En matemática es importante tanto la teoría como la práctica: el papel de las definiciones

Lic. Wendy Zamora Monge
Facultad de Educación
Universidad de Costa Rica
wendy.zamoracr@gmail.com

Resumen: En el presente ensayo, se hace una breve exposición teórica en torno al papel y valor de las definiciones en la Educación Matemática. Para ello, se establece qué se podría considerar un mito matemático, así como sus posibles implicaciones en la enseñanza de esta disciplina, también se asume que se podría considerar como una definición matemática, se comenta sobre el valor de las mismas dentro de la Educación Matemática, finalmente, se presenta un ejemplo que sirve de referencia para evidenciar lo expuesto.

Palabras clave: definiciones, mitos, Educación Matemática, proceso educativo.

Mitos matemáticos

Durante el proceso de aprendizaje en la Matemática es posible encontrarse de frente con diferentes representaciones sociales, estereotipos, construcciones ideológicas y varios mitos matemáticos que, en lugar de favorecer la Educación Matemática, más bien se convierten en serios obstáculos que propician visiones distorsionadas de lo que es la disciplina y de lo que podría ser el educarse matemáticamente, debido a que las ideas y creencias que podamos tener en relación a cualquier situación, objeto o persona, definitivamente nos llevan a comportarnos de una determinada manera hacia esa situación, ese objeto o esa persona, como se dice por ahí, las ideas tienen consecuencias.

Para ser un tanto específico, al respecto, se tiene que una de las acepciones de la palabra mito dada en el Diccionario de la Real Academia, dice que, mito es la "Persona o cosa a las que se atribuyen cualidades o excelencias que no tienen, o bien una realidad de la que carecen". De ahí que, podríamos establecer que, un mito matemático, se refiere a un conjunto de ideas a las que se atribuyen cualidades o excelencias [a la Matemática] donde ésta no la tiene, o bien, atribuirle a esta disciplina, una realidad de la que carece.

Por ejemplo, comúnmente se escucha decir en las clases de Matemática, tanto por parte de estudiantes como de docentes, que la Matemática es de una determinada manera y por ello se debe aprender de acuerdo a cómo dicha creencia lo dicte. Por lo general, persisten las ideas que sostienen que la Matemática es una ciencia ya acabada, ya dada, estática, que simplemente debe enseñarse bajo el modelo de explicaciones magistrales del docente, proseguidas por bastantes ejercicios a resolver por los discentes, esta idea acerca de la Matemática y su aprendizaje, puede considerarse un mito matemático. A dicho mito Alcalá (2002) le denominaría estilo de enseñanza "De la mente del maestro a la del aprendiz mediante la explicación verbal y el ejercicio repetido".

Cualquier profesor de Matemática podría atestiguar que frases como las siguientes han sido comunes entre los y las estudiantes: "muchas cosas de Mate las puedo hacer con la calculadora, por eso hay que hacer más práctica que cualquier otra cosa", o "profe, no gastemos tanto tiempo en la teoría, más bien hagamos más prácticas", "profe, mi hermano estudia ingeniería y me dice que la mate se aprende practicando mucho", entre otras.

Asimismo, cualquier estudiante de secundaria (e incluso de universidad) podría afirmar que ha escuchado frases como: "vean, de nada les sirve venir a clases si ustedes no practican lo visto", "pongan atención, porque ejercicios como éstos vienen en el examen, así que deben ver cómo se resuelven", por dar algunos ejemplos.

Dichas frases, como se ha dicho, dan a entender que la disciplina matemática no es más que un conjunto de algoritmos y procedimientos que deben ser entendidos para luego poder repetirlos. De manera resumida, parece ser una idea muy generalizada y culturalmente aceptada aquella que reza que *la Matemática es pura práctica*, con lo que se quiere decir, casi al mismo tiempo, que no existen otros tipos de aprendizajes, más que el operatorio.

Esta idea entonces puede denominarse un mito matemático. Ya que atribuye a la práctica de ejercicios matemáticos una omnipotencia epistemológica que no termina de tener.

