice alguna construcción, establezca alguna conjetura y luego demuestre si es válida o no.

Software recomendado: GeoGebra, Geometer's Sketchpad, Regla y compás, *Cabri-Géomètre II* y CaRmetal.

Posibles actividades:

- Construya un triángulo isósceles, trace la altura sobre el lado desigual. Luego mida la longitud de los segmentos en los cuales ha quedado dividido el lado desigual ¿Qué puede concluirse? ¿Será dicha altura una mediana del triángulo? Realice una demostración para cada una de sus conclusiones.
- Construya una circunferencia, trace una cuerda cualquiera y un radio que sea perpendicular a dicha cuerda. Verifique que dicha cuerda es bisecada por el radio. Realice una demostración que compruebe dicho resultado.
- Verifique que en una misma circunferencia o en circunferencias congruentes, cuerdas congruentes equidistan del centro. Luego realice una demostración de este resultado.
- Verifique si una región poligonal regular se satisface o no que $A = \frac{nl^2 \tan\left(\frac{m\angle i}{2}\right)}{4}$, donde n es el número de lados, l es la longitud del lado y $m\angle i$ es la medida del ángulo interno. Además, en caso de cumplirse dicho resultado demuéstrela.
- Dados dos puntos en el plano con coordenadas (x_0, y_0) y (x_1, y_1) demostrar que la distancia entre estos dos puntos está dada por: $d = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$.
- Demostrar que en toda circunferencia se satisface la relación $r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$ con r la medida del radio y (h, k) el centro.

Es importante que el rol protagónico sea del estudiante, quién deberá finalizar cada uno de los laboratorios propuestos, y contribuir, así, con su formación y aprehensión del conocimiento. Por su parte, el profesor será un guía y motivará a partir de las actividades planteadas para cada una de las lecciones, por tanto cada actividad propuesta, dentro de los laboratorios, conllevará un planeamiento didáctico.

Conclusiones

El incorporar recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza no debe verse como un desafío, sino más bien como una necesidad para que los estudiantes puedan desenvolverse de una mejor manera dentro de la nueva sociedad; además, resulta ser la excusa ideal para introducir en la educación nuevos elementos que realicen una profunda transformación. Debe comprenderse que la tecnología en la educación supone ser una manera para mejorar la calidad de la enseñanza y una vía para dar respuesta a las exigencias de la actualidad.

En empleo de tecnologías sin estrategias didácticas adecuadas, podrían no conducir con la mejora de los aprendizajes. La tecnología debe entonces introducirse de forma pertinente y precisa en los distintos niveles educativos y de acuerdo con las condiciones materiales y humanas existentes en el contexto educativo nacional.

La enseñanza de la Geometría a partir del empleo de software dinámico podría verse beneficiada dado que con un simple movimiento se logran diversas transformaciones. Las posibilidades de arrastre y desplazar los diversos objetos geométricos son quizá la gran diferencia que se puede encontrar respecto a los ambientes de aprendizaje tradicional.

La enseñanza de los contenidos de geometría en los primeros niveles debería realizarse a partir de la relación de los aprendizajes con la vida real de los estudiantes. El empleo de material concreto (estructurado o no estructurado) y de construcciones geométricas con regla y compás son recursos muy valiosos, los cuales bien direccionados podría contribuir a favorecer el aprendizaje. Esto podría permitir avanzar hasta llegar a la creación de formas más figurativas y simbólicas que faciliten la abstracción hasta llegar, en los últimos niveles, a establecer conjeturas y demostraciones.

Los diversos recursos tecnológicos con que se cuenta en la actualidad parece no ser una limitante y empleados sea de forma exclusiva o como complemento a otros podría contribuir con el diseño de estrategias metodológicas que favorezcan no solo la enseñanza. Es importante señalar que el empleo de la tecnología en el aula como herramienta didáctica, probablemente, logrará que las lecciones sean más amenas; sin embargo, no debe perderse de vista que lo fundamental es incitar el interés por un estudio más profundo de la Matemática, por tanto las situaciones que se propongan deben implicar un reto para los estudiantes.

Referencias Bibliográficas

- Argudo, M. (2013). Las TIC y el aprendizaje de la Geometría. Recuperado de: http://dspace.ceu.es/bitstream/10637/5626/1/TFM_Argudo%20Ortiz,%20Marta.pdf
- Camacho, M. y Santos, L. (julio, 2004). *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (37), Año X, 105-122, Editorial Grao.
- Castiblanco, A. Urquina, H. Camargo, L. y Acosta, M. (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Recuperado de http://www.colombiaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113753_archivo.pdf
- Chamoso, J. García, J. y Rodríguez, M. (2011). Análisis de una experiencia de contenidos estadísticos con tecnología hipermedia para la formación de docentes. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Año 6. Número (8). Junio 2011.
- Fernández, T. (2016). Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometría. Memoria del IX Festival Internacional de Matemática. Costa Rica. ISBN 978-9968-641-33-3.
- Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de la Matemática. Tecnologías digitales en la educación matemática. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 2. Número 3. CIMM/UCR.
- Godino, J y Ruiz, F. (2002). Geometría y su didáctica para maestros. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf

- Gómez, P (2000). Tecnología y Educación Matemática. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/319/1/GomezP97-1919.pdf> ISSN: 2172-752x
- Infantes, C. (2011). El video de como recurso didáctico. Recuperado de <http://www.auladelpedagogo.com/2011/03/el-video-como-recurso-didactico/>
- Martín-Laborda, R. (2005). Las nuevas tecnologías en educación. Cuadernos/sociedad de la información (5). A una fundación. España. Recuperado de <http://estudiantes.iems.edu.mx/cired/docs/ae/pp/fl/aepflp11pdf01.pdf>
- Ministerio de Educación Pública. (2012). Programas de Estudio de Matemática. San José, Costa Rica.
- Mora, W (1997). Ideas sobre la lección laboratorio asistida por computadora. Memoria del V Encuentro Centroamericano de Investigaciones en Matemáticas.
- Ureña, W. (2006). Impacto de la tecnología en la educación. Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajos-pdf/impacto-tecnologia-educacion/impacto-tecnologia-educacion.pdf>