Quizá sea cierto que cuando las personas piensan en Matemática, usualmente piensen en números, cálculos, resultados de ejemplos y ejercicios determinados a partir de ejecutar ciertas operaciones matemáticas y aplicar propiedades de esta materia (tales como las propiedades de las operaciones básicas), entre otras cuestiones; en fin, piensan en lo que podría denominarse una Matemática algorítmica, cuyos contenidos ya están dados y por lo tanto, sólo deben enseñarse y aprenderse como una mera transmisión y repetición mecánica de algoritmos.

Sin embargo, desde la Didáctica de la Matemática se establece que esta disciplina está lejos de ser simplemente algorítmica; se establece también que su enseñanza va más allá de la reproducción de cálculos y reglas mecánicamente aprendidas. Pues existe todo un cuerpo teórico de conocimiento matemático que no puede ser subestimado ni omitido (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Lee, 2006, Fandiño, 2011). Por ejemplo, Alcalá (2002) caracteriza el aprendizaje matemático a partir de tres rasgos sobresalientes: conceptual, operatorio y simbólico.

Por lo tanto, en Matemática los contenidos declarativos y conceptuales no deben omitirse. Más aún, cuando lo que se persigue es el aprendizaje significativo de esta disciplina e incluso ir más allá, cuando lo que se persigue es la educación matemática de las personas, no basta pensar en que educar matemáticamente consiste sólo en enseñar algoritmos. Tal y como señala Bishop (1999, en Alcalá, 2002)

> Educar matemáticamente a las personas es mucho más que enseñarles simplemente algo de matemáticas. Es mucho más difícil de hacer y los problemas y las cuestiones pertinentes constituye un reto mucho mayor. Requiere una consciencia fundamental de los valores subyacentes en las matemáticas y un reconocimiento de la complejidad de enseñar estos valores a los niños. No basta simplemente con enseñarles matemáticas: también debemos educarles acerca de las matemáticas, mediante las matemáticas y con las matemáticas (p.14).

De igual modo, Fandiño (2010) señala que,

> […] salta a la vista de todos los docentes el hecho que un aprendizaje concluso con éxito en matemática es de considerarse una óptima combinación de aprendizajes específicos y diferentes. En matemática, de hecho, no basta haber construido un concepto, sino que es necesario saberlo usar para efectuar cálculos o dar respuestas a ejercicios; combinarlo con otros o con estrategias oportunas para resolver problemas; es necesario saber explicar a sí mismo y a los otros el concepto construido o la estrategia seguida; se requiere un uso sapiente de las transformaciones semióticas que permiten pasar de una representación a otra. (p.15)

Pues para esta autora en particular,

> El aprendizaje de la matemática comprende como mínimo 5 tipologías de aprendizajes diferentes, aunque no libre de superposiciones: aprendizaje conceptual (noética); aprendizaje algorítmico (calcular, operar, efectuar, solucionar, …); aprendizaje de estrategias (resolver, conjeturar, deducir, inducir, …); aprendizaje comunicativo (definir, argumentar, demostrar, validar, enunciar, …); aprendizaje y gestión de las representaciones semióticas (tratar, convertir, traducir, representar, interpretar, …). (Fandiño, 2010, p.17)

Los anteriores planteamientos permiten una mayor comprensión de lo que implica el educarse matemáticamente, ir más allá de aprendizajes algorítmicos, y favorecer desde un inicio el aprendizaje conceptual (noética). También, es oportuno acotar en relación a esta tipología que, según esta autora, el aprendizaje comunicativo ha sido el más olvidado y omitido de todos los tipos de aprendizaje, pese a que desde hace quince años ha habido una mayor sensibilización en torno a él, en la literatura científica de Educación Matemática, debido precisamente a su importancia.

Al articular los anteriores señalamientos podemos decir que, es necesario que haya aprendizajes conceptual, comunicativo y de gestión de las representaciones semióticas de la Matemática, es decir, que haya un aprendizaje más allá de lo algorítmico.

De ahí que, deba considerarse que para aprender Matemática, es necesario aprender el lenguaje matemático específico propio de la disciplina, es decir, se requiere aprender a operar y trabajar con los símbolos, signos y palabras necesarias y de la forma adecuada a cada situación y contexto, tal y como lo plantean Pimm (1990), Alcalá (2002) y Lee (2010).

Dicho esto, en un primer momento, es necesario que se aprendan términos y conceptos matemáticos. Por ello se hace necesario que, cuando se eduque matemáticamente a las personas se dé lugar a la valorización de este cuerpo teórico. No con el fin de formar especialistas en Matemática pura, ni con el de reproducir estereotipos de aprendizajes mecánicos de fórmulas y propiedades, o estigmas o modelos o patrones que sobrevaloren una Matemática estática y acabada, tampoco se trata de volver el aprendizaje de la Matemática como algo lleno de formalismos, sino más bien con el de presentar al estudiantado un rostro y naturaleza de esta ciencia más integrales.

Con el fin de transformar las aulas de Matemática en comunidades de aprendices de esta disciplina, donde la idea principal, según Clare Lee (2006) será que, los estudiantes aprendan a hablar el discurso matemático, apropiándose al mismo tiempo de la forma en que se hace y se piensa Matemática.

La idea central en este punto, es que, al educar matemáticamente a las personas, también, se les inculque la idea de que, la teoría matemática es hermosamente útil como herramienta para la resolución de problemas y más aún, a la hora de modelar y describir situaciones innumerables de la realidad.

Pues según Mercer (1997), es necesario conocer los distintos lenguajes presentes tanto en las disciplinas científicas como en la vida cotidiana, para poder acceder a las distintas informaciones y conocimientos presentes en estos ámbitos.

Asimismo, como se ha dicho, Lee (2010) señala que una parte importante del aprendizaje de la disciplina matemática tiene que ver con que los y las estudiantes puedan verse a sí mismos como aprendices del lenguaje matemático, pues sólo así se puede conformar o llegar a ser parte de comunidades de discurso matemático, comunidades en las que las personas se educan matemáticamente.

De igual modo, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) de los Estados Unidos, señala que la comprensión de conceptos matemáticos es requerida para que se gestione la *elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión*, una de las ocho características de una enseñanza eficaz de las Matemáticas –características según las cuales, también, se pueden orientar la labor docente de planificación, preparación e implementación de estrategias didácticas. Al respecto se plantea

"Una enseñanza de las matemáticas efectiva logra la fluidez en los procedimientos basados en la comprensión conceptual, de manera que los estudiantes, con el tiempo, se vuelvan hábiles en el empleo flexible de procedimientos, a medida que resuelven problemas contextuales y matemáticos." (NCTM, 2015, p.43).

Demás está señalar que para que se dé dicha comprensión conceptual se deben gestionar dichos conceptos a partir de definiciones propiamente matemáticas.

Por tanto, se debe fomentar una cultura más amplia alrededor de la educación en esta disciplina, una cultura donde se piense que:

> "*En Matemática es importante, tanto la teoría como la práctica*"

Al final de este acápite, debe decirse que, en cuanto a la enseñanza del cuerpo teórico de la disciplina hay mucho por detallar, para efectos de este escueto ensayo, nos detendremos apenas y de forma breve en reflexionar acerca del papel de las definiciones matemáticas.

¿Qué es una definición? y ¿Cuál es su valor en la Matemática?

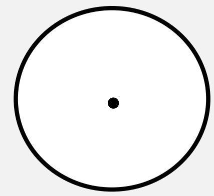
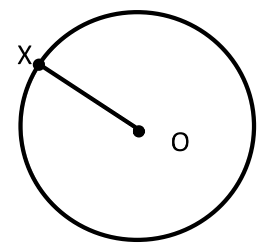
Según el Diccionario de la Real Academia Española, una de las acepciones de la palabra *definición* es "Proposición que expone con claridad y exactitud los caracteres genéricos y diferenciales de algo material o inmaterial."

Para el caso de la Matemática, tendremos entonces que, una *definición matemática* será aquella "proposición que expone con claridad y exactitud los caracteres genéricos y diferenciales de los objetos matemáticos".

Por ejemplo, si quisiéramos resolver problemas y ejercicios que involucren el uso de circunferencias, se hace obligatorio establecer, sea cual sea el nivel en el que se trabaje, qué se entenderá por circunferencia, esto tiene como propósito trabajar con la idea de lo que ésta significa y con las implicaciones de ese significado, por ello es necesario hacer referencia a sus partes y correspondientes propiedades derivadas de las características que de dicha definición se desprenden.

Además, tal ejercicio nos evitará cuestiones confusas, pero propensas a suceder, como la de pensar o hablar acerca de la circunferencia de manera limitada, por no conocer la "naturaleza" de este concepto en toda su amplitud, con todas las características y propiedades que pueda tener.

Por ejemplo, en la tabla que a continuación se presenta, se incluyen tres definiciones del término *circunferencia*, usadas en diferentes niveles de escolarización. Al parecer, las definiciones son distintas, por la forma y las palabras utilizadas, pero en esencia determinan un mismo concepto, pues en las tres se expone con claridad y exactitud los caracteres genéricos y diferenciales de lo que es una circunferencia: conjunto de puntos en un plano, equidistantes de un punto llamado centro.

NIVEL	**DEFINICIÓN**	**REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA QUE ACOMPAÑA LA DEFINICIÓN**
SEXTO AÑO (PRIMARIA)	La **circunferencia** es una línea curva, cerrada y contenida en un plano, en la que todos sus puntos están a igual distancia de un punto llamado centro. (Tomada de Santilla, 2008, p. 6).	
QUINTO AÑO (SECUNDARIA)	Una **circunferencia** es el conjunto de puntos del plano que están a una misma distancia $\boldsymbol{r}$ de un punto O. El punto O se llama **centro** de la circunferencia. El segmento que une a O con cualquier punto de la circunferencia se llama **radio**. Además, al valor $\boldsymbol{r}$ también se le llama radio. En la figura, $\overline{OX}$ es un radio, y $OX = r$ (Gómez, 2006, p. 168).	
CURSO UNIVERSITARIO	**Circunferencia** es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que se conserva siempre a una distancia constante de un punto fijo de ese plano. El punto fijo se llama *centro* de la circunferencia, y la distancia constante se llama *radio*. (Lehmann, 1968, p. 103).	No hay.

El hecho de tener claridad conceptual, en torno a lo que es una circunferencia y en torno a cualquier término, brindará a los y las estudiantes mayores oportunidades para apropiarse de los objetos matemáticos. Pues si las personas involucradas en un mismo intercambio comunicativo, comparten las mismas significaciones de los conceptos empleados en tales intercambios, es mayor la posibilidad de que, puedan llegar a entender el mensaje enviado en éstos (Lee, 2006; Edwards y Mercer, 1998; Mercer, 1997).

Al respecto Hernández (2009) señala que las definiciones sirven para enseñar a los y a las estudiantes a encontrar precisión y claridad al aprender términos y que el uso de ellas se convierte en una estrategia didáctica básica para enseñar a escribir, autocorregirse y tomar apuntes en el aula, las cuales a su vez, se sabe son destrezas muy importantes para lograr dominio de lo que diferentes autores denominan *registro matemático* (Pimm, 1990; Alcalá, 2002; Lee, 2006).

Hernández (2009) al igual que Lee (2006) concuerdan en que, en el aula estos espacios deben corresponderse con momentos de producción intelectual y creativa por parte de todas las personas involucradas en el proceso educativo, lo cual implica que deben abrirse espacios para tener diálogos y conversaciones matemáticas entre todos los participantes. Ya que, según Hernández (2009) "Las definiciones no surgen de la memoria mecánica o de la repetición de las palabras dichas por la maestra o el maestro, sino constituyen [re]construcciones significativas de aprendizaje de los estudiantes." (p.71)

Además, en nuestro contexto educativo el nuevo Programa de Estudio de Matemática del Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012), busca propiciar el desarrollo de competencias matemáticas, por medio de una serie de *procesos matemáticos*. En los cuales se hará necesario que todos los involucrados estén, por decirlo de algún modo "en la misma frecuencia, hablando el mismo idioma".

En cuanto a los *procesos matemáticos*, el MEP (2012) señala que:

> Los *procesos matemáticos* se entienden aquí como actividades cognitivas (o tipos de actividades) que realizan las personas en las distintas áreas matemáticas y que se asocian a capacidades para la comprensión y uso de los conocimientos. [Donde] La realización sistemática de estos procesos transversales en la acción de aula apoya el progreso de diversas dimensiones de la competencia matemática. (p. 24)

Asimismo, destaca como procesos centrales, los siguientes: Razonar y argumentar, Plantear y resolver problemas, Comunicar, Conectar y Representar.

Sobre el proceso de *Razonar y argumentar* el MEP (2012) señala que, éste

> Trata de actividades mentales que aparecen transversalmente en todas las áreas del plan de estudios y que desencadenan formas típicas del pensamiento matemático: deducción, inducción, comparación analítica, generalización, justificaciones, pruebas, uso de ejemplos y contraejemplos. Busca desarrollar capacidades para permitir la comprensión de lo que es una justificación o prueba en matemática, para desarrollar y discutir argumentaciones matemáticas, para formular y analizar conjeturas matemáticas, para usar fórmulas o métodos matemáticos que permitan la comprensión o desarrollo de informaciones presentes. (p.24)

En tanto que, del proceso *Comunicar* dice

> Es la expresión y comunicación oral, visual o escrita de ideas, resultados y argumentos matemáticos al docente o a los otros estudiantes.
>
> Este proceso busca potenciar la capacidad para expresar ideas matemáticas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático (reglas de sintaxis y semántica) de manera escrita y oral a otros estudiantes, docentes y a la comunidad educativa. Pretende que se desarrollen capacidades para consignar y expresar con precisión matemática las ideas, los argumentos y procedimientos utilizados así como las conclusiones a las que se hayan arribado, así como para identificar, interpretar y analizar las expresiones matemáticas escritas o verbales realizadas por otras personas. (MEP, 2012, p.25)

De ahí la importancia de que, los y las docentes no subestimen el papel del contenido teórico para el aprendizaje de la disciplina y aún más, la importancia de que puedan abrir espacios durante las clases, para hacer lo más explícito posible el sentido y razón de ser de cada una de las definiciones de los objetos matemáticos, pese a todas las comunes limitaciones de tiempo y recursos con las que suelen encontrarse como docentes.

Sobre todo, si se piensa en favorecer los procesos de Razonar y Argumentar y el de Comunicar. Pues en ambos, se hace transcendental, el hecho de conocer, comprender y dominar las definiciones propias de cada uno de los objetos matemáticos. Ya que, en Matemática puede decirse que:

"*Como definimos… así actuamos…*"

Referencias Bibliográficas

Alcalá, M. (2002). La construcción del lenguaje matemático. Barcelona: Editorial Graó.

Fandiño, M. (2011). Múltiples aspectos del aprendizaje de la Matemática: Evaluar e intervenir en forma mirada y específica [2ª ed.]. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Gómez, L. (2006). Matemática para bachillerato: teoría, ejemplos y ejercicios. San José, Costa Rica: Autor.

Hernández, R. (2009). Mediación en el aula. Recursos, estrategias y técnicas didácticas. San José, Costa Rica: EUNED.

Lee, C. (2010). El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. La evaluación formativa en la práctica. Madrid: Morata.

Lehmann, C. (trad. 1968). Geometría Analítica. México: Editorial Hispanoamérica.

Mercer, N. & Edwards, D. (1988). El conocimiento compartido. España: Editorial Paidós Ibérica.

Mercer, N. (1997). La construcción guiada del conocimiento. España: Editorial Paidós Ibérica.

Mercer, N. (2001). Palabras y mentes: Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos. España: Ediciones Paidós Ibérica.

Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de Estudio de Matemáticas, Educación General Básica y Ciclo Diversificado. San José, Costa Rica.

National Council of Teachers of Mathematics (2015). De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos. Estados Unidos: NCTM.

Pimm, D. (1990). El lenguaje matemático en el aula. Madrid: Morata.

Real Academia de la Lengua Española (2012). Diccionario de la Lengua Española. Vigésimo Segunda Edición. Recuperado de www.rae.es

Santillana (2008). ¡A los números! 6 Santillana. San José, Costa Rica.